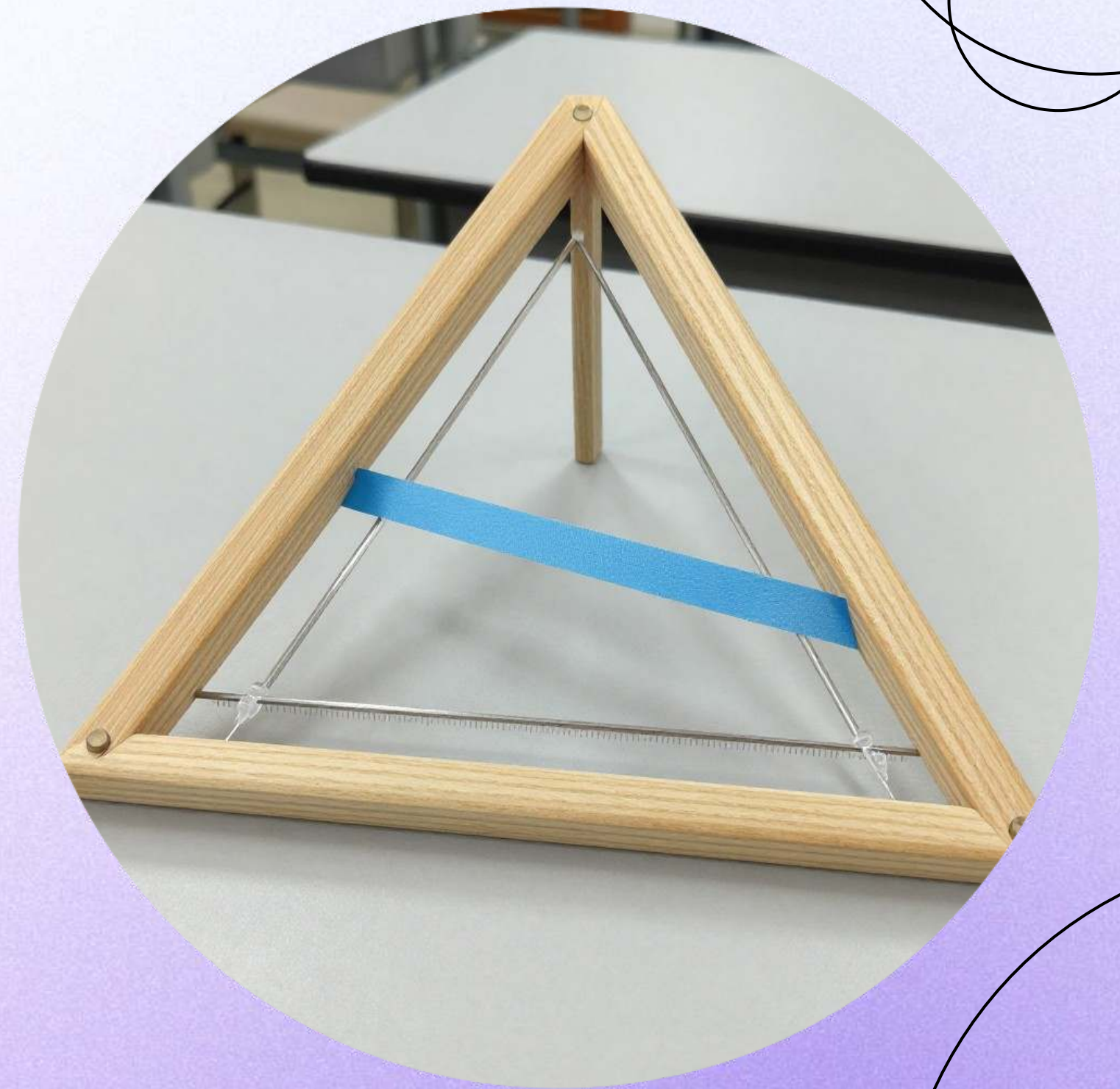


Теорема Фалеса и средняя линия треугольника

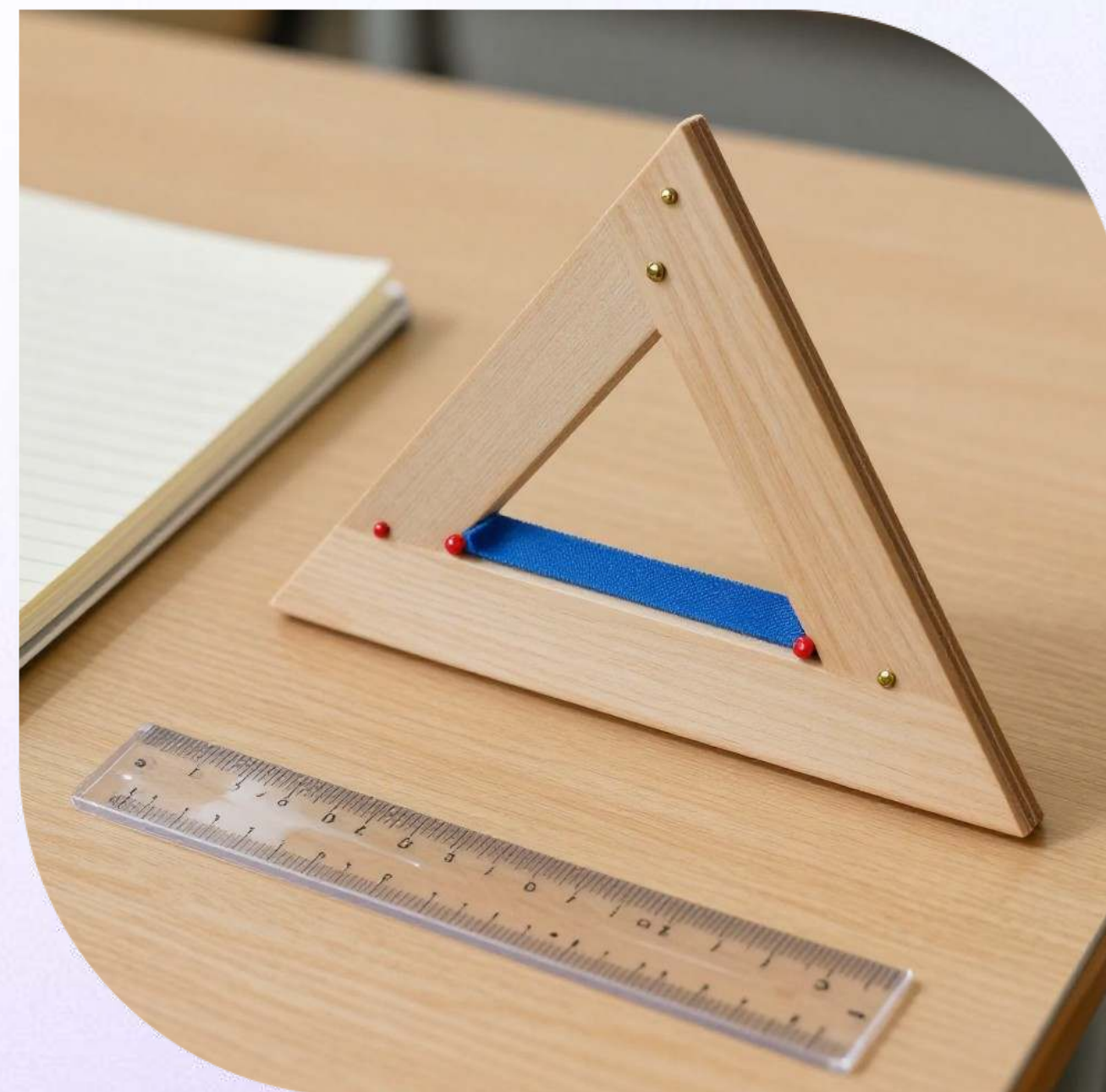
Параллели, пропорции и удобные способы
находить длины в геометрии.





Зачем это нужно в 7 классе

Эти темы помогают находить неизвестные длины по чертежу, не измеряя всё полностью. Они учат видеть пропорции, работать с параллельными прямыми и готовят к изучению подобия треугольников.



Фалес и происхождение идеи

1

VI век до н. э.

Фалес Милетский жил в Древней Греции и считается одним из первых математиков, чьи идеи сохранились в геометрии.

2

Идея деления отрезков

С его именем связывают наблюдение, что параллельные прямые могут делить стороны угла на равные или пропорциональные части.

3

Школьная геометрия

Сегодня теорема Фалеса используется в задачах на отношения отрезков и показывает связь между чертежом и вычислением.

Формулировка теоремы Фалеса

1

Равные отрезки

Если на двух сторонах угла отложить равные отрезки и провести через их концы параллельные прямые, то на другой стороне получатся равные отрезки.

2

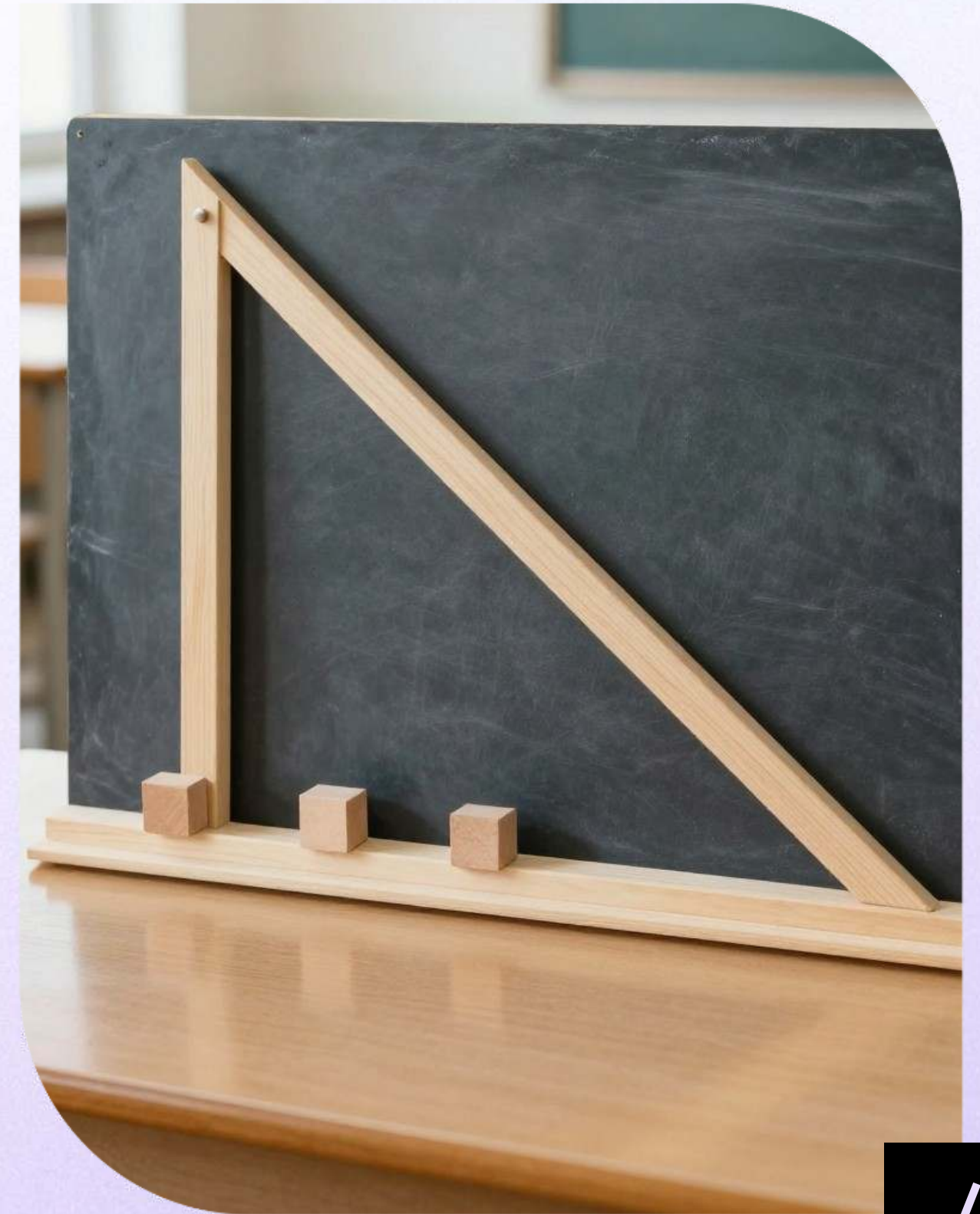
Сохраняется отношение

Когда отрезки на одной стороне угла имеют разную длину, на второй стороне возникает такое же отношение между соответствующими частями.

3

Главный вывод

Параллельные прямые делят стороны угла пропорционально, поэтому можно находить неизвестные длины по известным.



Пропорции при параллельных прямых

- **Две секущие**

Если несколько параллельных прямых пересекают две секущие, соответствующие отрезки на этих секущих оказываются пропорциональны.

- **Равные промежутки**

При одинаковых промежутках на одной секущей такие же равные промежутки появляются и на другой, что удобно для проверки чертежа.

- **Запись отношений**

В задачах это позволяет составлять пропорции вида $a : b = c : d$ и вычислять неизвестный отрезок по известным данным.

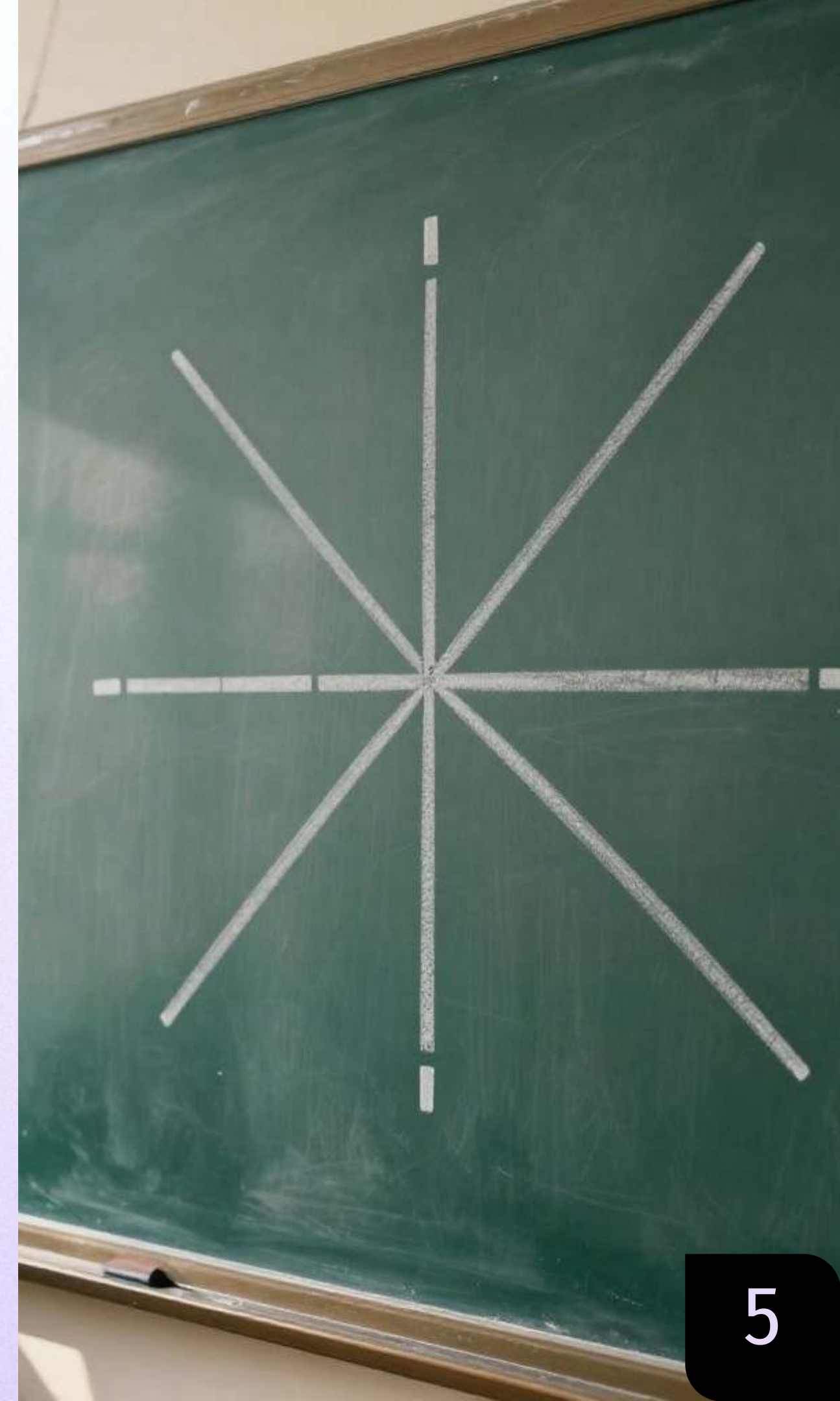
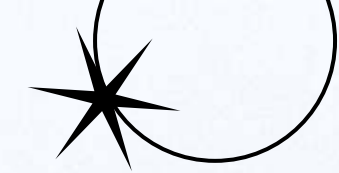


Схема теоремы Фалеса на чертеже



Построение угла

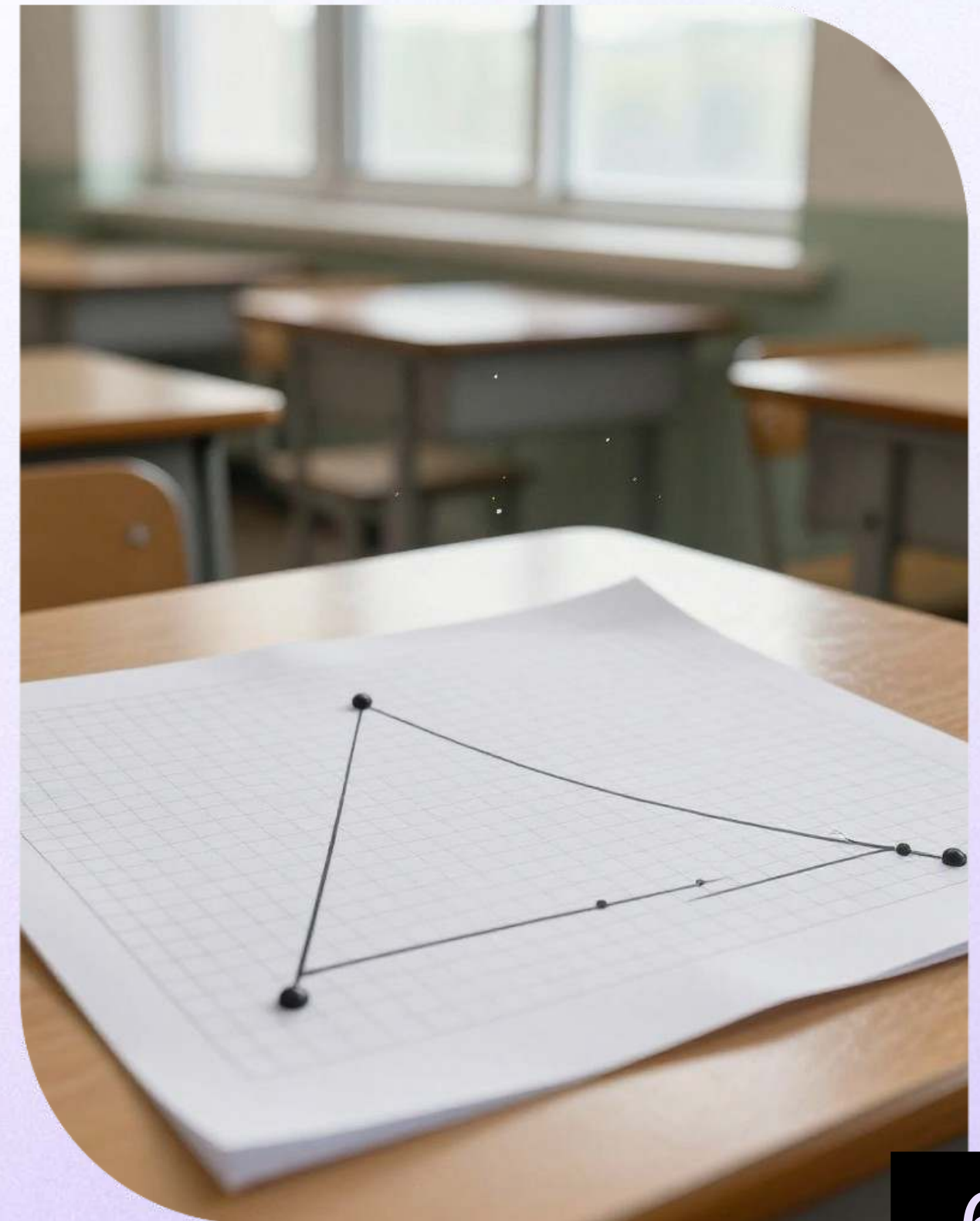
На рисунке изображают угол и отмечают на его сторонах несколько точек, чтобы показать, где будут отложены отрезки.

Параллельные линии

Через отмеченные точки проводят параллельные прямые. Именно они создают на сторонах угла равные или пропорциональные части.

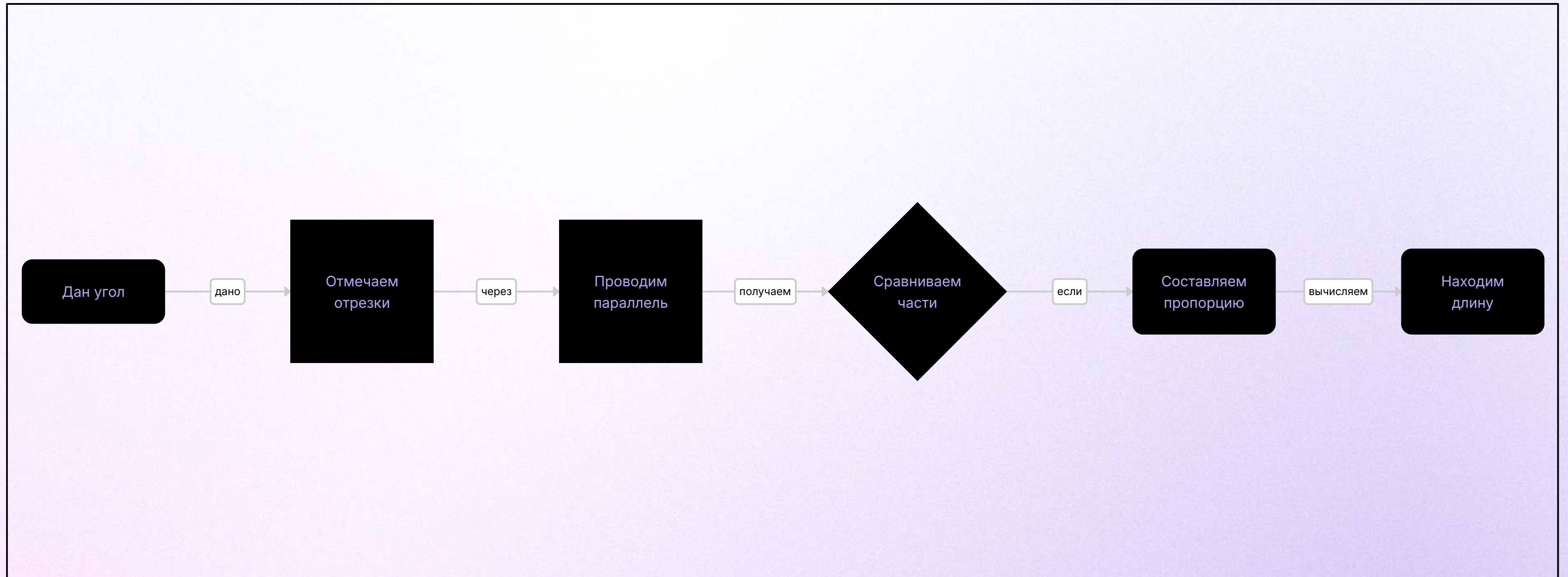
Чтение чертежа

Подписи на схеме помогают различать секущие, параллельные линии и соответствующие отрезки, чтобы легко увидеть нужное отношение.

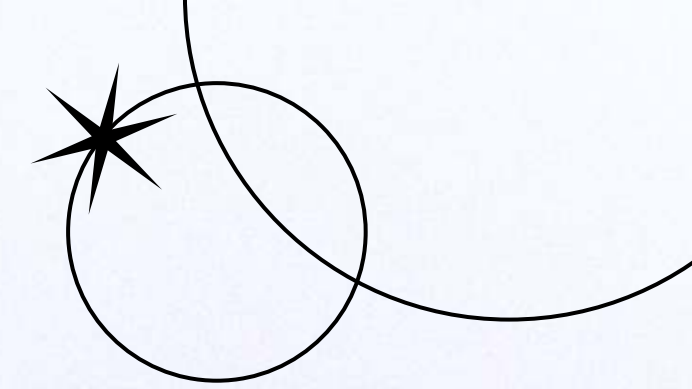


Как решают задачу по теореме Фалеса

Схема показывает последовательность действий: от данных на чертеже к поиску неизвестной длины.

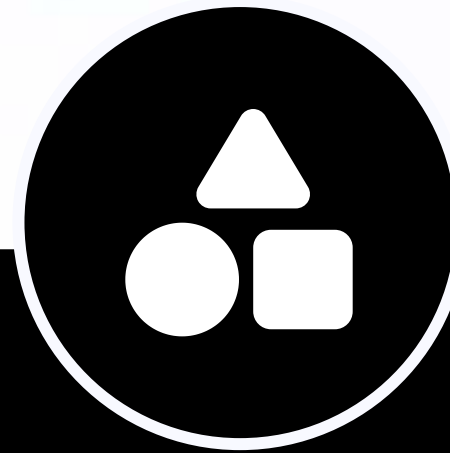


Почему теорема Фалеса работает



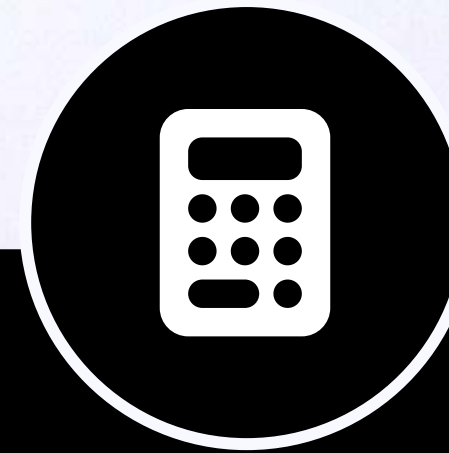
Параллельность

Параллельные прямые образуют равные углы с секущими, поэтому на чертеже появляются одинаковые направления и устойчивые отношения между отрезками.



Подобные треугольники

Из равных углов возникают подобные треугольники, а у подобных фигур соответствующие стороны пропорциональны. Именно это объясняет правило Фалеса.



Пропорции сохраняются

Когда отношения сторон не меняются, можно уверенно находить неизвестные длины по известным. Так геометрический рисунок превращается в вычисление.

Что такое средняя линия треугольника

1

Определение

Средняя линия — это отрезок, который соединяет середины двух сторон треугольника. В каждом треугольнике таких отрезков можно провести три.

2

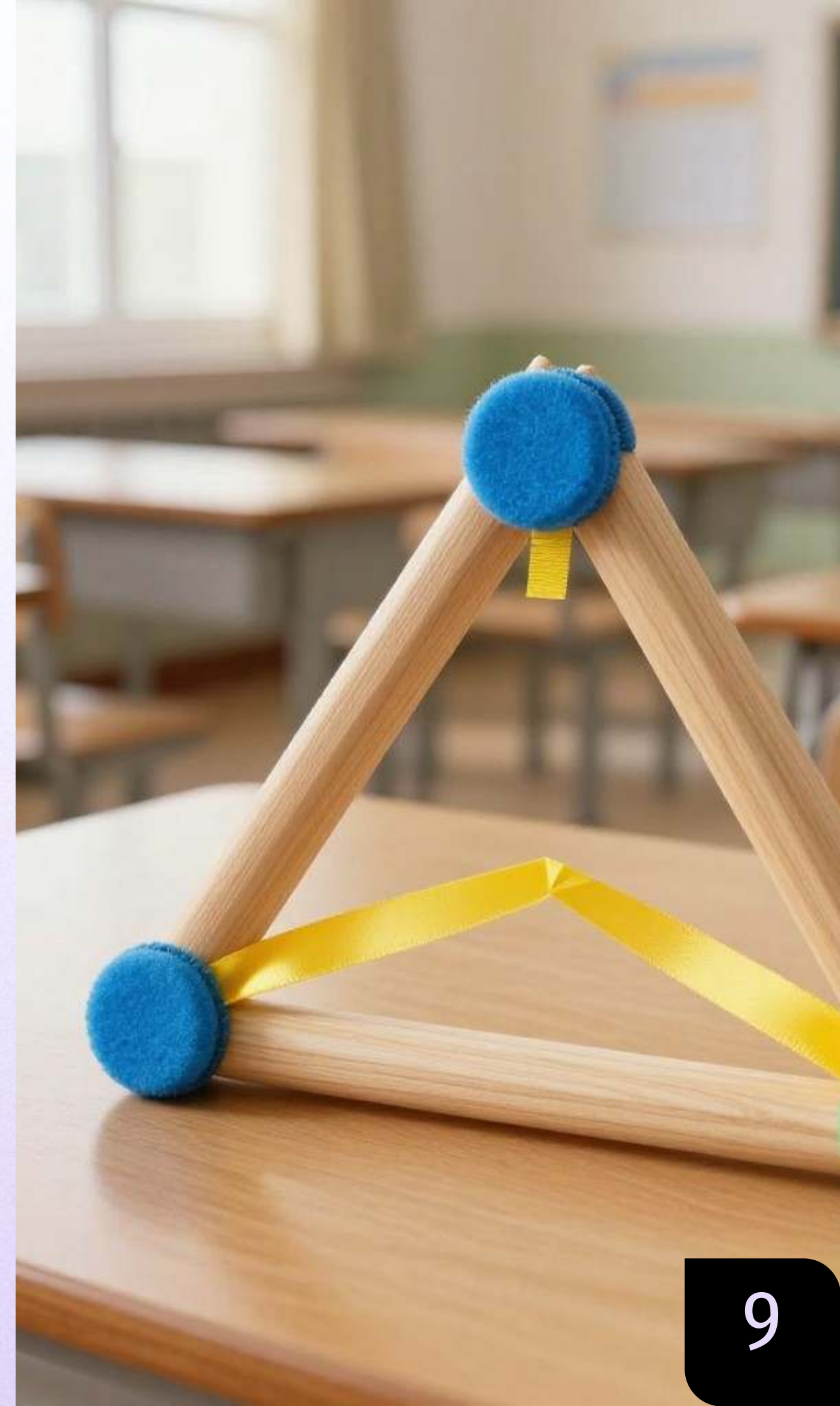
Параллельность

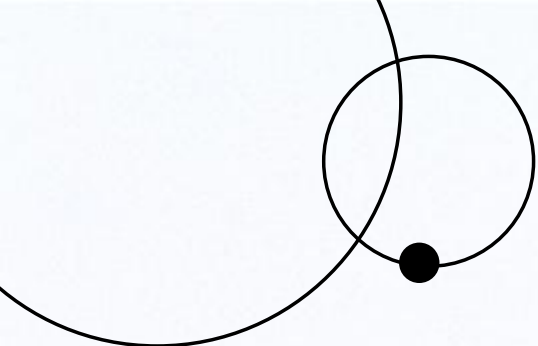
Любая средняя линия параллельна третьей стороне треугольника. Это её главное свойство, которое легко увидеть на аккуратном чертеже.

3

Практическая польза

Благодаря простой связи с третьей стороной средняя линия помогает быстро выполнять построения и находить длины без лишних измерений.





1/2

длины
соответствующей
стороны составляет
средняя линия
треугольника.

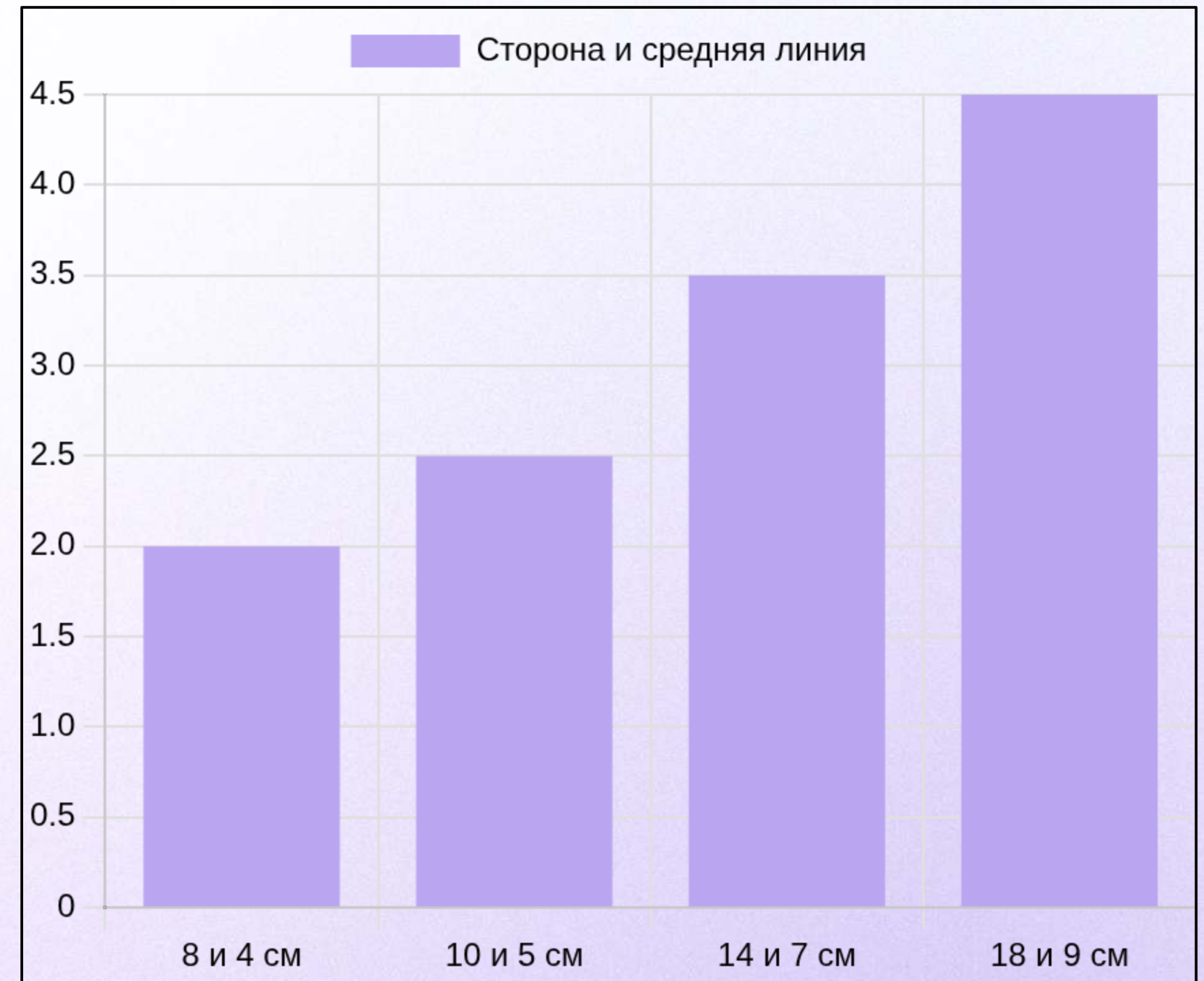
Это позволяет сразу
находить нужный отрезок
на чертеже и проверять
правильность построения
без сложных вычислений.

★ Свойства средней линии треугольника, изучаемые
в школьной геометрии

Соотношение стороны и средней линии

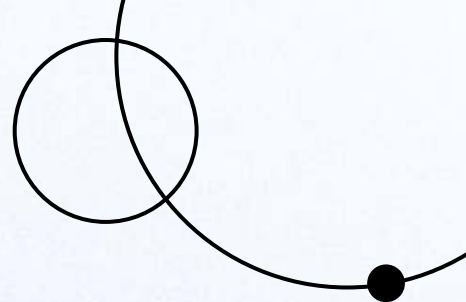
Во всех примерах сохраняется одно и то же правило: средняя линия вдвое короче соответствующей стороны треугольника.

Данные подтверждают устойчивое отношение 2:1 между стороной и средней линией, поэтому длины удобно находить без сложных вычислений.



★ Учебный пример по теме «Средняя линия треугольника»; значения взяты из условия слайда.

Теорема Фалеса и средняя линия: сравнение свойств



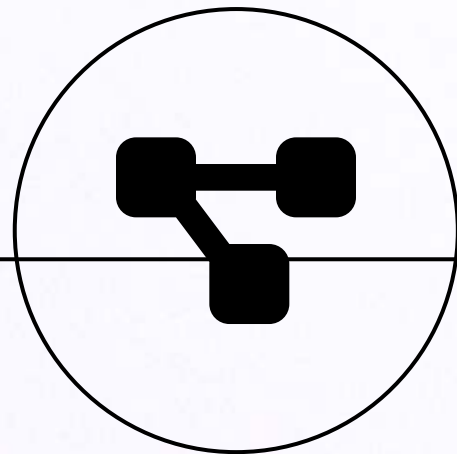
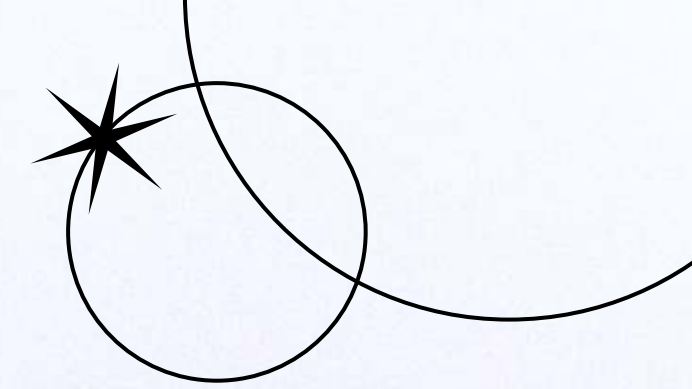
Сравнение показывает, какие условия приводят к одинаковому типу результата: пропорциям и параллельности.

Объект	Условие	Свойство	Результат
Фалес	Параллельные	Пропорции	Равные части
Средняя линия	Середины сторон	Параллельна	Половина стороны
Связь	Параллельность	Пропорции	Общий принцип

Обе темы основаны на параллельности; в одном случае она сохраняет пропорции, в другом — даёт отрезок, равный половине стороны.

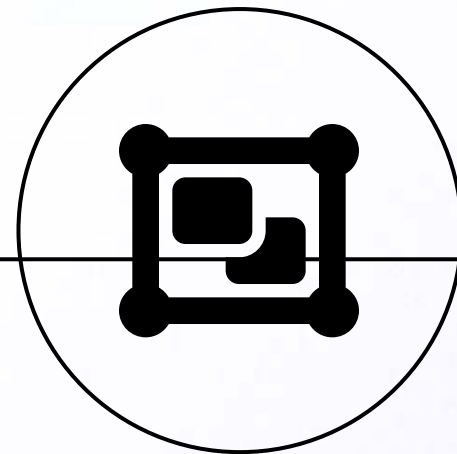
★ Теорема Фалеса и свойство средней линии треугольника из школьного курса геометрии.

Ключевые идеи связи между темами



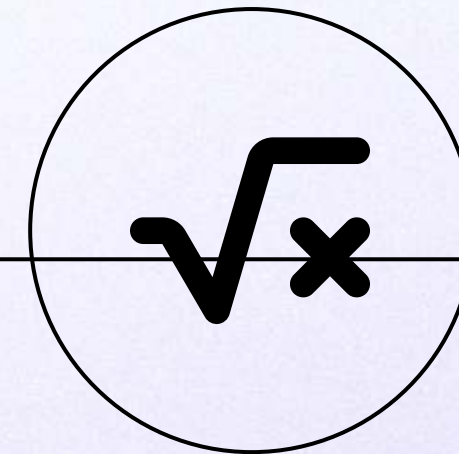
Общий принцип

В обеих темах решающую роль играет параллельность. Именно она связывает отрезки на сторонах фигуры и позволяет устанавливать равенства или пропорции между ними.



Частный случай

Средняя линия треугольника — это удобный пример применения теоремы Фалеса. Если соединить середины двух сторон, получится отрезок, который подчиняется тем же геометрическим правилам.

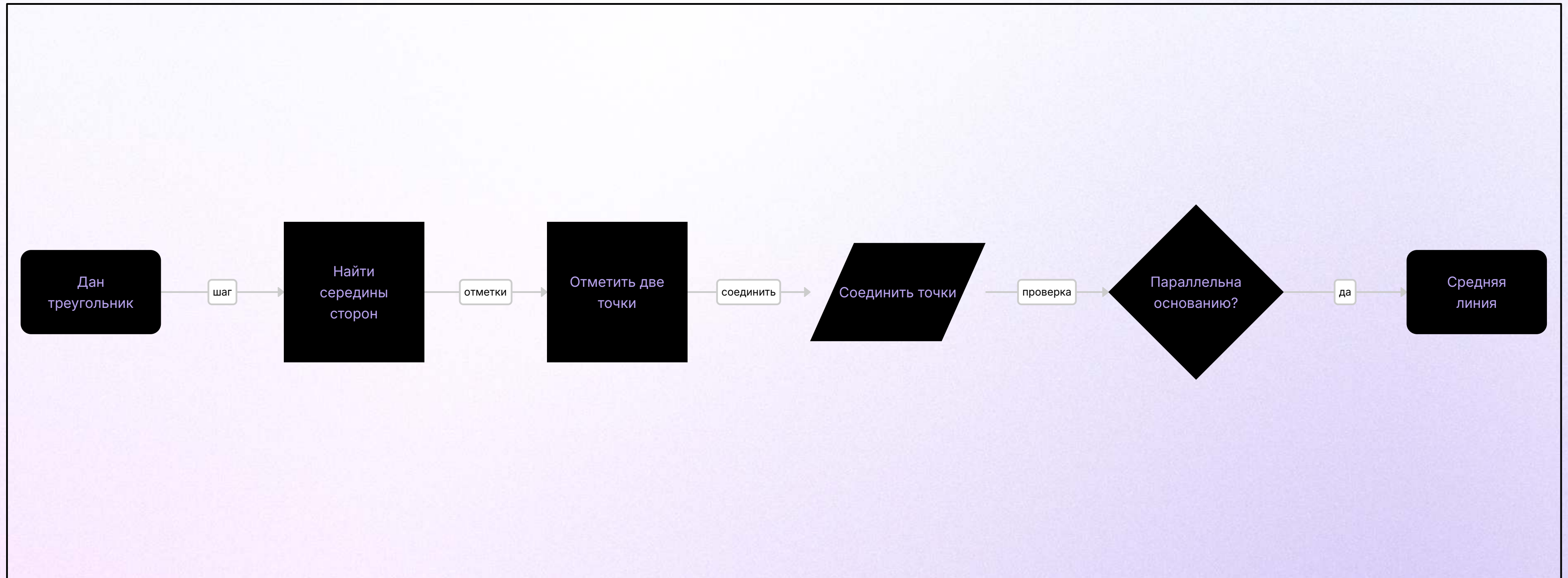


Доказательство через подобие

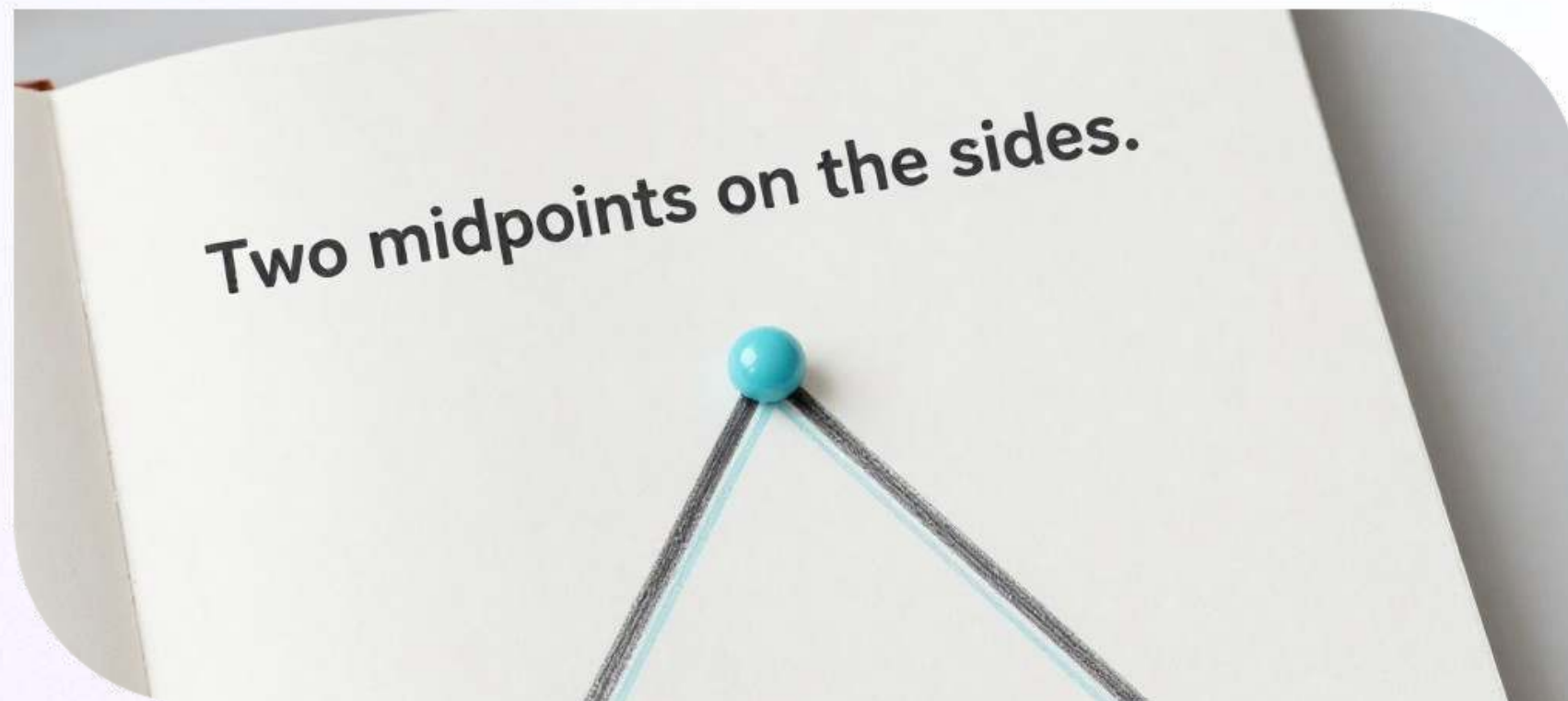
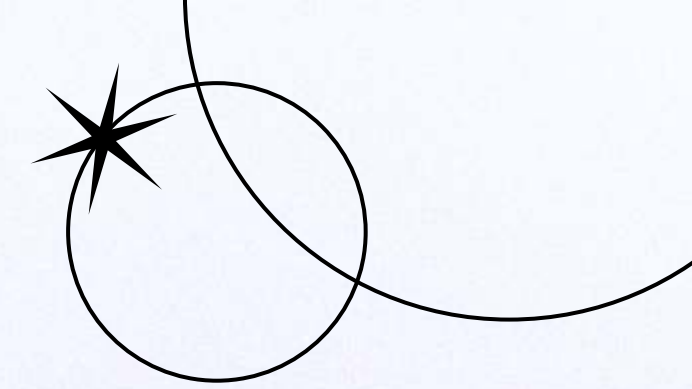
Свойства средней линии можно обосновать через подобные треугольники. Поэтому теорема Фалеса становится не только правилом для задач, но и шагом к более строгим доказательствам.

Как построить среднюю линию треугольника

Последовательность действий при построении по двум серединам сторон и проверке параллельности.

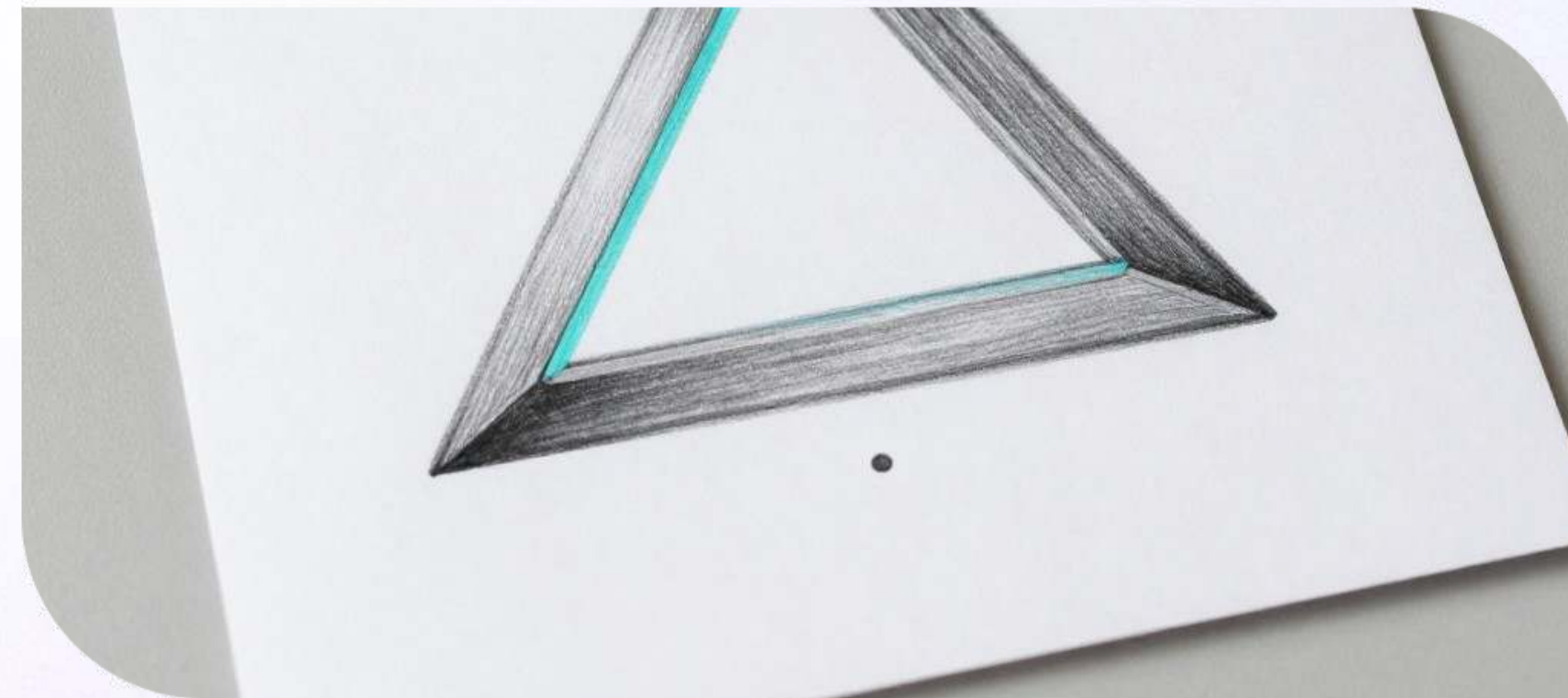


Как выглядит средняя линия на чертеже



Две середины на сторонах

На чертеже видно треугольник, у которого две стороны помечены точками ровно посередине. Эти отметки показывают, что части сторон слева и справа от точек равны, а значит, выбранные точки действительно являются серединами.



Отрезок, идущий параллельно

Между отмеченными точками проведён аккуратный отрезок. Он расположен внутри треугольника и идёт параллельно основанию, поэтому сразу видно, почему его называют средней линией и как он связан с третьей стороной.

Типичные ошибки в задачах по теме

1

Любой отрезок не подходит

Средняя линия — это не просто отрезок внутри треугольника. Он должен соединять именно середины двух сторон, иначе свойство параллельности и отношение длин не выполняются.

2

Нужно проверять середины

Перед решением полезно убедиться, что точки делят стороны на равные части. Если хотя бы одна точка выбрана неверно, вся дальнейшая пропорция становится неправильной.

3

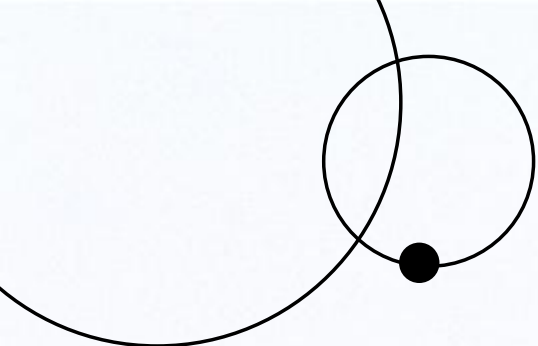
Не путать соответствия

В задачах по теореме Фалеса легко перепутать, какие отрезки сравниваются между собой. Всегда нужно сопоставлять части, лежащие на одной секущей или на соответствующих сторонах угла.

4

Сначала геометрия, потом счёт

Пропорцию нельзя составлять наугад. Сначала определяют параллельные прямые, затем отмечают соответствующие отрезки и только после этого записывают равенство или отношение.



2

— во столько раз
сторона больше
средней линии.

Это главное отношение
помогает быстро
переходить от одной длины
к другой: достаточно
умножить или разделить
значение на два.

★ Свойство средней линии треугольника из школьного
курса геометрии.

Пример задачи на теорему Фалеса

1

Отложить равные части

На одной стороне угла отмечают два отрезка по 3 см. Равенство частей удобно, потому что сразу создаёт основу для применения теоремы Фалеса и сравнения отрезков на другой стороне.

2

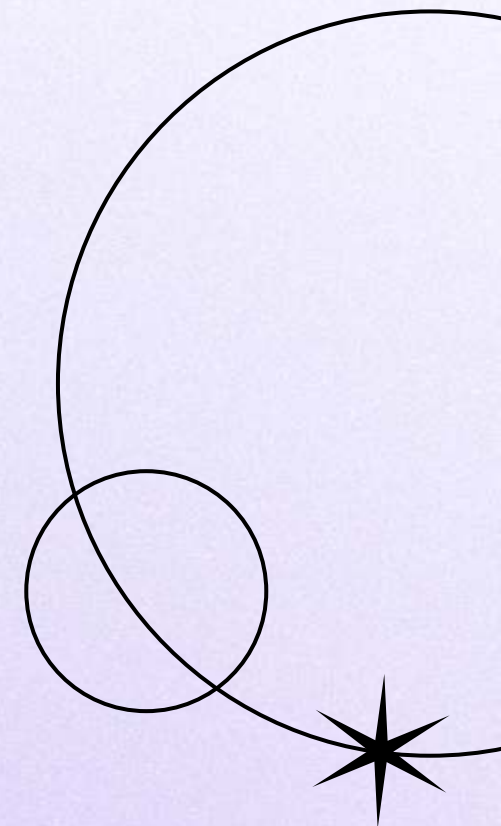
Провести параллели

Через отмеченные точки проводят параллельные прямые. Именно параллельность обеспечивает появление одинаковых промежутков на второй стороне угла и делает задачу решаемой через пропорции.

3

Сделать вывод

Так как на первой стороне отрезки равны, на второй стороне соответствующие части тоже равны. Незвестную длину находят по этому свойству, не измеряя весь чертёж целиком.



Где используются эти знания

- **Построения на чертеже**

Теорема Фалеса помогает аккуратно делить отрезки и строить параллельные линии. Это особенно полезно в заданиях, где важна точность рисунка и правильное расположение точек.

- **Проверка параллельности**

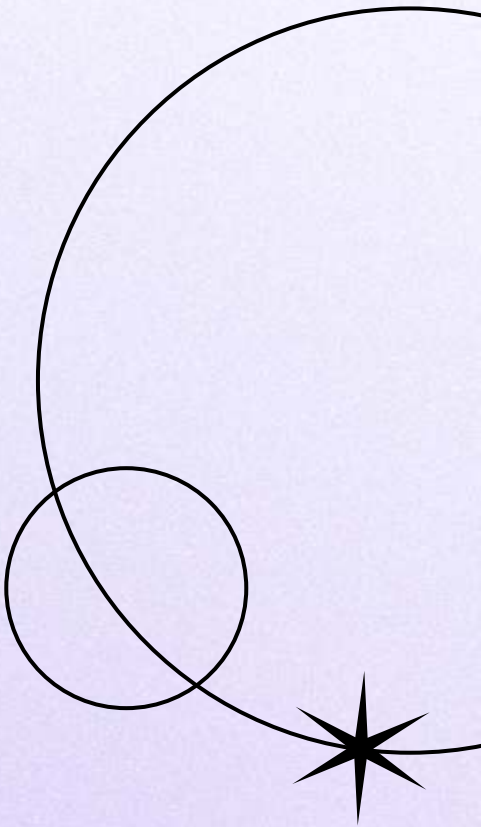
Если на двух сторонах угла получаются пропорциональные отрезки, это помогает заметить параллельность прямых. Такой приём часто используют в школьных геометрических рассуждениях.

- **Вычисление длин**

Средняя линия и теорема Фалеса позволяют находить неизвестные отрезки быстрее, чем при полном измерении всех сторон. Достаточно использовать равенство или отношение частей.

- **Подготовка к подобию**

Обе темы подводят к изучению подобия треугольников. Именно там свойства параллельных прямых и пропорций становятся основой для более сложных доказательств и задач.



Что нужно запомнить о теме

Теорема Фалеса показывает, как параллельные прямые делят стороны пропорционально, а средняя линия треугольника подтверждает это правило в самом наглядном виде. Эти идеи постоянно помогают в задачах и построениях.