



Свойства арифметическог о корня

Корни помогают превращать сложные
выражения в удобные и понятные.



Как свойства корня помогают в 9 классе

Свойства арифметического корня нужны, чтобы упрощать выражения, решать уравнения и сравнивать числа. Они особенно полезны в геометрии и при вычислениях без калькулятора, если помнить об области допустимых значений.



0

— это единственное
число, для которого
квадрат равен этому же
числу.

Арифметический корень всегда выбирают
неотрицательным, поэтому он имеет
однозначный ответ.

Определение арифметического квадратного корня



Геометрический смысл квадратного корня

Сторона по площади

Если площадь квадрата известна, квадратный корень показывает длину его стороны. Поэтому из площади 25 см^2 сразу получаем сторону 5 см , а из 64 см^2 — 8 см .

Обратная связь

Возведение в квадрат и извлечение квадратного корня — взаимно обратные действия. Это значит, что корень помогает восстановить длину по площади, а квадрат — проверить найденный результат.

Полезно в геометрии

Такой смысл корня часто встречается в задачах на периметр, диагональ и построение фигур. Особенно удобно, когда ответ нужно получить в сантиметрах, метрах или других единицах длины.

На чертеже видно сразу

Изображение квадрата с подписанной площадью помогает увидеть, почему число под корнем связано со стороной. Визуальная модель делает правило понятнее и легче запоминается.



Значения некоторых квадратных корней

Таблица показывает, как быстро находить корень из полных квадратов и проверять ответ возведением в квадрат.

Для полных квадратов корень находится сразу, без приближений. Эти значения полезно запомнить, чтобы быстрее упрощать выражения и проверять вычисления.

Квадраты чисел от 1 до 10

Число				Корень				Проверка						
1				1				1 ² =1						
4				2				2 ² =4						
9				3				3 ² =9						
16				4				4 ² =16						
25				5				5 ² =25						
36				6				6 ² =36						
49				7				7 ² =49						
64				8				8 ² =64						
81				9				9 ² =81						
100				10				10 ² =100						

Свойство корня из квадрата



1

Главное правило

Для любого неотрицательного числа a верно: $\sqrt{a^2} = a$. Это свойство показывает, что квадратный корень возвращает исходное неотрицательное число после возведения в квадрат.

2

Почему есть условие

Если число отрицательное, равенство в таком виде уже не работает как запись арифметического корня. Корень всегда выбирают неотрицательным, поэтому нужно внимательно следить за знаком.

3

Пример с положительным числом

При $a = 7$ получаем $\sqrt{7^2} = 7$. Здесь легко увидеть связь между двумя обратными действиями: сначала число возводят в квадрат, а затем возвращают его корнем.

4

Почему важна запись

Даже выражение $\sqrt{(-7)^2}$ равно 7, потому что арифметический корень не бывает отрицательным. Это важно не путать с решением уравнения $x^2 = 49$.



Как находить арифметический квадратный корень

Пошаговый алгоритм для чисел, которые являются полными квадратами, и для выражений, которые можно упростить.

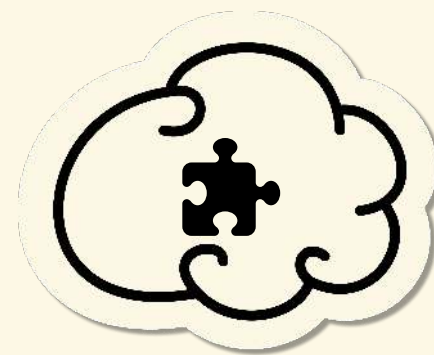


Свойство корня из произведения



Формула

Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. Свойство позволяет разложить число под корнем на удобные множители и вынести полный квадрат за знак корня.



Выделение квадрата

Особенно полезно искать среди множителей полный квадрат. Тогда число вроде 72 удобно представить как $36 \cdot 2$, после чего получаем $6\sqrt{2}$ вместо громоздкого корня из 72.



Важно соблюдать условия

Формулу применяют только тогда, когда оба множителя неотрицательны. Это нужно, чтобы не нарушить смысл арифметического корня и не получить неверное преобразование выражения.

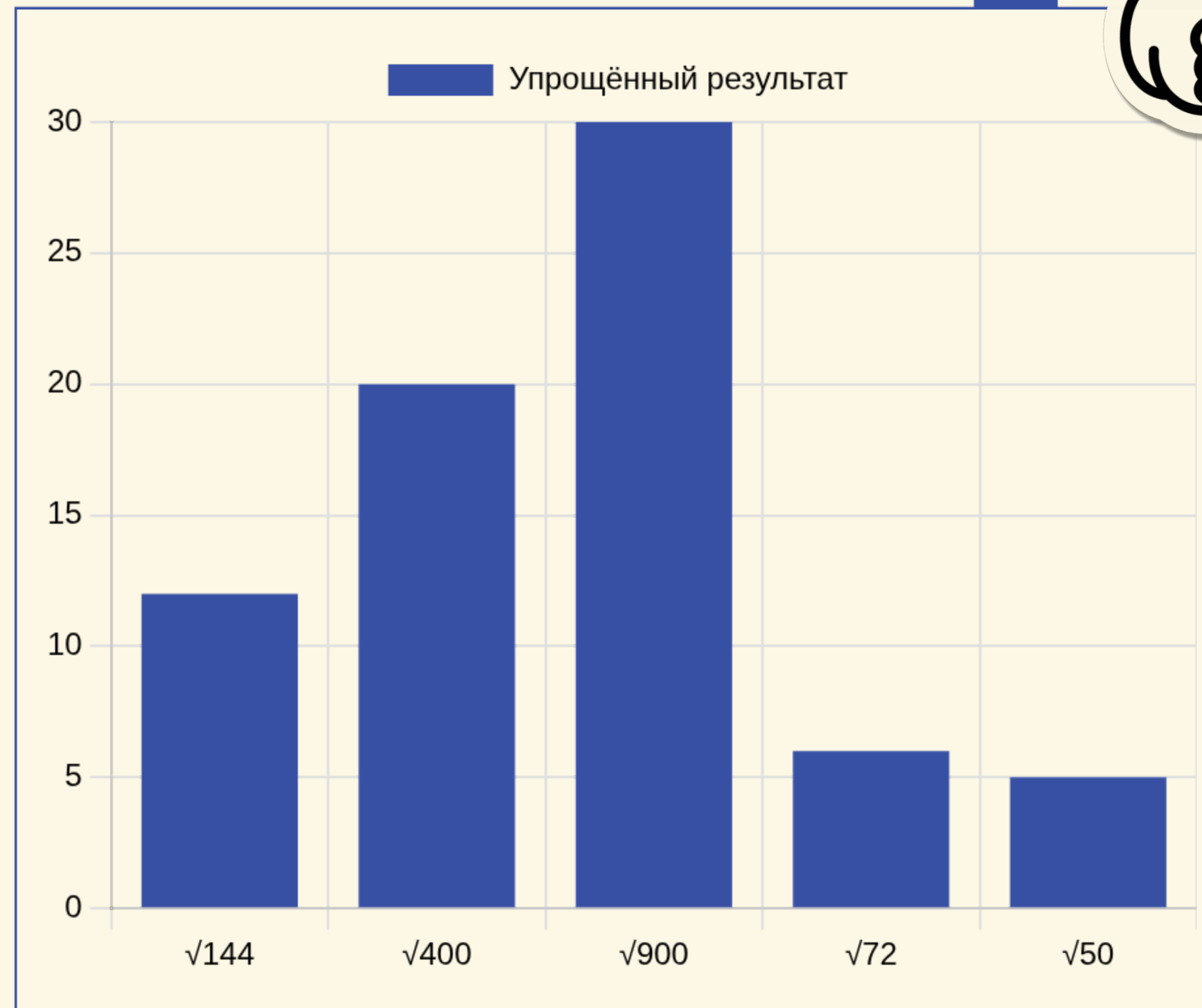
Как разложение на множители упрощает вычисление корней



На диаграмме видно, что часть корней находится сразу, а часть — после выделения квадратного множителя. Это особенно удобно для чисел, которые не являются полными квадратами.

Разложение помогает быстро получить точный ответ и сделать выражение короче. Метод особенно полезен, когда под корнем есть большой квадратный множитель.

Примеры из школьного курса алгебры



Свойство корня из частного

1

Основная формула

Если $a \geq 0$ и $b > 0$, то $\sqrt{a/b} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$. Формула показывает, что корень от дроби можно разделить на корни числителя и знаменателя.

2

Почему знаменатель строгий

Знаменатель не может быть равен нулю, потому что деление на ноль невозможно. Поэтому условие $b > 0$ обязательно, иначе преобразование теряет смысл.

3

Пример вычисления

Для выражения $\sqrt{(81/9)}$ получаем $\sqrt{81} / \sqrt{9} = 9/3 = 3$. Такой способ удобно применять, когда дробь под корнем можно легко разделить на два простых корня.

4

Когда это помогает

Свойство особенно полезно при упрощении дробей под корнем и при проверке ответов. Оно делает выражение более наглядным и часто сокращает число вычислений.

Упрощение корневых выражений



Разложение на удобные множители

Чтобы упростить корень, число под знаком корня раскладывают на произведение, где один множитель — полный квадрат. Тогда его корень легко вынести наружу, а оставшаяся часть остаётся под корнем в более простом виде.



Когда появляется точный ответ

Если в разложении есть квадратный множитель, выражение становится короче и понятнее. Например, 72 удобно представить как $36 \cdot 2$, а 48 — как $16 \cdot 3$. На схеме это можно показать двумя блоками: «квадрат» и «остаток».



Проверка через обратное действие

После упрощения полезно возвести результат в квадрат и убедиться, что получается исходное число. Такой приём помогает не только оформить ответ аккуратно, но и сразу заметить ошибку в разложении или вычислениях.

Основные свойства арифметического корня и условия их применения

Таблица показывает три основные формулы и ограничения, без которых их нельзя использовать.

Все формулы работают только при выполнении условий на числа под корнем и знаменатель. Перед преобразованием выражения нужно обязательно проверить допустимые значения.

Свойство	Условие	Смысл
$\sqrt{a^2}=a$	$a\geq 0$	Корень из квадрата
$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$	$a\geq 0, b\geq 0$	Корень из произведения
$\sqrt{a/b}=\sqrt{a}/\sqrt{b}$	$a\geq 0, b>0$	Корень из частного

Почему арифметический корень не может быть отрицательным



Почему не подходит –3

Число –3 действительно даёт 9 при возведении в квадрат, но оно не является арифметическим корнем. У корня всегда выбирают неотрицательный ответ.

Определение

Арифметический квадратный корень — это неотрицательное число. Поэтому запись $\sqrt{9}$ означает только 3, а не –3.

Главный вывод

У выражения $\sqrt{a}$ есть один правильный результат, поэтому его нельзя путать с решением уравнения $x^2=a$, где возможны два корня.

Алгоритм упрощения корней

Последовательность действий при преобразовании выражений с квадратным корнем.



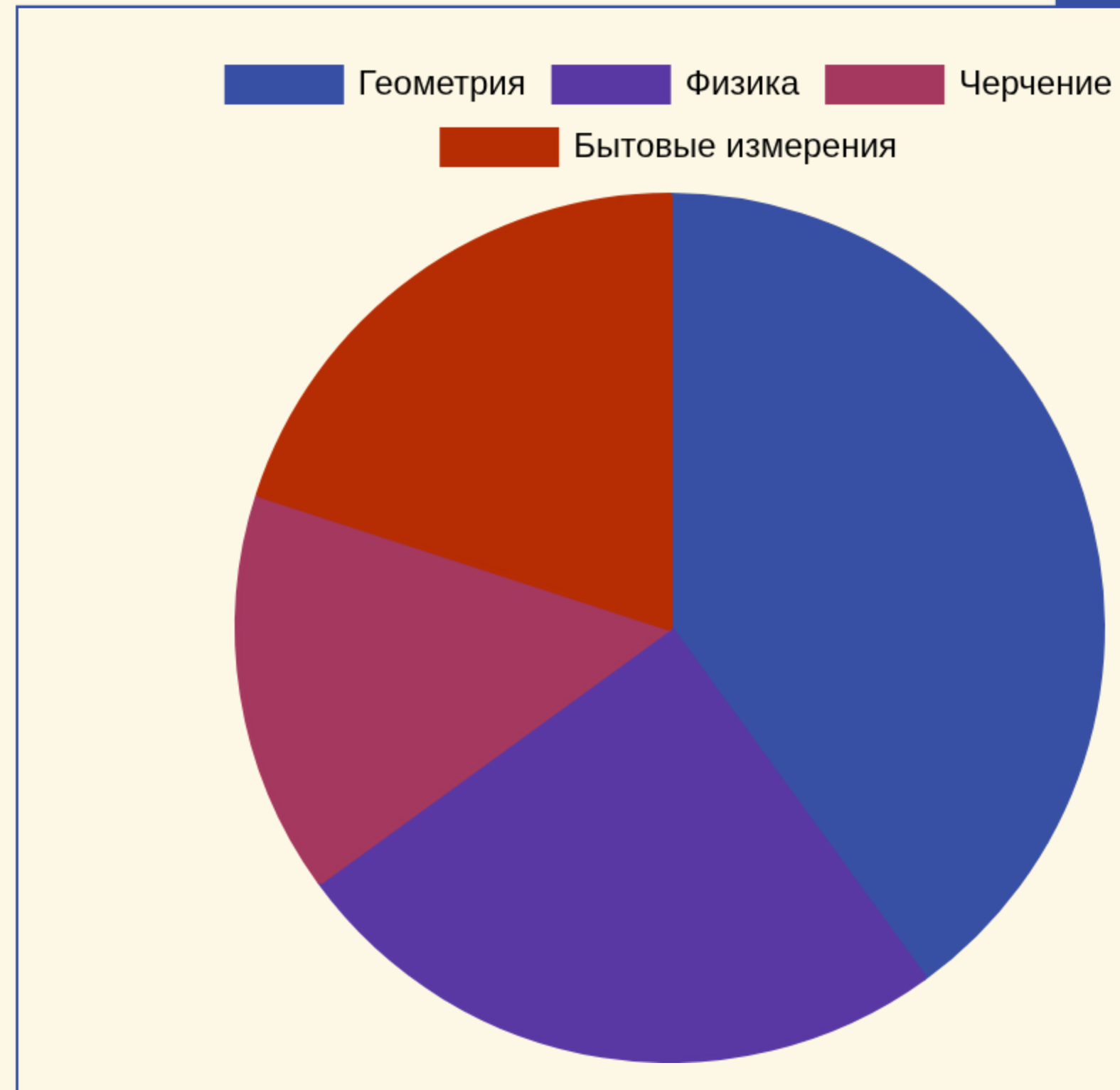
Где в математике и жизни встречаются корни



Корни особенно часто встречаются там, где нужно перейти от площади или квадрата величины к длине. Это делает их полезными в задачах на измерения и построения.

Наибольшая доля приходится на геометрию, потому что именно там корень чаще всего помогает находить длину по известной площади или диагонали.

Обобщение типовых школьных задач по алгебре и геометрии



Типичные ошибки при работе с корнями



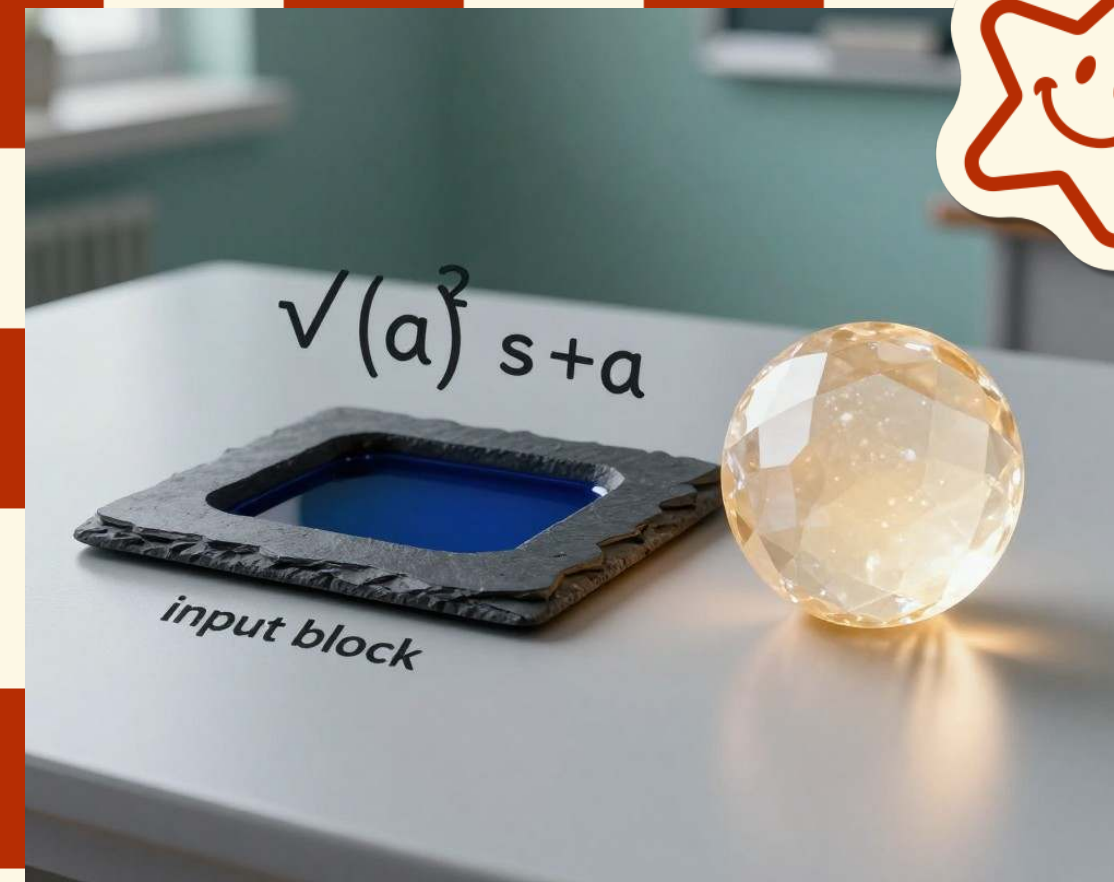
Неверное сложение под корнем

Самая частая ошибка — считать, что $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ равно $\sqrt{a+b}$. На деле эти выражения почти всегда различаются, поэтому корни сначала вычисляют или упрощают отдельно, а потом уже складывают результаты.



Забытые условия

В формулах с корнями важно помнить о допустимых значениях. Если не проверить, что числа под корнем неотрицательны, а знаменатель больше нуля, можно получить запись, которая не имеет смысла.



Путаница со знаком

Ещё одна ошибка — писать $\sqrt{(a^2)}$ как $\pm a$. Арифметический корень всегда неотрицателен, поэтому результатом будет только положительное число или ноль, даже если исходное число было отрицательным.

Проверка ответа с помощью квадрата

1

1. Запишите найденный корень

Сначала обозначьте полученный результат как x . Это помогает проверить, действительно ли он подходит для исходного числа, и не пропустить ошибку при вычислении.

2

2. Возведите в квадрат

Затем вычислите x^2 . Если получилось число под корнем, ответ верный; если нет, нужно пересмотреть упрощение или подбор значения.

3

3. Сравните с исходным числом

Например, $8^2=64$, значит $\sqrt{64}=8$. Такой приём особенно удобен для полных квадратов, потому что проверка занимает всего несколько секунд.

4

4. Исправьте неточность

Если квадрат не совпал с исходным числом, ответ нужно изменить. Проверка помогает быстро заметить ошибку в знаке, разложении на множители или записи результата.

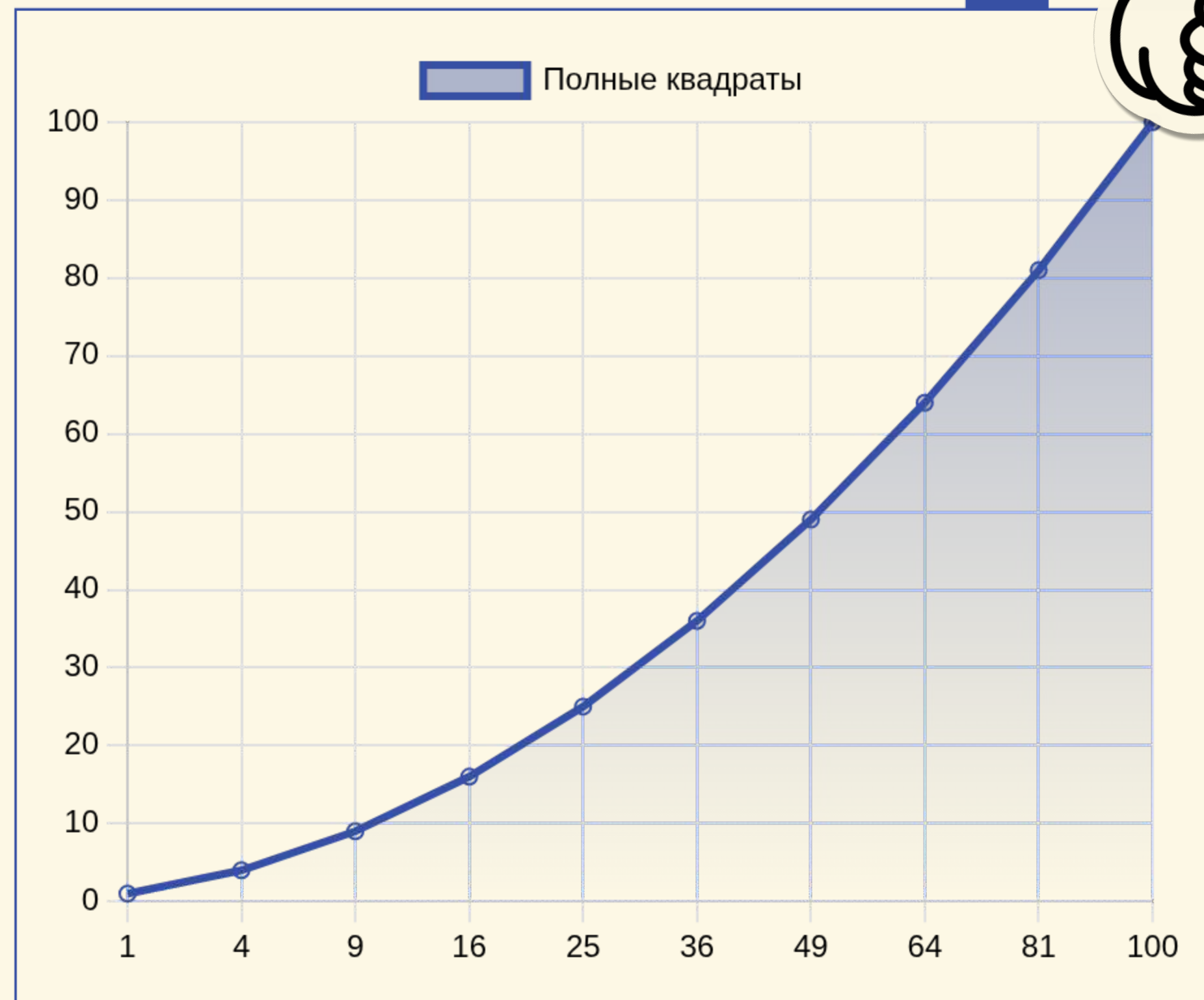


Полные квадраты до 100

Запоминание этих чисел ускоряет вычисления и помогает сразу узнавать точные значения корней без лишних действий.

Чем лучше известны полные квадраты, тем быстрее выполняются упрощение выражений и проверка ответов в 9 классе.

Школьный курс алгебры: квадраты чисел от 1 до 10



Примеры применения свойств корня в вычислениях

Выделение квадрата

$\sqrt{50}$ удобно записать как $\sqrt{(25 \cdot 2)} = 5\sqrt{2}$. Здесь полный квадрат 25 сразу выносится из-под корня, а выражение становится короче и проще для дальнейших действий.

Ещё один пример

$\sqrt{18}$ можно представить как $\sqrt{(9 \cdot 2)} = 3\sqrt{2}$. Такой приём полезен, когда число не является полным квадратом, но содержит подходящий квадратный множитель.

Корень из дроби

$\sqrt{(144/16)} = \sqrt{144}/\sqrt{16} = 12/4 = 3$. Свойство частного помогает сначала упростить числитель и знаменатель, а потом получить точный ответ без калькулятора.

Упрощение перед задачей

$\sqrt{75} = \sqrt{(25 \cdot 3)} = 5\sqrt{3}$. После преобразования легче сравнивать значения, решать уравнения и аккуратно записывать ответ в конце вычислений.



Что важно запомнить о корнях

Арифметический корень существует только для неотрицательных чисел и сам не бывает отрицательным. Если помнить свойства и проверять условия, упрощение выражений становится быстрым и надёжным.

