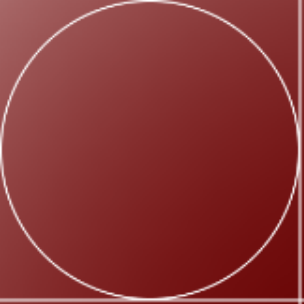




ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

Как понять, сколько общих точек будут иметь две окружности?

ОКРУЖНОСТИ ВОКРУГ НАС И В ЗАДАЧАХ

Колёса, часы, мишени и знаки показывают, как часто встречаются окружности. В геометрии важно сравнивать расстояние между центрами и радиусы, чтобы сразу предсказать их взаимное расположение на чертеже.



ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

1 Центры и радиусы

Каждая окружность задаётся центром и радиусом. Для двух окружностей удобно обозначать центры O_1 и O_2 , радиусы R и r , а также расстояние между центрами d .

2 Три главные величины

Именно сравнение d с суммой $R + r$ и разностью $|R - r|$ позволяет определить, будут ли окружности далеко друг от друга, касаться или пересекаться.

3 Основа для задач

Эти обозначения используют в чертежах, координатных задачах и при проверке ответов. Без них невозможно быстро определить число общих точек и правильно описать рисунок.

ОКРУЖНОСТИ, КОТОРЫЕ НЕ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ

— Нет общих точек

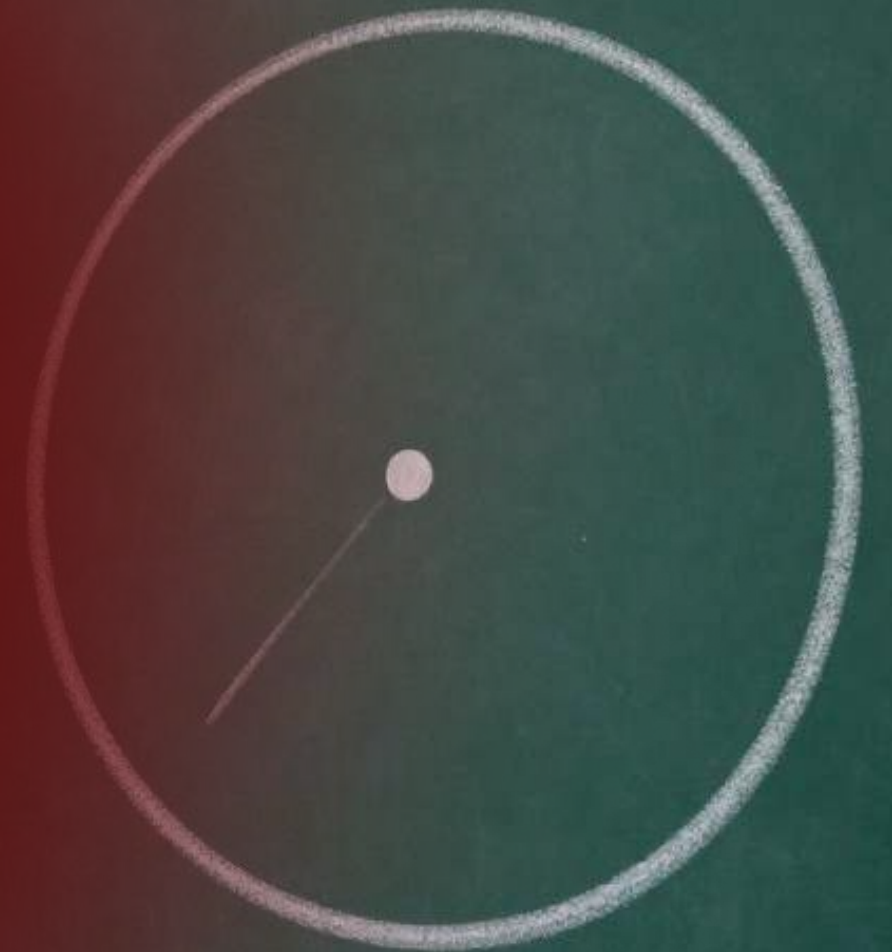
Если расстояние между центрами больше суммы радиусов, окружности находятся отдельно. Между ними есть промежуток, и их границы нигде не соприкасаются.

— Как выглядит чертёж

На рисунке удобно показать две разнесённые окружности, отметить центры, радиусы и отрезок d . Такой чертёж помогает сразу увидеть, что пересечения быть не может.

— Проверка условия

Для этого случая важно именно сравнение d и $R + r$. Если d строго больше суммы радиусов, окружности не имеют ни одной общей точки.



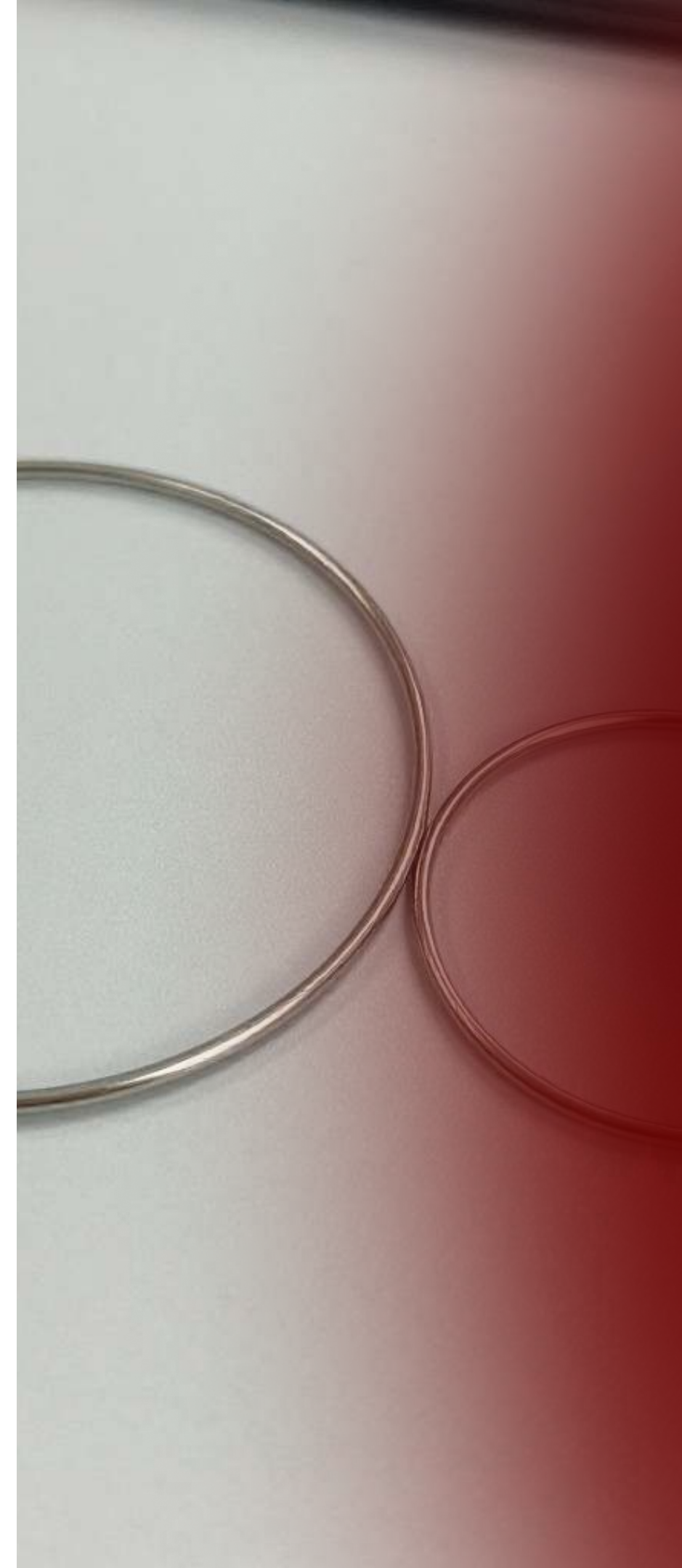
ВНЕШНЕЕ КАСАНИЕ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

1 Одна точка соприкосновения

Когда расстояние между центрами равно сумме радиусов, окружности касаются снаружи. Они имеют ровно одну общую точку, но не заходят друг на друга.

2 Особенность случая

Общей внутренней области здесь нет: фигуры лишь соприкасаются границами. Это один из самых простых случаев, который легко узнать по равенству $d = R + r$.



СВЯЗЬ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ И ЧИСЛА ОБЩИХ ТОЧЕК

Границы случаев задают переходы между раздельным положением, касанием и пересечением. Сравнение величин работает одинаково для любых радиусов.

Число общих точек меняется только в моменты равенства:
при $d = R + r$ и $d = |R - r|$.

Схема составлена по правилам взаимного расположения окружностей в школьной геометрии.

ВСЕ ОСНОВНЫЕ СЛУЧАИ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ

Условие	Точек	Случай
$d > R + r$	0	внешнее
$d = R + r$	1	касание
$ R - r < d < R + r$	2	пересечение
$d = R - r $	1	внутреннее

Таблица показывает, как по одному сравнению сразу определить положение окружностей и число общих точек.

Два равенства дают касание, строгое неравенство между границами — пересечение, а большие или малые расстояния ведут к отсутствию общих точек.

Обобщение школьных правил для двух окружностей.

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

— Две общие точки

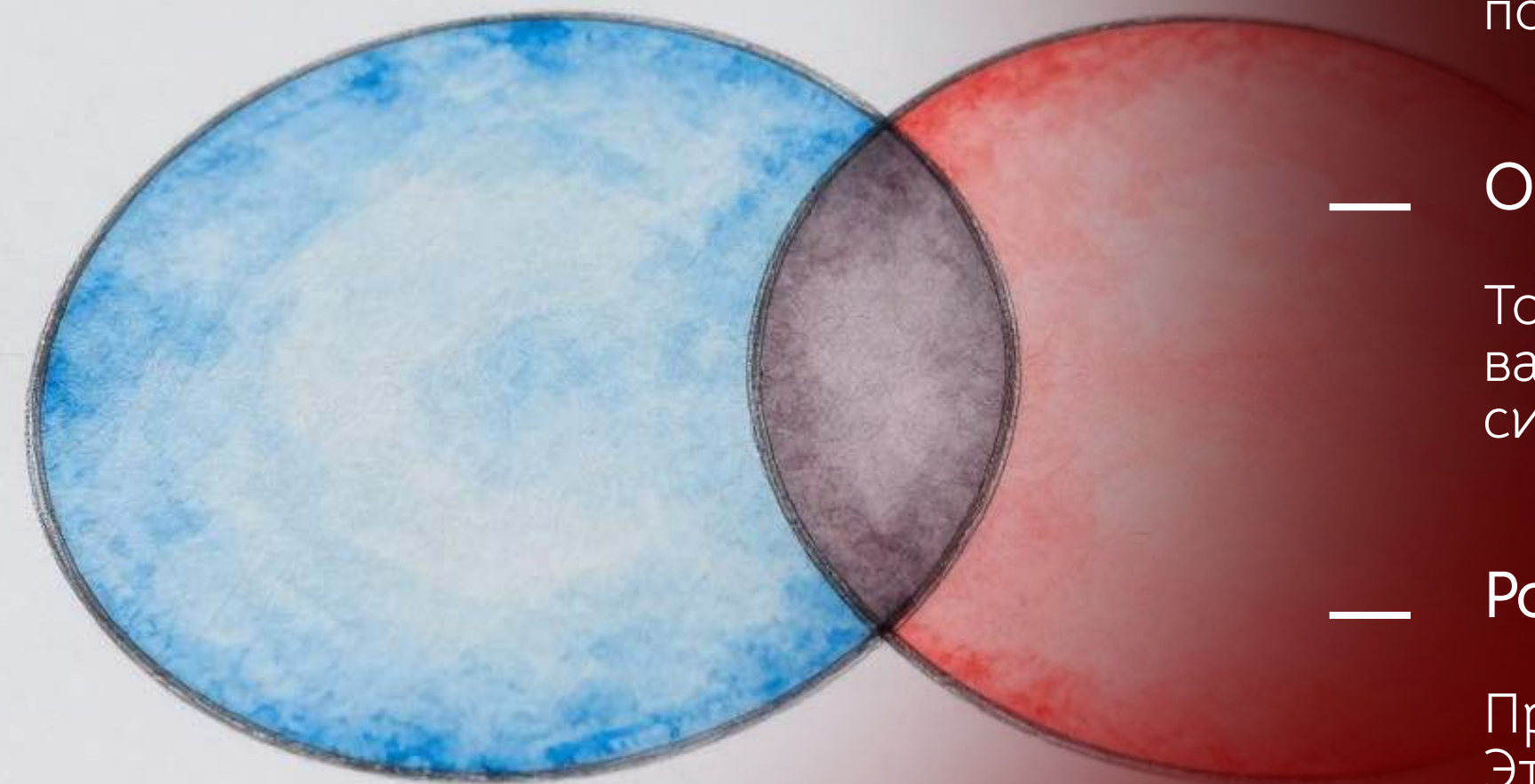
Если расстояние между центрами лежит между разностью и суммой радиусов, окружности пересекаются. В этом случае появляется две точки пересечения, а не одна.

— Общая хорда

Точки пересечения соединяются общей хордой. Она становится важной линией на чертеже, потому что помогает находить симметрию и проверять правильность построения.

— Роль линии центров

Прямая O_1O_2 делит общую хорду пополам и перпендикулярна ей. Это свойство часто используют в задачах на доказательство и при работе с уравнениями окружностей.



ВНУТРЕННЕЕ КАСАНИЕ И ВЛОЖЕННОСТЬ

1 Касание изнутри

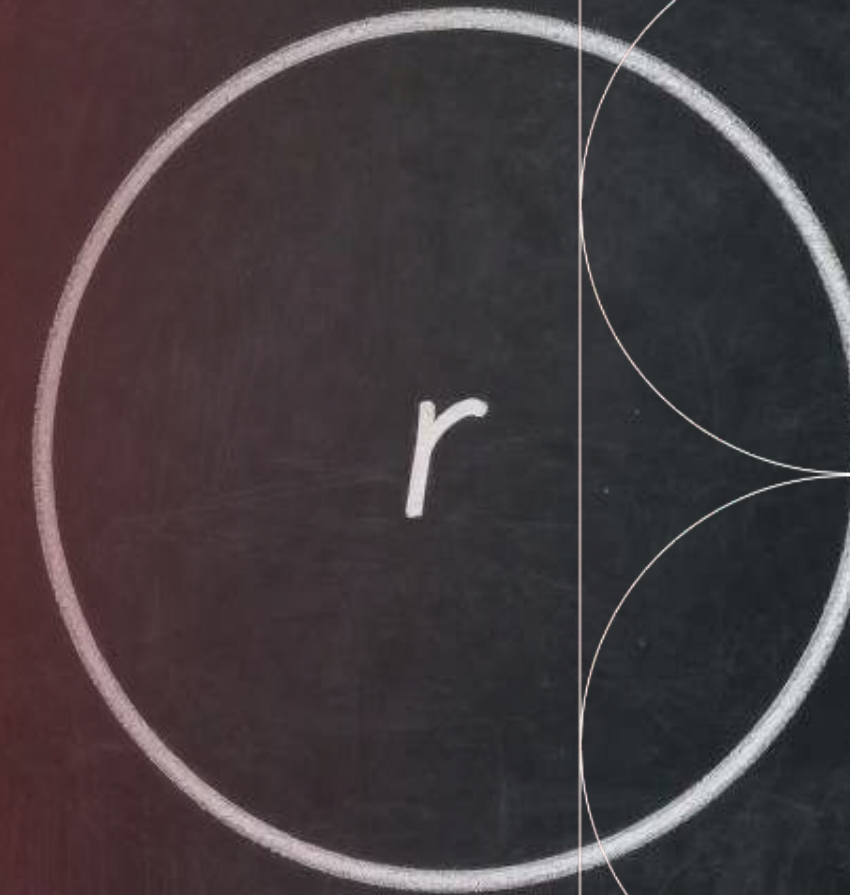
Когда расстояние между центрами равно разности радиусов, меньшая окружность касается большей изнутри. Общая точка только одна, а внутренняя область остаётся общей.

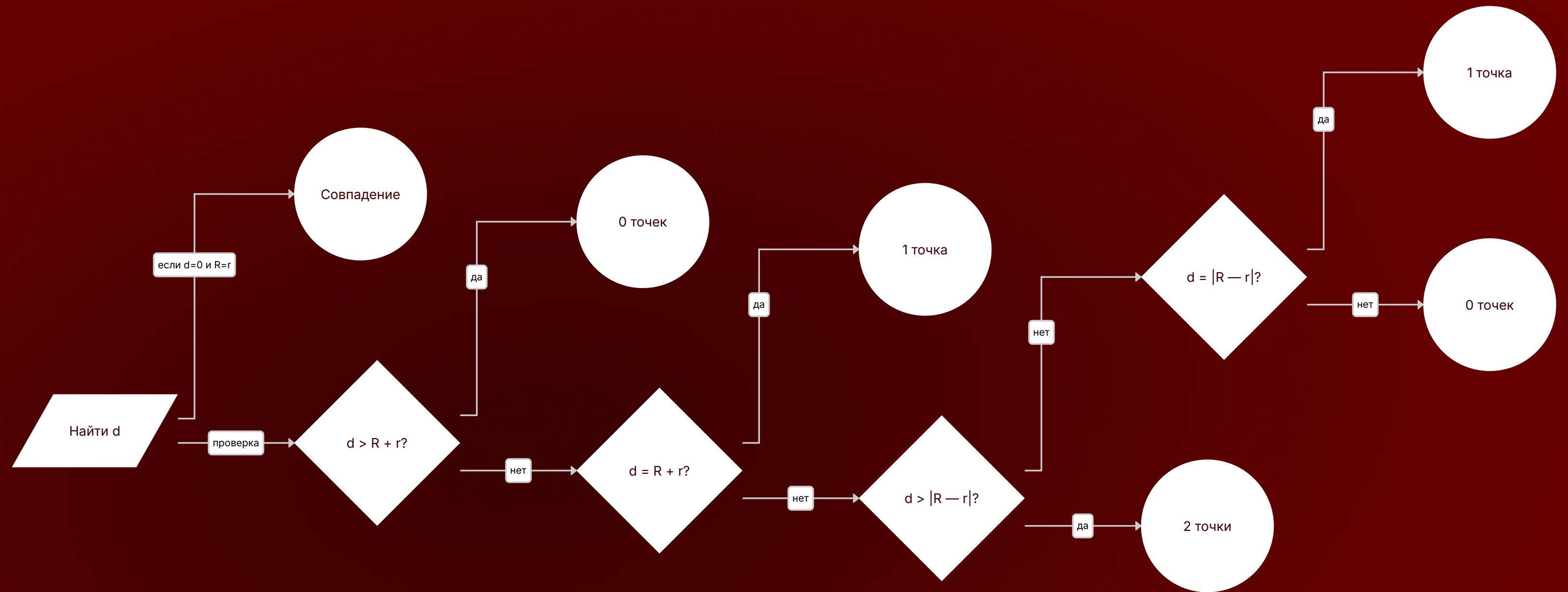
2 Полное вложение

Если расстояние меньше разности радиусов, меньшая окружность целиком помещается внутри большей. При этом общих точек нет, хотя одна фигура находится внутри другой.

3 Как не перепутать

Здесь важно не смешивать внутреннее касание с пересечением. При d меньше $|R - r|$ окружности не пересекаются вовсе, поэтому двух общих точек быть не может.





КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ОКРУЖНОСТЕЙ

Проверка основана на сравнении d , $R + r$ и $|R - r|$.



Две линии, один след

Когда центры окружностей совпадают, а радиусы равны, обе фигуры полностью накладываются друг на друга. На чертеже кажется, что окружность одна, хотя на самом деле их две. Все точки совпадают, поэтому общих точек бесконечно много.



Одна фигура вместо двух

Такой случай удобно представить как два одинаковых кольца, положенных точно одно на другое. Ни одна часть контура не выступает отдельно, и различить окружности невозможно. Именно поэтому в записи условий важно проверять и расстояние между центрами, и радиусы.

СОВПАДАЮЩИЕ ОКРУЖНОСТИ

ЛИНИЯ ЦЕНТРОВ И ОБЩАЯ ХОРДА

1 Почему появляется хорда

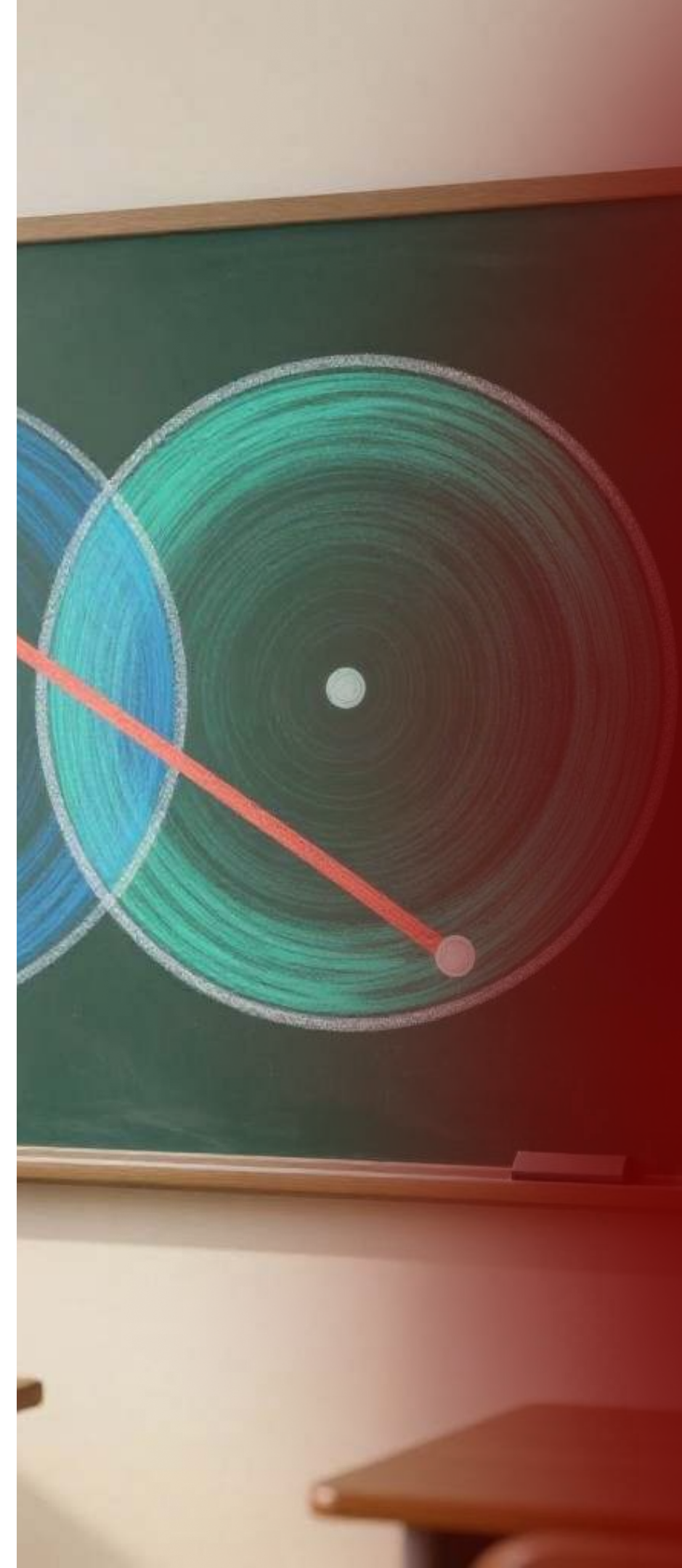
Если две окружности пересекаются, их общая часть образует хорду. Это отрезок, соединяющий точки пересечения, и именно он помогает увидеть, как связаны между собой обе окружности.

2 Роль линии центров

Линия, соединяющая центры O_1O_2 , проходит так, что делит общую хорду пополам. Благодаря этому середину хорды можно найти без лишних построений, а сам чертёж становится понятнее.

3 Проверка решения

Перпендикулярность хорды линии центров — удобный способ проверить ответ в задаче. Если построение выполнено верно, середина хорды лежит на O_1O_2 , а две половины хорды оказываются равными.



КАК НАХОДЯТ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕНТРАМИ ПО КООРДИНАТАМ

1 Записываем координаты

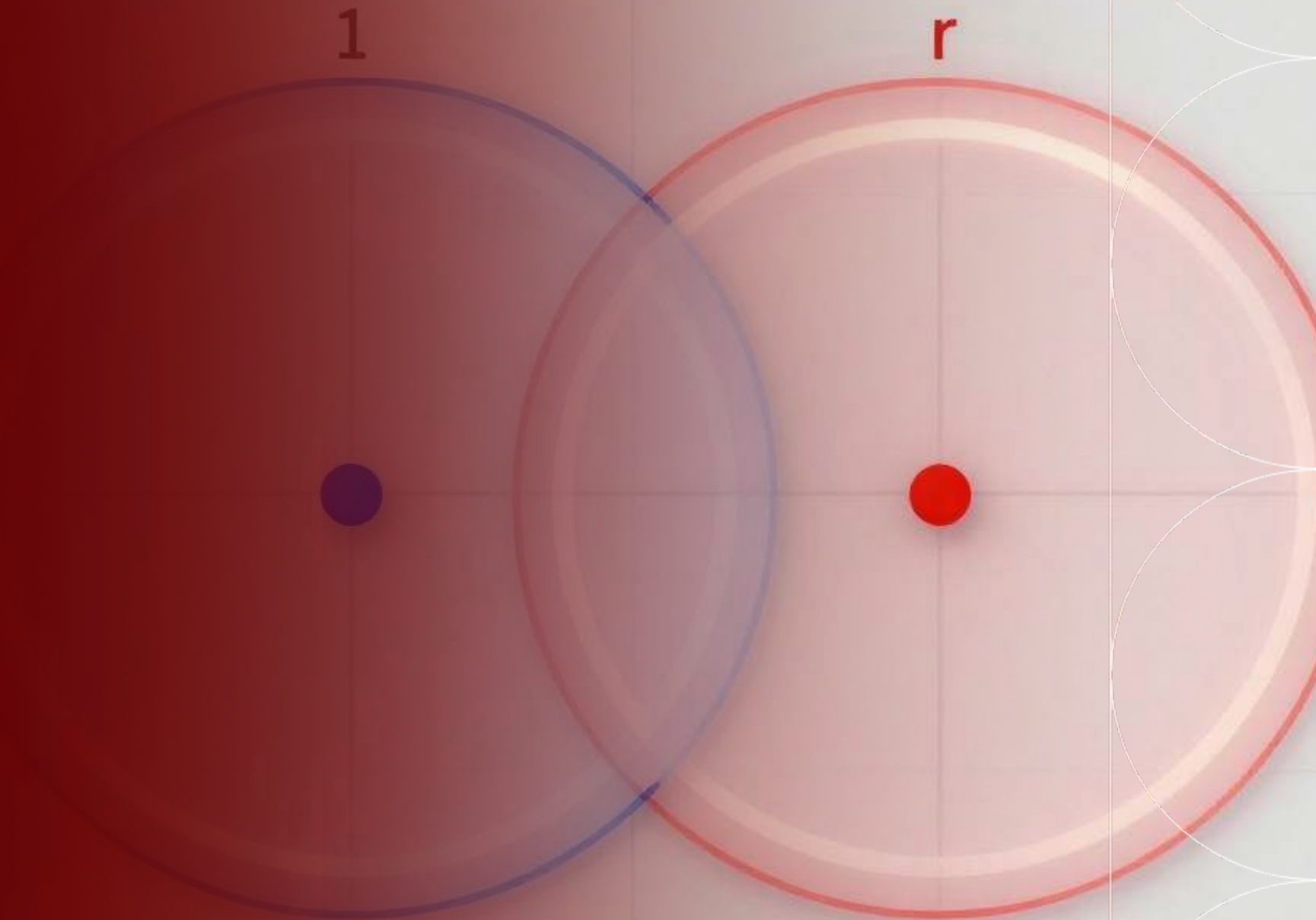
Сначала отмечают координаты центров окружностей: (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Это позволяет перейти от рисунка к точному вычислению и работать уже с числами, а не только с изображением.

2 Находим расстояние

Далее используют формулу расстояния между двумя точками на плоскости: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Полученное значение показывает, насколько далеко находятся центры окружностей друг от друга.

3 Сравниваем величины

После вычисления d сравнивают его с $R + r$ и $|R - r|$. Так становится ясно, сколько общих точек у окружностей и какой именно случай нужно указать в ответе.



8

— это сумма радиусов в примере $R = 5$ и $r = 3$, поэтому при $d = 9$ общих точек нет, при $d = 8$ получается внешнее касание.

Сравнение с этой границей сразу показывает, можно ли построить заданное расположение окружностей.

Сумма радиусов в примере $R = 5$ и $r = 3$

ЧИСЛОВЫЕ ПРИМЕРЫ ДЛЯ ТРЕНИРОВКИ

Примеры помогают быстро сопоставить числа с типом расположения окружностей и числом общих точек.

Одни и те же радиусы дают разные случаи в зависимости от d : ключевыми границами остаются $R + r$ и $|R - r|$.

R	r	d	Случай
5	3	9	нет точек
5	3	8	касание
5	3	6	пересечение
5	3	2	внутр. касание
5	3	1	вложенность

Учебные примеры по теме взаимного расположения окружностей

СИММЕТРИЯ В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

1 Общая хорда

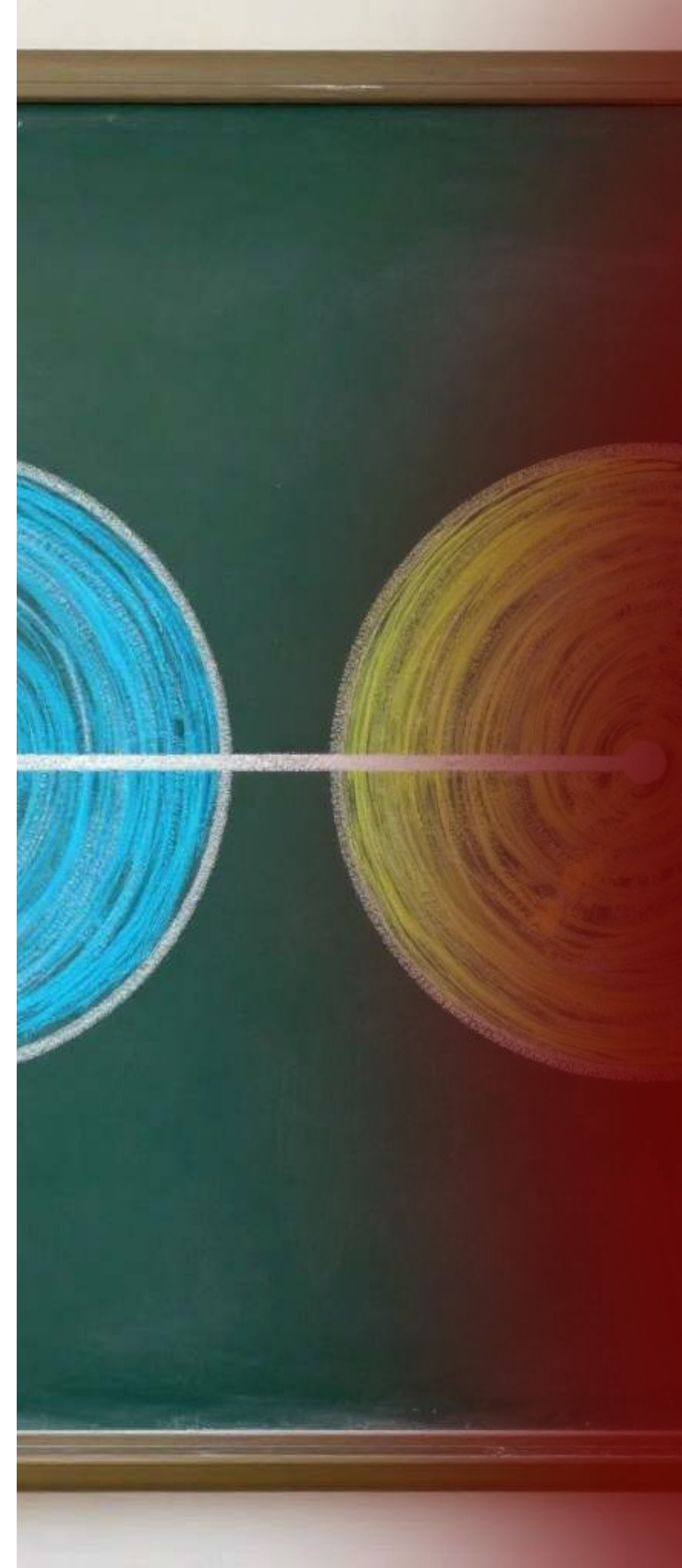
При пересечении двух окружностей точки пересечения соединяются общей хордой. Она расположена так, что её середина лежит на линии центров, а сама хорда перпендикулярна этой линии.

2 Удобство для построения

Это свойство позволяет аккуратно строить чертёж и находить нужные точки без догадок. Достаточно провести линию центров и отметить на ней середину хорды, чтобы проверить симметрию.

3 При касании

Если окружности касаются, общая касательная в точке касания перпендикулярна радиусам обеих окружностей. На рисунке это удобно показать знаками прямого угла и подписями центров.



ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ В ЗАДАЧАХ

Путают две границы

Часто ученики смешивают условия $d = R + r$ и $d = |R - r|$. Из-за этого внешний и внутренний случай называют неправильно, хотя у них разное число общих точек.

Не проверяют обе величины

Иногда смотрят только на сумму радиусов и забывают о разности. Тогда легко пропустить внутреннее касание или вложенность, где именно $|R - r|$ задаёт нужную границу.

Неверно читают вложенность

При $d < |R - r|$ окружности не пересекаются, а одна находится внутри другой. Ошибка возникает, когда этот случай принимают за пересечение, хотя общих точек здесь нет.

СКОЛЬКО ОБЩИХ ТОЧЕК БЫВАЕТ У ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

Одна и та же пара окружностей
может давать разные ответы,
если изменяются расстояние
между центрами и радиусы.

Поэтому сначала всегда
проверяют условия, а потом
делают вывод.

Больше всего вариантов связано
с нулём и одной общей точкой;
совпадение встречается отдельно
и сразу выделяется как особый
случай.

*Сводка по всем случаям взаимного расположения двух
окружностей*

КАК БЫСТРО РЕШАТЬ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ

1

1. Выписать данные

Сначала записывают радиусы R и r , а также расстояние между центрами d . Без этих величин невозможно определить тип взаимного расположения окружностей.

2

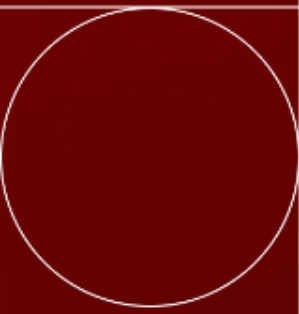
2. Сравнить значения

Затем сравнивают d сначала с $R + r$, а если нужно, то и с $|R - r|$. Это сразу отделяет касание, пересечение, вложенность и совпадение.

3

3. Сделать вывод

После сравнения называют число общих точек и нужный случай. В более сложных задачах дополнительно используют координаты центров, уравнения окружностей и свойства общей хорды.



ГЛАВНЫЙ ВЫВОД ПО ТЕМЕ

Сравнение d с $R + r$ и $|R - r|$ позволяет без лишних вычислений определить любой случай взаимного расположения окружностей. Эта схема делает решение задач точным, быстрым и понятным.