

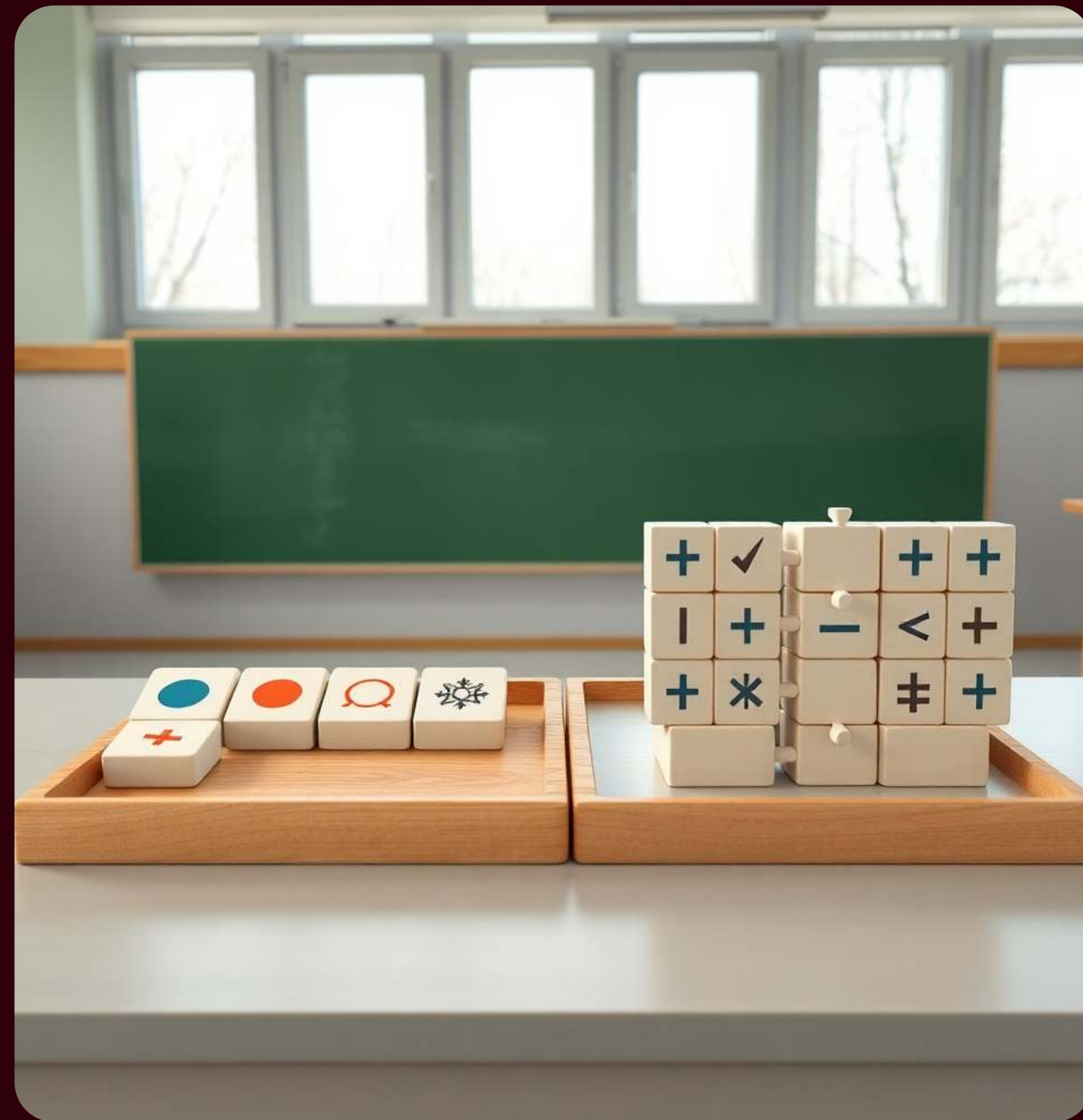


Учим превращать многочлены в произведение

Разложение многочленов на множители

Почему это важно в алгебре

Разложение на множители делает выражения короче и понятнее: помогает считать быстрее, находить корни уравнений и проверять ответы. В 7 классе начинают с простых примеров и постепенно переходят к более сложным.



Что такое многочлен и множители

Многочлен

Многочлен составлен из нескольких одночленов, которые соединены знаками сложения или вычитания. В нём могут быть числа, буквы и степени, но все части сохраняют форму алгебраического выражения.

Множители

Множители — это выражения, произведение которых даёт исходный многочлен. Если $6x + 12$ записать как $6(x + 2)$, то 6 и $(x + 2)$ становятся множителями этого выражения.

Смысл преобразования

При разложении исходная запись не меняется по значению, а только представляется в другом виде. Это удобно, потому что произведение часто проще использовать в вычислениях и решении задач.



Вынесение общего множителя

- **Общий множитель**

Общий множитель присутствует в каждом слагаемом многочлена. Это может быть число, буква или их произведение. Его удобно выносить за скобки, чтобы сократить запись выражения.

- **Числовая часть**

Сначала находят число, на которое делятся все коэффициенты. Например, в $9a^2 + 6a$ таким числом будет 3. После этого легче увидеть полную общую часть выражения.

- **Буквенная часть**

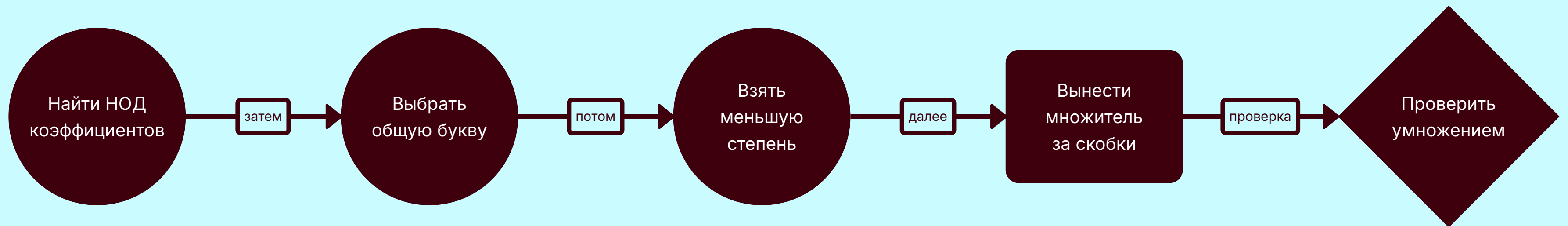
Если в каждом слагаемом есть одна и та же буква, выбирают её с наименьшей степенью. Так в $9a^2 + 6a$ общей буквенной частью будет a .

- **Пример разложения**

После вынесения общего множителя получаем $9a^2 + 6a = 3a(3a + 2)$. Такой приём полезен, потому что позволяет сразу увидеть структуру многочлена и проверить результат умножением.

Как вынести общий множитель

Последовательность действий на примере $12x^2 + 18x = 6x(2x + 3)$



Разложение способом группировки



01 Когда подходит

Группировка помогает, если в многочлене четыре или больше слагаемых. Выражение удобно разбить на пары так, чтобы в каждой группе появился общий множитель.

02 Разложить по частям

Сначала выносят общий множитель из каждой группы отдельно. После этого в обеих частях должна появиться одинаковая скобка, которую можно выделить как общий множитель.

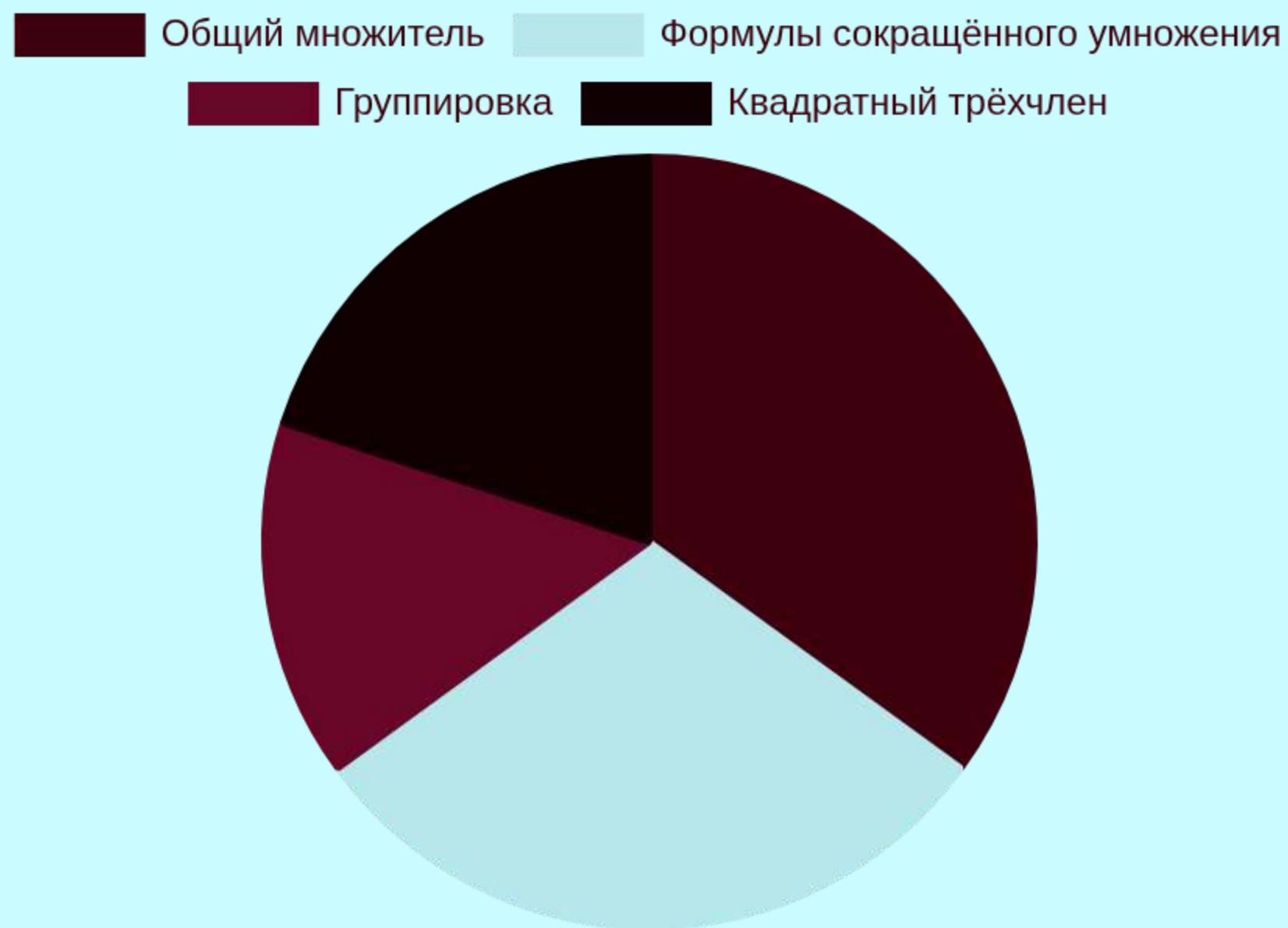
03 Общая скобка

Именно повторяющаяся скобка делает возможным следующий шаг. Если она совпала, выражение переписывают как произведение двух новых множителей, что значительно упрощает запись.

04 Пример метода

В выражении $ax + ay + bx + by$ сначала получают $a(x + y) + b(x + y)$, а затем $(a + b)(x + y)$. Здесь видно, как две группы превращаются в одно произведение.

Какие способы встречаются чаще



На схеме показано, что в школьных заданиях чаще всего используют простые и быстрые приёмы, особенно общий множитель и знакомые формулы.

Самые доступные для 7 класса способы — вынесение общего множителя и формулы; группировка и квадратный трёхчлен требуют больше шагов.

Формулы сокращенного умножения

Разность квадратов

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ применяется, когда между двумя квадратами стоит минус. Она позволяет сразу заменить разность произведением двух скобок.

01

Квадрат суммы

Если многочлен имеет вид $a^2 + 2ab + b^2$, его можно записать как $(a + b)^2$. Здесь важно заметить не только квадраты, но и удвоенное произведение в середине.

02

Квадрат разности

Выражение $a^2 - 2ab + b^2$ соответствует формуле $(a - b)^2$. Чтобы не ошибиться, нужно внимательно проверить знак среднего члена и совпадение крайних членов.

03

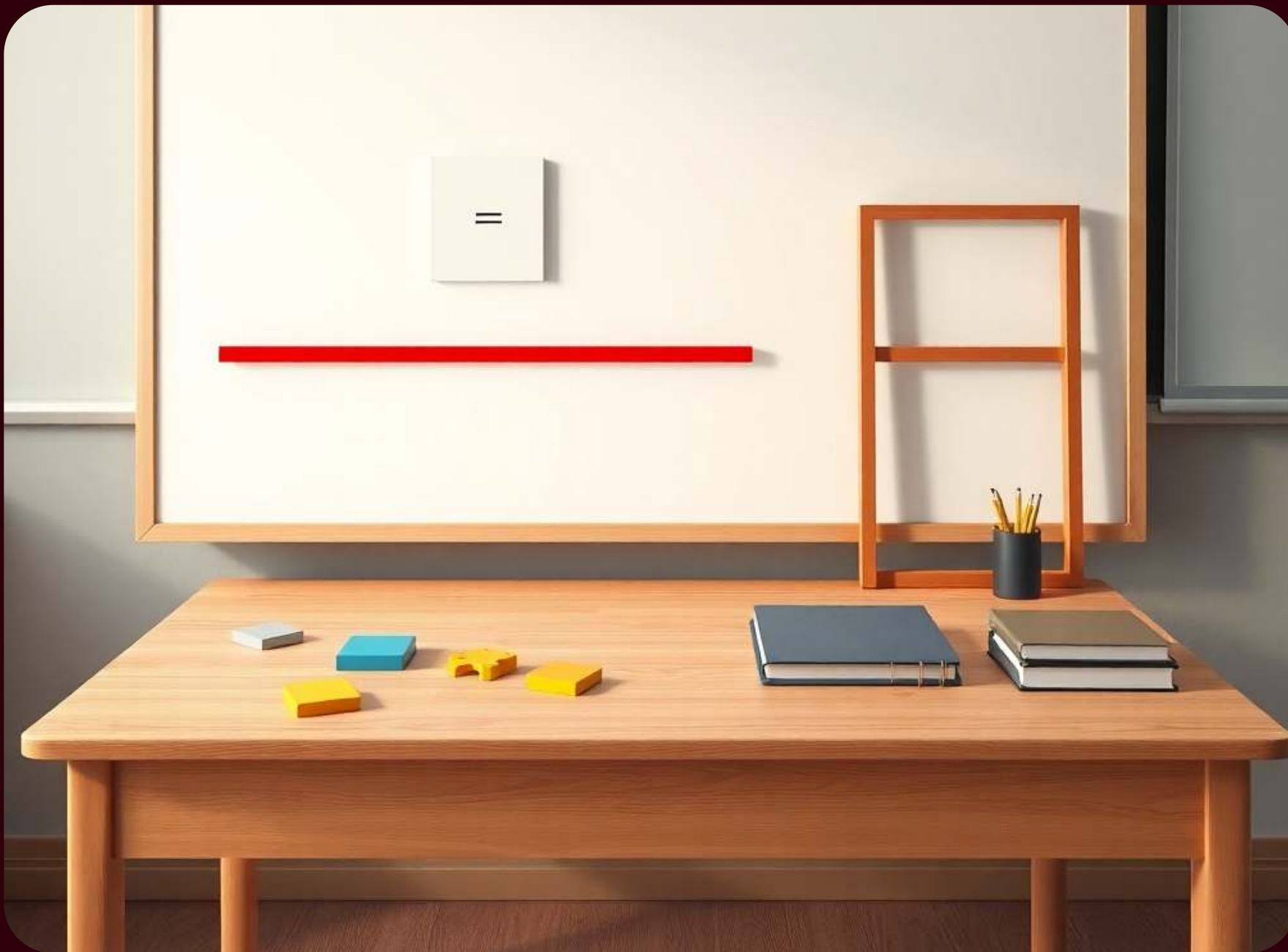
Три главные формулы и примеры

Вид	Шаблон	Пример
Разность квадратов	$a^2 - b^2$	$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
Квадрат суммы	$a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
Квадрат разности	$a^2 - 2ab + b^2$	$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

В таблице показано, как по виду многочлена быстро определить подходящую формулу и сразу записать разложение.

Если многочлен совпадает с шаблоном формулы, разложение выполняется сразу и без длинных преобразований.

Разность квадратов на примерах



Узнаём шаблон

Разность квадратов состоит из двух квадратов, между которыми стоит знак минус. Такой вид легко заметить в выражениях $49y^2 - 1$ и $4a^2 - 25$.

Разлагаем на множители

По формуле получаем $49y^2 - 1 = (7y - 1)(7y + 1)$ и $4a^2 - 25 = (2a - 5)(2a + 5)$. Здесь каждая скобка содержит один и тот же набор чисел, но с разными знаками.

Квадрат суммы и квадрат разности



01 Распознаём по трём членам

Эти формулы удобно искать в многочлене из трёх слагаемых, где первый и последний члены являются квадратами, а средний связан с ними через удвоенное произведение.

02 Смотрим на знак

Если между квадратами стоит минус, это обычно разность квадратов. Когда же все три члена связаны положительным или отрицательным средним членом, нужно проверить квадрат суммы или разности.

03 Проверяем шаблон

Например, $x^2 + 8x + 16$ раскладывается как $(x + 4)^2$, а $x^2 - 12x + 36$ — как $(x - 6)^2$. Проверка раскрытием скобок подтверждает ответ.

Какие виды разложения встречаются чаще

Общий множитель Формулы сокращённого умножения
Группировка Квадратный трёхчлен

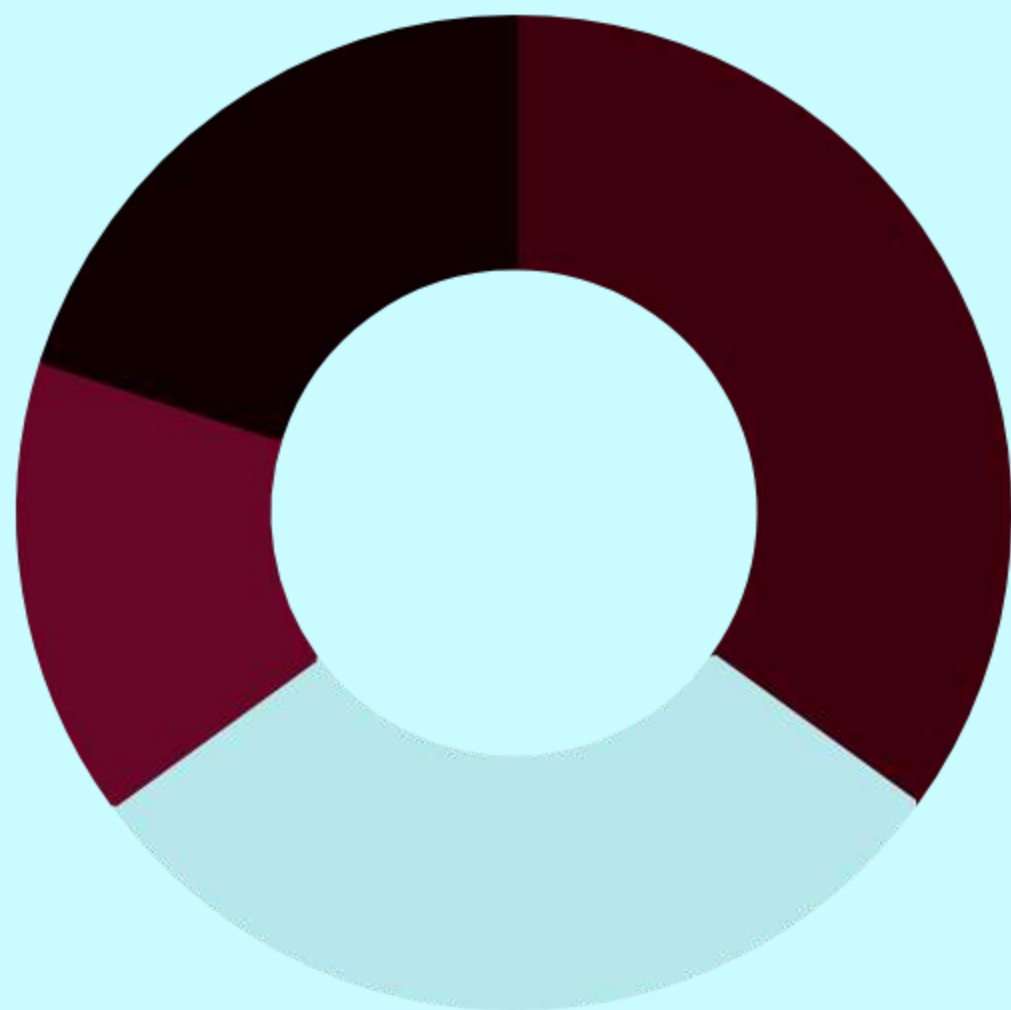


Диаграмма показывает, какие приёмы чаще используются в школьных заданиях 7 класса и какие из них требуют большего числа шагов.

Чаще всего встречаются общий множитель и стандартные формулы; группировка и квадратный трёхчлен обычно относятся к более сложным примерам.

Разложение квадратного трехчлена



Вид выражения

Квадратный трёхчлен имеет форму $ax^2 + bx + c$. Для разложения важно сначала увидеть, что перед нами именно выражение этого вида, а не сумма нескольких разных частей.



Сумма и произведение

При $a = 1$ ищем два числа, которые в сумме дают b , а в произведении — c . Это помогает быстро перейти от многочлена к произведению двух скобок.



Учитываем знаки

Если числа отрицательные, особенно важно правильно поставить знаки в скобках. Ошибка в одном знаке меняет весь результат, поэтому ответ всегда полезно проверить раскрытием скобок.

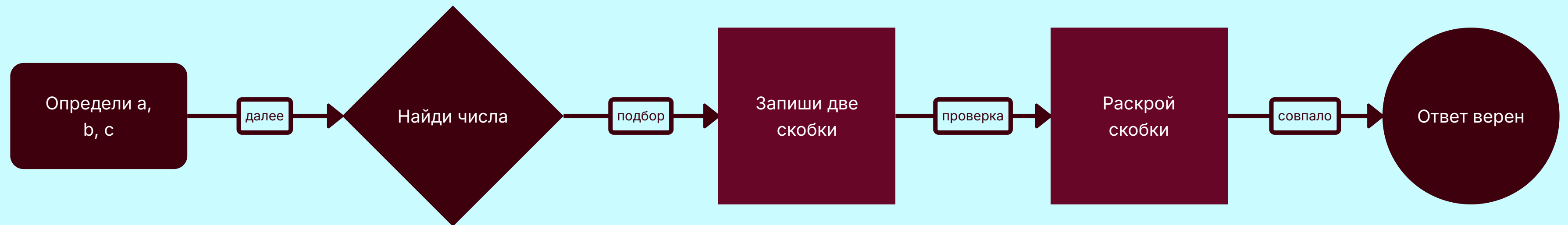


Проверяем ответ

Для примера $x^2 + 5x + 6$ получается $(x + 2)(x + 3)$. Проверка показывает, что после умножения снова выходит исходный трёхчлен, значит разложение верно.

Алгоритм разложения квадратного трехчлена

Последовательность шагов основана на подборе чисел и последующей проверке умножением.



Проверка разложения умножением

Сопоставь исходное выражение с раскрытием скобок и убедись, что получен тот же многочлен.

Если результат раскрытия полностью совпадает с исходным выражением, разложение выполнено правильно; любое расхождение сразу указывает на ошибку.

Исходное	Множители	Проверка
x^2+5x+6	$(x+3)(x+2)$	x^2+5x+6
$2x^2+7x-4$	$(2x-1)(x+4)$	$2x^2+7x-4$

Типичные ошибки при разложении

- **Не вынесли общий множитель**

Иногда выражение можно упростить сразу, но этот шаг пропускают и переходят к более сложным приёмам. Из-за этого ответ получается длиннее и может стать неверным.

- **Путают знаки**

При раскрытии скобок знак минус часто относят не ко всем членам. В результате меняется коэффициент или свободный член, и исходный многочлен уже не восстанавливается.

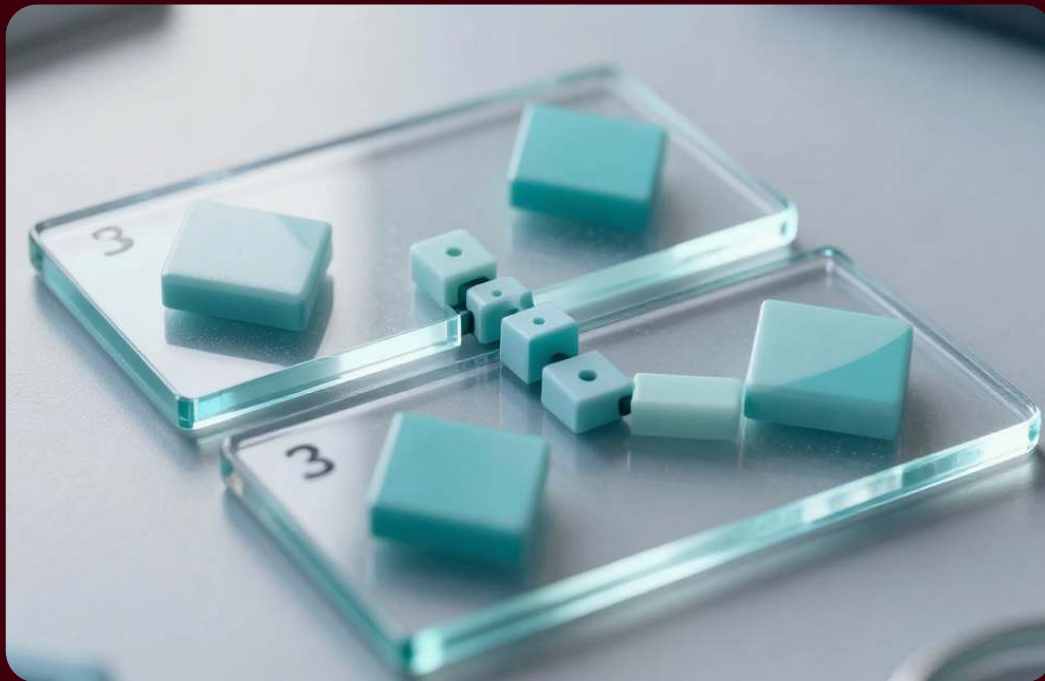
- **Неверно подбирают числа**

В квадратном трёхчлене важно одновременно соблюсти сумму и произведение. Если подходит только одно условие, разложение не совпадает с исходным выражением.

- **Не делают проверку**

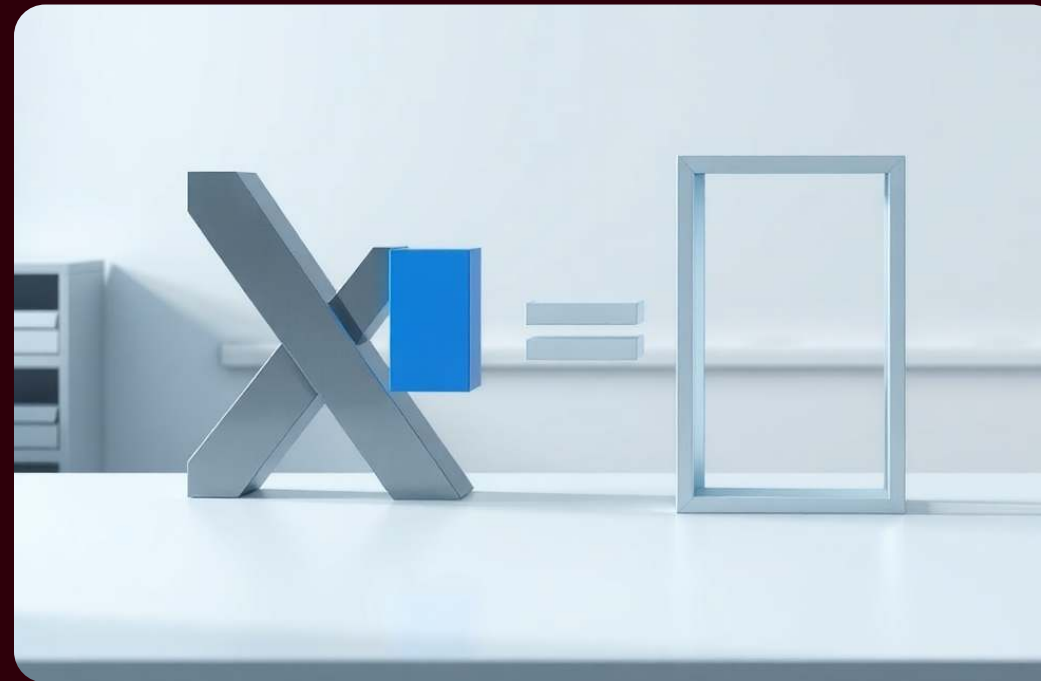
Проверка умножением помогает заметить ошибку до записи ответа. Это особенно полезно в заданиях, где похожие формулы легко перепутать между собой.

Где используется разложение на множители



Сокращение дробей становится проще

Когда числитель и знаменатель можно разложить на множители, дробь часто сокращается быстрее и аккуратнее. Такой приём помогает избежать лишних вычислений и увидеть общий множитель сразу.



Уравнение превращается в произведение

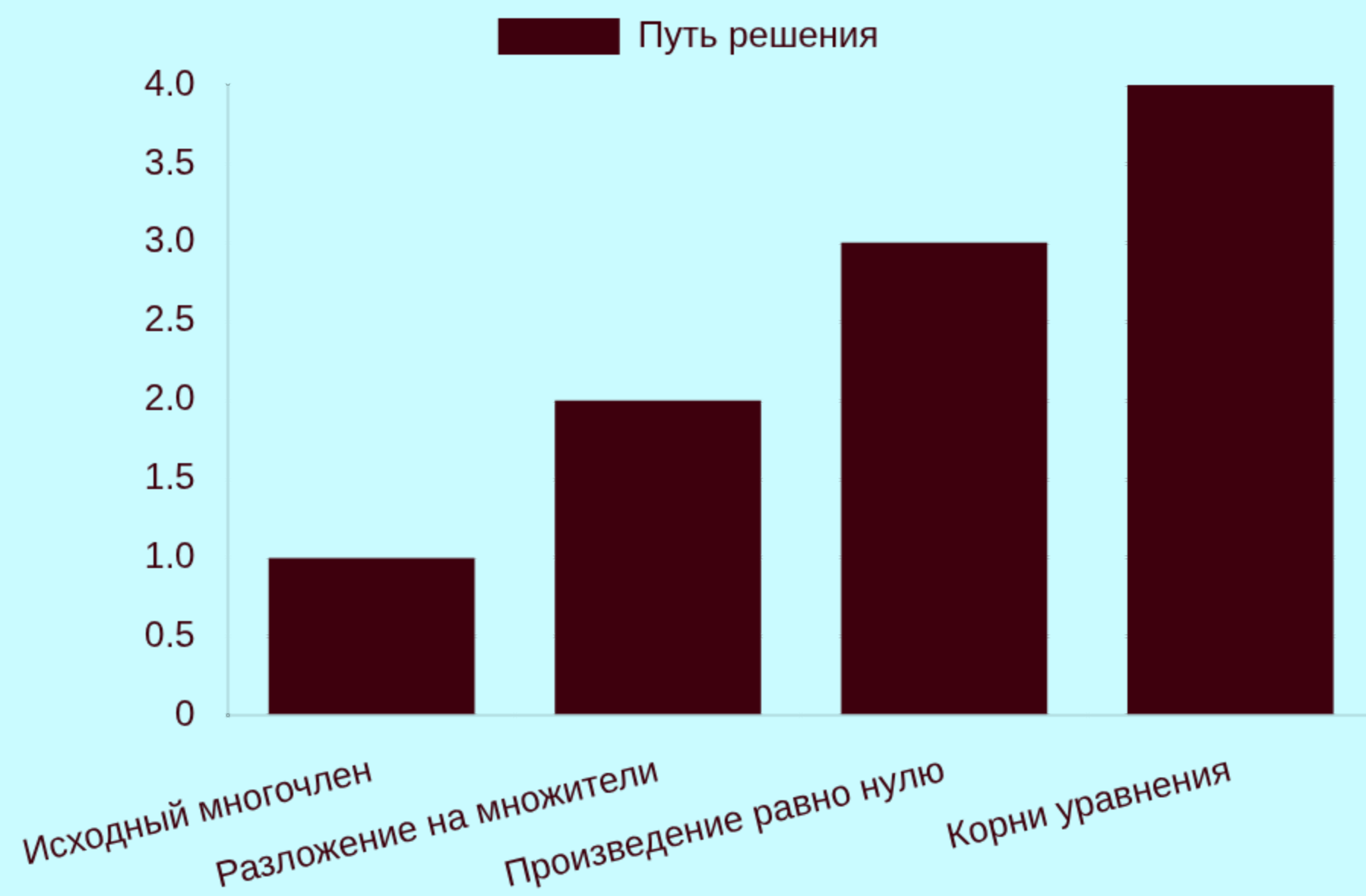
В выражении $x^2 - 9 = 0$ сначала замечают разность квадратов, а затем получают $(x - 3)(x + 3) = 0$. После этого остаётся найти значения, при которых произведение равно нулю.



Удобный способ проверки вычислений

Разложение помогает не только решать, но и проверять себя. Если после умножения скобок получается исходный многочлен, значит преобразование выполнено правильно, а ответ можно считать надёжным.

От многочлена к решению уравнения



Переход от записи в виде суммы к произведению позволяет применить свойство нулевого произведения и сразу искать значения переменной.

Разложение превращает уравнение в несколько простых шагов: сначала факторизация, затем отдельное решение каждого множителя.

Краткая памятка для проверки

1. Ищем общий множитель

Сначала проверь, можно ли вынести число, букву или их сочетание за скобки. Это самый быстрый и частый первый шаг.

2. Узнаём знакомую формулу

Если общий множитель не подходит, посмотри, не напоминает ли выражение разность квадратов или квадрат суммы и разности.

3. Пробуем группировку

Для длинных многочленов разбей слагаемые на пары и вынеси общий множитель из каждой группы. Одинаковая скобка покажет верный путь.

4. Проверяем раскрытием скобок

После разложения обязательно умножь скобки обратно. Если получится исходный многочлен, ответ можно считать верным.

Разложение делает выражение понятнее

Разложение многочленов на множители помогает упростить вычисления, находить корни уравнений и быстрее проверять ответы. Важно не только выбрать правильный способ, но и всегда делать проверку.