

Координаты и векторы: как описывать положение и движение

Координаты точно задают место, а векторы показывают путь: направление и длину.



Зачем нужны координаты и векторы

Координатный способ записи возник, чтобы однозначно описывать местоположение — как на картах. Система названа в честь Рене Декарта. В жизни координаты встречаются в GPS и графике, а векторы помогают описывать путь и направление движения.



Координаты точки на плоскости

Точка на плоскости задаётся парой чисел $(x; y)$. Число x показывает, сколько клеток точка смещена по горизонтали относительно Ox , а число y — по вертикали относительно Oy .

1

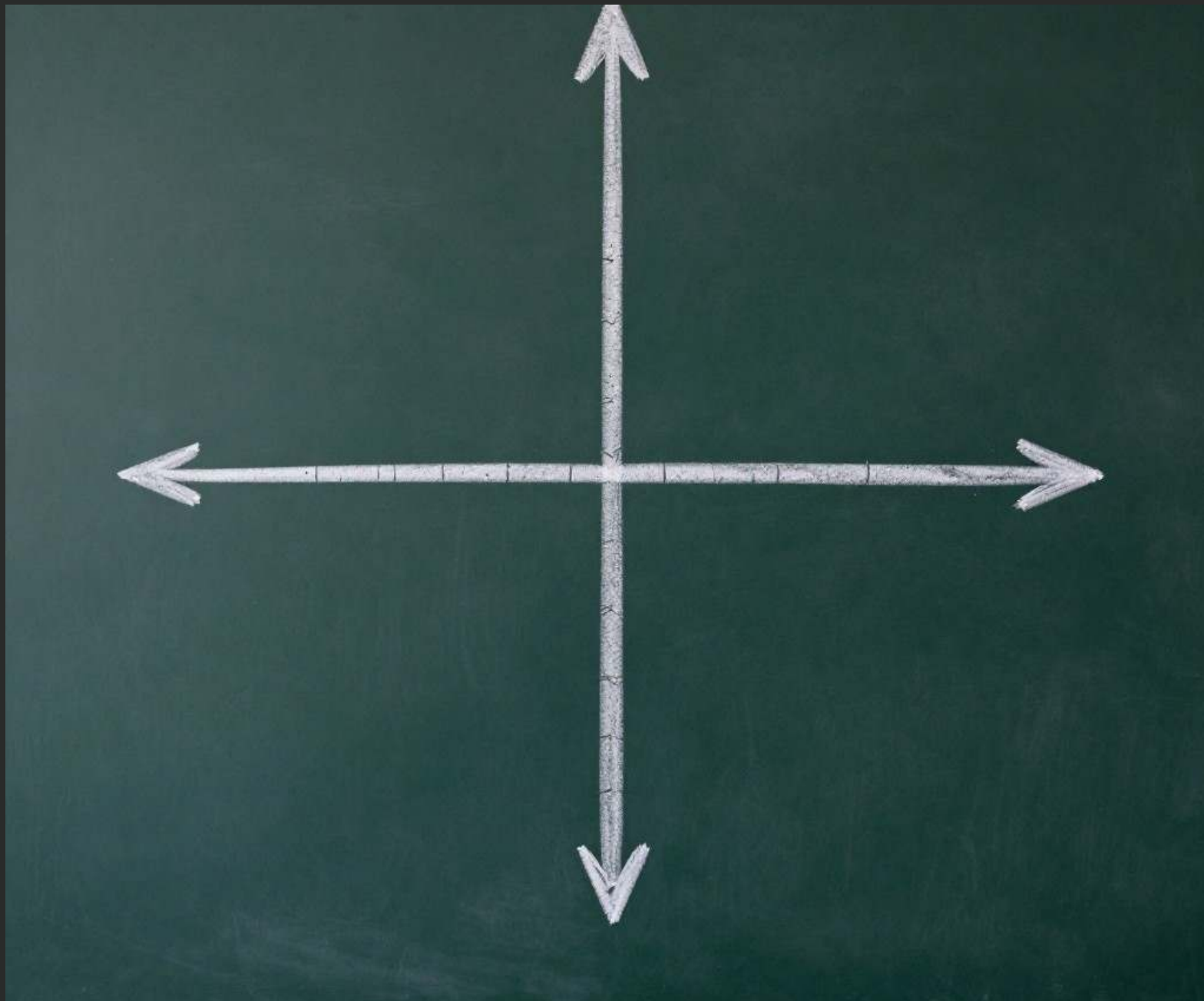
Начало координат отмечают точкой $(0; 0)$: там, где оси пересекаются. Если x равен нулю, точка лежит на оси Oy , а если y равен нулю — на оси Ox .

2

Знаки координат подсказывают четверть: I — $(+; +)$, II — $(-; +)$, III — $(-; -)$, IV — $(+; -)$. Это помогает быстро понять, где именно находится точка.

3

Координатная плоскость и её элементы



Оси и начало координат

Координатная плоскость состоит из двух взаимно перпендикулярных осей: Ox и Oy . Точка их пересечения называется началом координат и имеет координаты $(0; 0)$.

Масштаб и разметка

Чтобы числа имели смысл, на рисунке указывают единичный отрезок — масштаб. По нему откладывают координаты при построении точек. Обычно также отмечают деления и четыре четверти.

Четверти координатной плоскости и знаки координат

Положение точки можно определить по знакам x и y : одинаковые знаки означают одну и ту же четверть.

Знаки служат быстрым ориентиром: не нужно сразу измерять расстояния по осям, достаточно прочитать "плюс" или "минус".

Логическое следствие из определения четвертей на координатной плоскости: I ($x > 0, y > 0$), II ($x < 0, y > 0$), III ($x < 0, y < 0$), IV ($x > 0, y < 0$).

Если точки лежат на одной горизонтальной или вертикальной прямой, расстояние считают как модуль разности соответствующих координат.

6

Расстояние между точками $A(2; 5)$ и $B(8; 5)$ равно 6.

Заданный в условии пример: $A(2; 5)$, $B(8; 5)$.

Основные формулы по теме

Сущность	Формула
Середина M	$((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$
Длина AB	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
Вектор AB	$(x_2-x_1; y_2-y_1)$

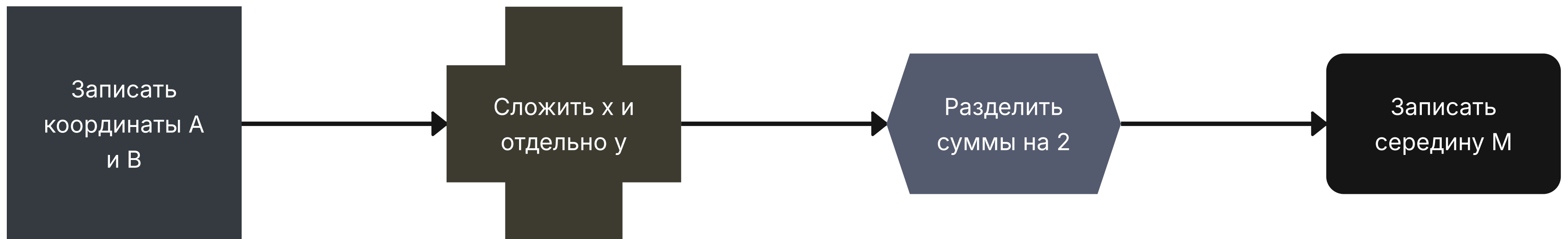
Программа и базовые определения аналитической геометрии на координатной плоскости.

Формулы помогают находить середину отрезка, длину отрезка и координаты вектора по двум точкам, а также связывают равные векторы с их координатами.

Одни и те же координатные разности “работают” и для движения (вектор), и для расстояния (длина), и для средней точки.

Как находят середину отрезка по координатам

Дано: концы отрезка $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Нужно найти M .



Что такое вектор

1 Вектор изображают стрелкой: его начало показывает старт, а конец — куда направлено перемещение. По стрелке сразу видно "в какую сторону" происходит движение.

2 Длина вектора называется модулем. Длиннее стрелка — больше перемещение. Модуль всегда рассматривают как величину без знака.

3 У равных векторов совпадают и направление, и длина. Поэтому их координаты и стрелка "лежат одинаково" по смыслу перемещения.

4 Нулевой вектор имеет начало и конец в одной точке: его длина равна 0. Он как бы "не сдвигает" объект с места.

Координаты вектора по двум точкам

Если точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ равны $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Здесь вычитают координаты начала из координат конца.

Так можно "прочитать" направление стрелки: первая координата отвечает за сдвиг по горизонтали, а вторая — по вертикали. На рисунке полезно показать стрелку от A к B на клетчатой сетке.



Сложение векторов по правилу треугольника

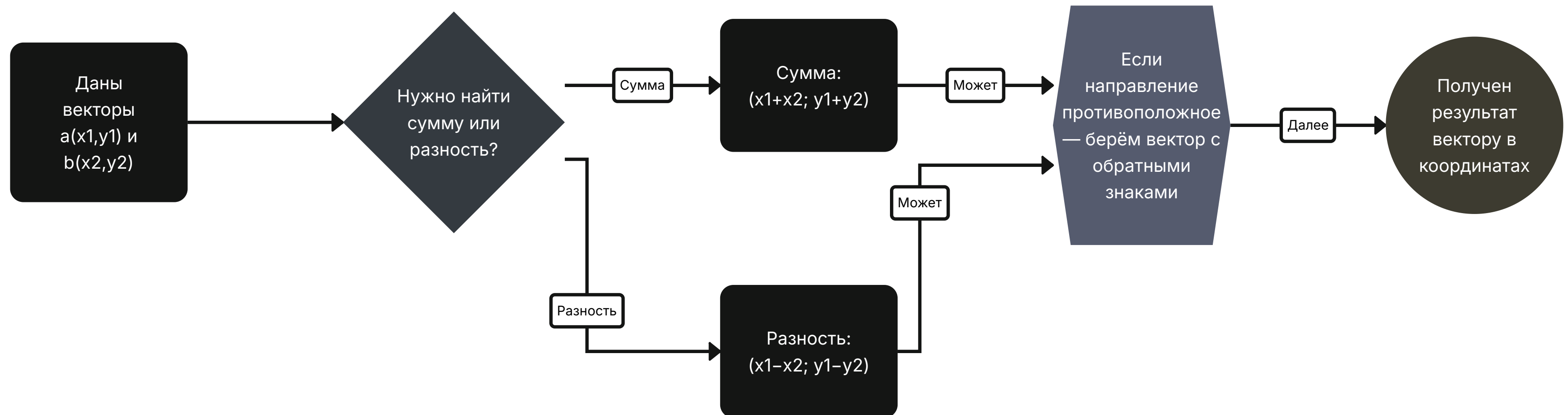
Если два последовательных перемещения заданы векторами, то их сумма равна вектору от начала первого к концу второго, показывая итоговую «дорогу».

Получается единый вектор итогового смещения: порядок следования частей движения важен, потому что меняется конечная точка.

Учебная модель (схема правила треугольника), без внешних данных.

Координаты суммы и разности векторов

Алгоритм: используем координаты как числа и выполняем действия по формулам $(x1 \pm x2; y1 \pm y2)$.



Длина вектора — это расстояние от его начала до конца. Поэтому формула $\sqrt{a^2+b^2}$ работает и для вектора, и для расстояния между точками.

5

Если компоненты равны 3 и 4, то длина вектора получается по правилу прямоугольного треугольника.

Пример из школьной геометрии: вектор (3; 4).

Примеры вычислений координат и векторов

Задание	Ответ	Используемая формула
$A(-2; 1), B(4; 1)$	6	$ x_2 - x_1 $
$A(1; 2), B(5; 6)$	$M(3; 4)$	$(x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2$
$AB: A(0; 0), B(4; 4)$	$(4; 4)$	$(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$
$AB: (4; 4)$	$4\sqrt{2}$	$\sqrt{a^2 + b^2}$

Короткие задания показывают, как те же координаты дают и расстояние, и середину, и параметры вектора.

Одинаковые координаты преобразуются в разные величины: положение (середина), расстояние и характеристики движения (вектор и его длина).

Расчёты по формулам из школьной программы, без внешних источников.

Где в жизни встречаются координаты и векторы



Навигация и карты

На карте точку можно задать координатами, а движение описать вектором: куда и насколько сместится объект. Это помогает проложить маршрут и уточнить позицию при поворотах.



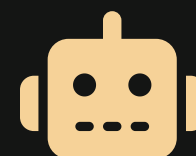
Игры и компьютерная графика

Персонажи перемещаются по сетке или в пространстве, а их направление задают векторами скорости. Координаты задают расположение на сцене, а формулы помогают вычислять траектории.



Физика и сила

Вектор удобно использовать, когда важно знать и направление, и величину. Так описывают скорость, перемещение и силу, а вычисления сводятся к работе с координатами.



Роботы и беспилотники

План движения часто задают последовательностью смещений. Координаты нужны, чтобы точно определить старт и цель, а векторы — чтобы задать направление каждого шага пути.

Области применения координат и векторов

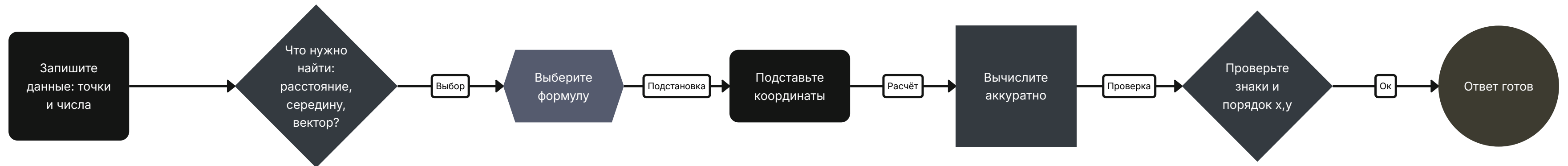
В прикладных задачах вектор помогает перейти от «где находится объект» к «как он движется»: задаются смещение, направление и путь по плоскости.

Чаще всего координаты и векторы нужны там, где одновременно важны точность положения и понимание направления изменения.

Обобщение учебных применений (без конкретных статистических данных).

Как решать задачи по координатам: пошаговый алгоритм

Схема отражает типовую последовательность действий в школьных задачах на точки, расстояния и векторы.



Типичные ошибки при работе с координатами и векторами

Самая частая ошибка — перепутать порядок координат: записать точку как $(y; x)$ вместо $(x; y)$. Из-за этого смещаются четверти, и все последующие расчёты дают неверный результат.

1

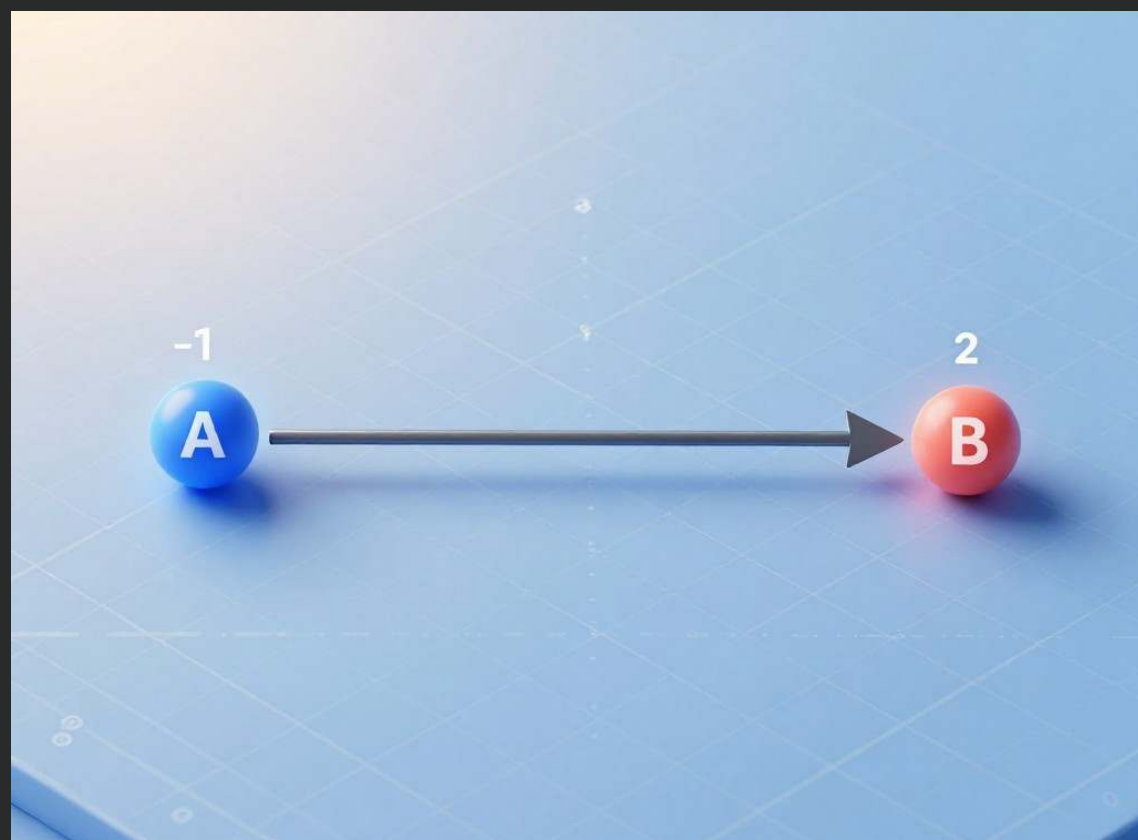
Нередко забывают о знаках: минус относится к числу в координате, а не «к ответу в целом». Векторы с отрицательными компонентами означают направление влево или вниз и их нельзя игнорировать.

2

При поиске середины отрезка школьники иногда делят не каждую сумму пополам, а сумму целиком. Также встречается ошибка: считать длину отрицательной, хотя модуль и длина всегда неотрицательны.

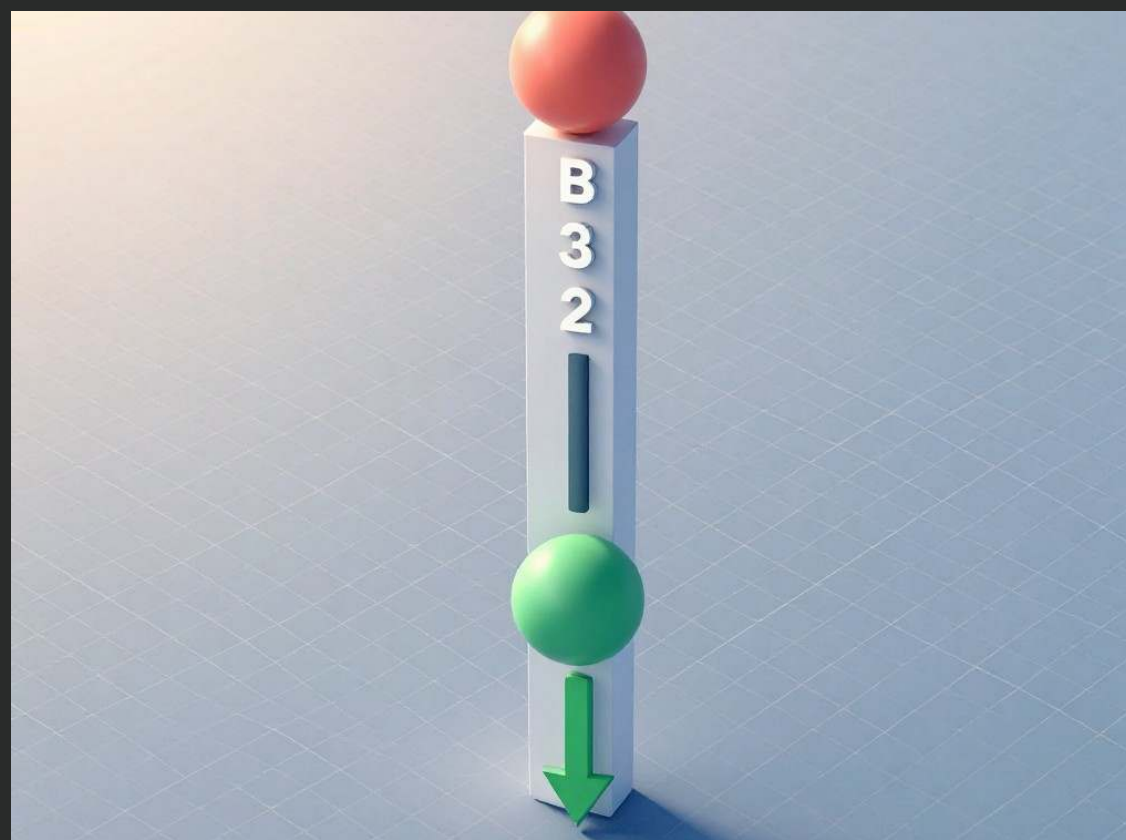
3

Практическая задача на координатной сетке



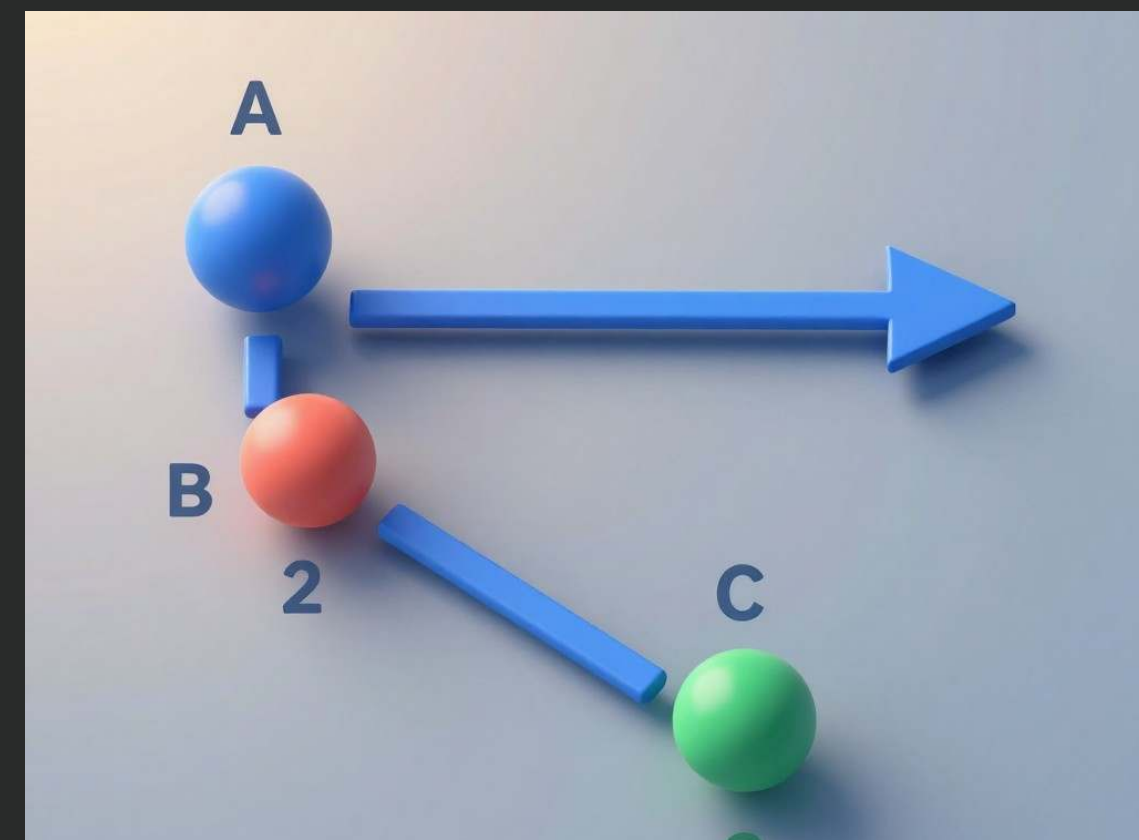
Маршрут от A к B: движение по горизонтали

Точка A(-1; 2) стоит слева, а B(3; 2) — справа на той же горизонтали. По координатам легко найти длину отрезка AB и понять, на сколько сместимся вправо. Для рисунка потребуется стрелка направления.



Переход от B к C: поворот вниз на сетке

С точки B(3; 2) движение к C(3; -1) происходит по вертикали: x остаётся тем же, меняется только y. Это помогает определить длину BC и вектор направления «вниз». Так соединяются два этапа пути.



Собираем движение в одну картинку

Если соединить векторы AB и BC, получится итоговое смещение от A к C. На такой задаче видно, как координаты точек превращаются в отрезки и векторы, а путь читается как последовательность «вправо, затем вниз».

Точность положения и понятное направление движения

Координаты задают точное положение точки, а векторы описывают перемещение и направление. Формулы помогают находить расстояние, середину отрезка и координаты вектора, связывая геометрию с реальностью.