



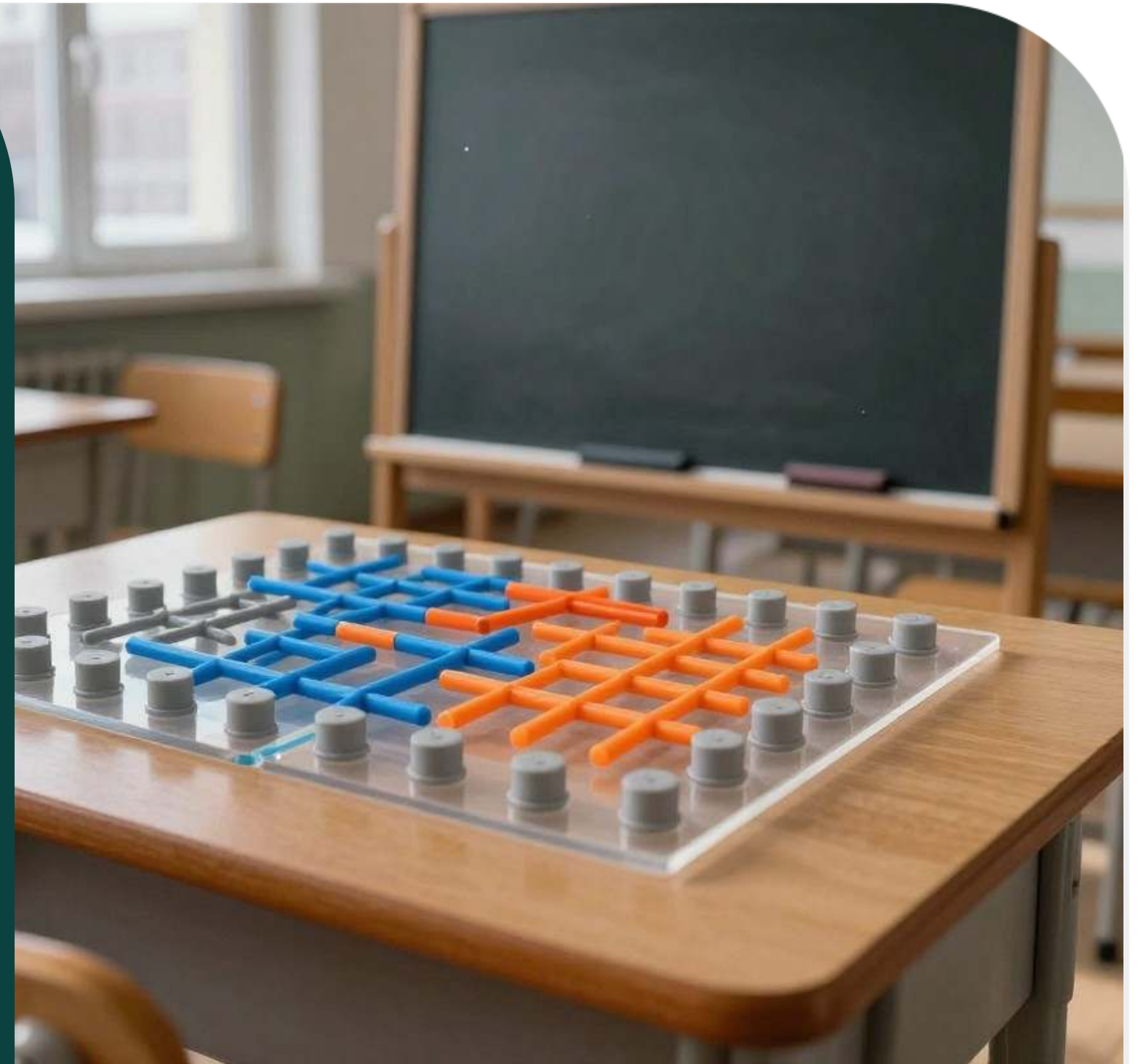
Решение систем уравнений: способ подстановки и способ сложения

Находим одну пару чисел, подходящую двум уравнениям.



Где встречаются системы уравнений

Системы помогают описывать покупки, движение, возраст и другие задачи, где две величины связаны сразу двумя условиями. Они учат аккуратно преобразовывать выражения, сравнивать коэффициенты и проверять ответ без лишних вычислений.



Что такое система линейных уравнений

3

● Несколько условий

Система объединяет два или больше уравнения с одними и теми же неизвестными. Чтобы решение подходило, оно должно одновременно делать верными все записи системы.

● Пара чисел

Решением считают не одно число, а пару значений, например x и y . Именно эта пара удовлетворяет каждому уравнению системы и проходит проверку без противоречий.

● Геометрический смысл

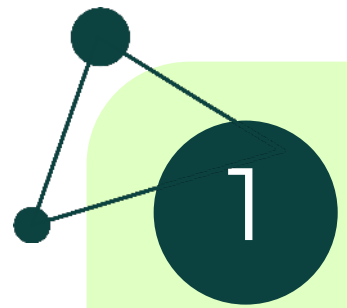
Каждое линейное уравнение с двумя переменными можно изобразить как прямую на плоскости. Тогда решение системы — точка пересечения этих прямых, если она существует.

● Зачем это важно

Понимание системы уравнений помогает решать школьные задачи и готовит к более сложным темам алгебры. Здесь особенно важны точность вычислений, работа со знаками и проверка ответа.



Идея способа подстановки



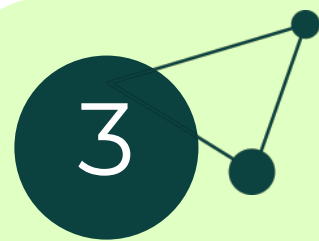
Выбрать удобное уравнение

Сначала ищут уравнение, из которого легко выразить одну переменную через другую. Особенно удобно, если коэффициент равен 1 или -1, тогда преобразование получается коротким и понятным.



Заменить переменную

Полученное выражение подставляют во второе уравнение вместо выбранной переменной. Так система постепенно сокращается и превращается в одно уравнение с одной неизвестной.



Найти вторую переменную

После решения упрощённого уравнения находят первое неизвестное, а затем вычисляют второе по исходной связи. Важно не перепутать, где стоит найденное число, а где выражение.



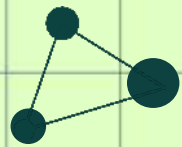
Проверить результат

Последний шаг обязателен: найденную пару подставляют в оба исходных уравнения. Если везде получаются верные равенства, решение записано правильно.



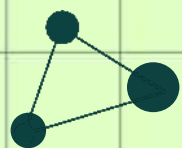
Подстановка на простом примере

5



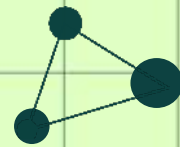
Дано

Рассмотрим систему $x + y = 10$ и $x = 4$. Во втором уравнении значение x уже известно, поэтому искать выражение не нужно — можно сразу подставлять число.



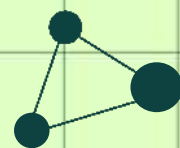
Находим ответ

Из равенства $4 + y = 10$ получаем $y = 6$. Значит, искомая пара чисел — $(4; 6)$, потому что она подходит обоим уравнениям сразу.



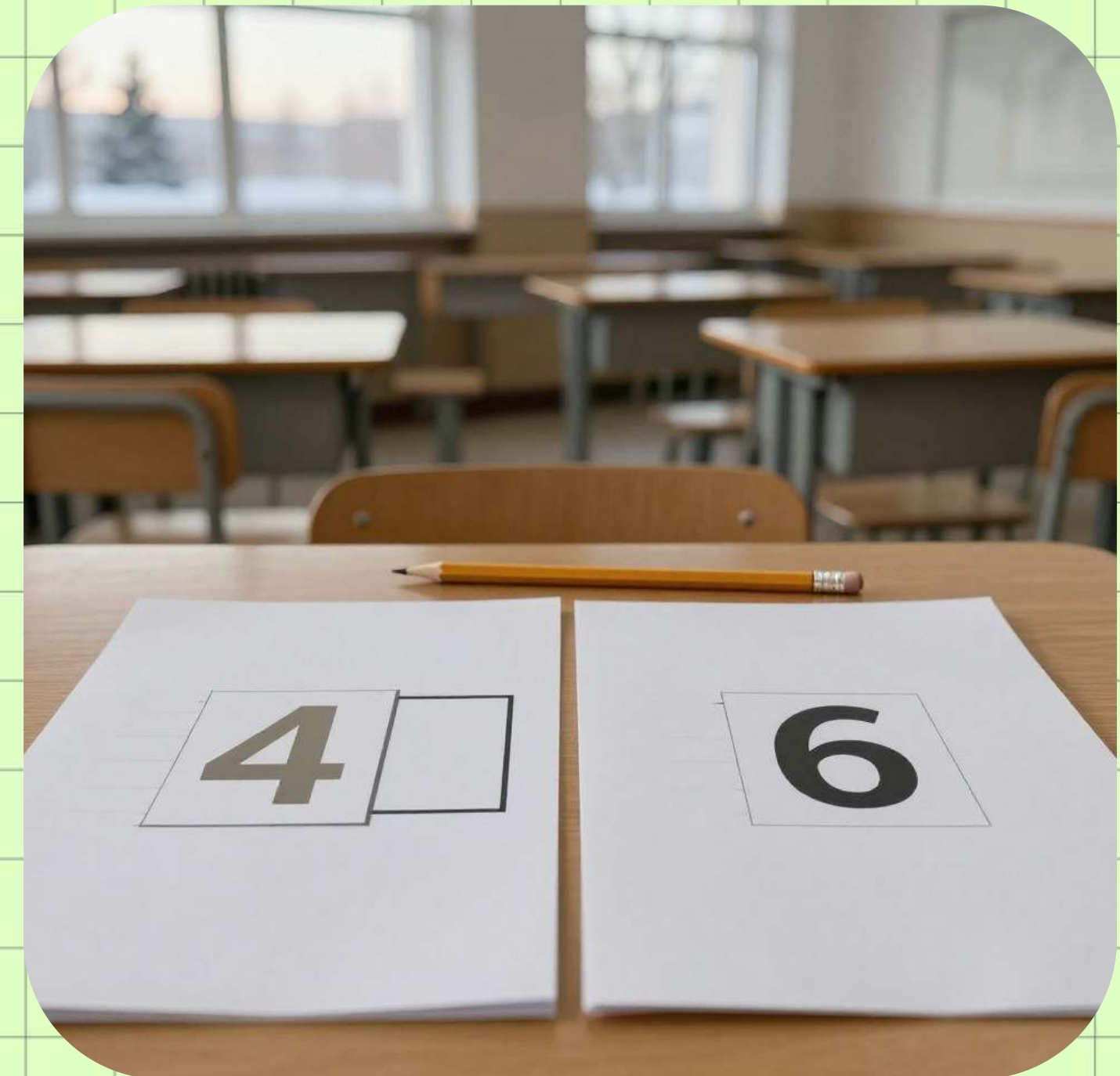
Подставляем значение

Заменяем x на 4 в первом уравнении: $4 + y = 10$. Теперь в записи осталась только одна неизвестная, и систему стало намного проще решить.



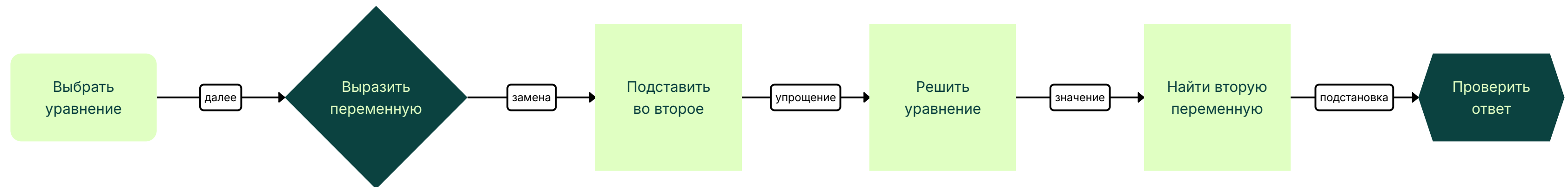
Почему это удобно

В таком виде подстановка почти не требует дополнительных преобразований. Если одна переменная уже задана числом или выражена очень просто, метод экономит время и уменьшает риск ошибок.



Алгоритм подстановки

Последовательность действий показывает, как свести систему к одному уравнению.



Способ подстановки: краткая схема действий

Шаг	Действие	Результат
1	Выразить переменную	Уравнение с одной буквой
2	Подставить выражение	Одно уравнение
3	Решить его	Значение переменной
4	Найти вторую	Пара чисел
5	Проверить ответ	Подтверждение решения

Последовательность показывает, как заменить одну переменную выражением и получить ответ.

Метод работает за счёт замены, поэтому постепенно убирает лишние неизвестные и приводит к одной паре чисел.

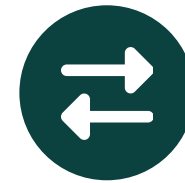


Когда подстановка особенно удобна



Коэффициент 1 или -1

Если у переменной коэффициент равен 1 или -1, её легко выразить без длинных преобразований. Это делает подстановку быстрой и снижает вероятность ошибки в записи.



Уже есть выражение

Когда одна переменная уже записана через другую, подстановка почти готова. Нужно лишь аккуратно заменить буквы и решить получившееся уравнение с одной неизвестной.



Система легко упрощается

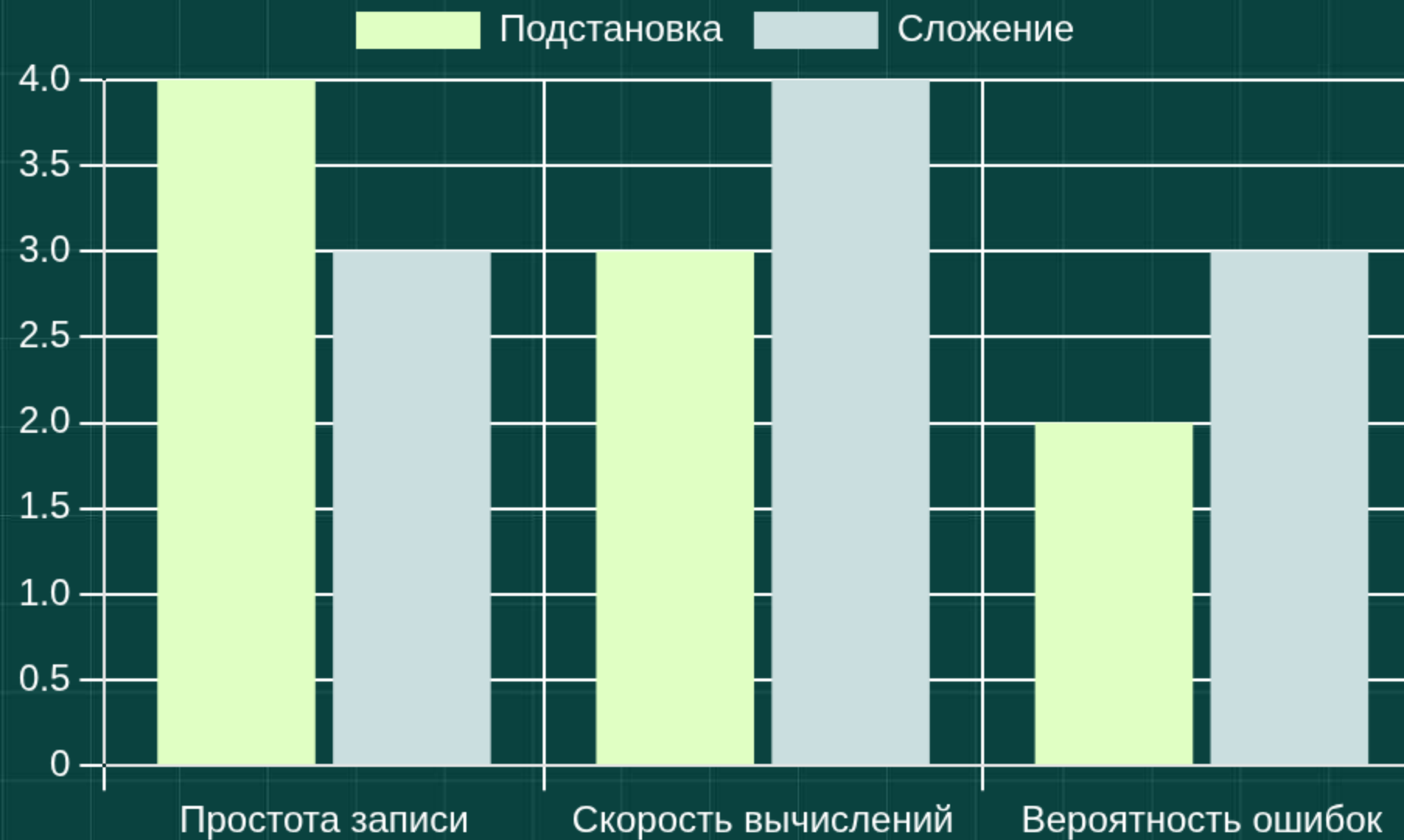
Если после замены выражение остаётся коротким и понятным, метод особенно удобен. Он помогает избежать лишних действий, которые не влияют на ответ.



Когда лучше быть осторожным

При больших коэффициентах подстановка может привести к громоздким вычислениям. Тогда растёт риск ошибок со знаками, раскрытием скобок и последующим нахождением второй переменной.

Сравнение удобства методов решения



Оба способа приводят к одному ответу, но путь к нему зависит от вида системы и того, насколько удобно преобразовывать уравнения.

Подстановка выигрывает при готовом выражении, а сложение — при подходящих коэффициентах. Выбор метода должен уменьшать вычисления и сохранять точность.



Идея способа сложения

10

1

Подготовить уравнения

Сначала смотрят, можно ли сделать коэффициенты при одной переменной противоположными. Иногда для этого достаточно умножить одно или оба уравнения на подходящее число.

2

Сложить или вычесть

Когда коэффициенты готовы, уравнения складывают или вычитают. Одна переменная исчезает, и система превращается в обычное уравнение с одним неизвестным.

3

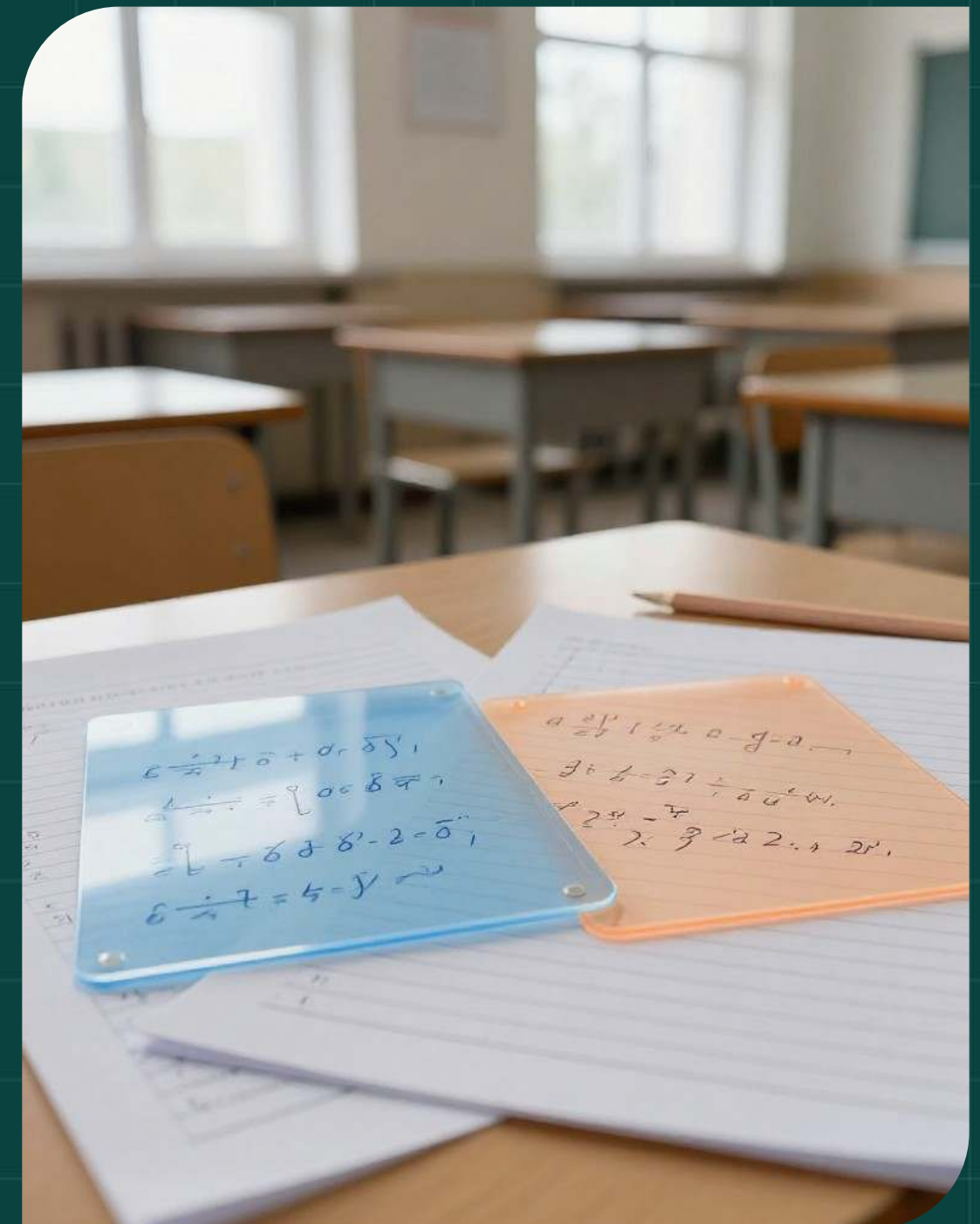
Найти первую переменную

Полученное уравнение решают знакомым способом. Так находят одно значение, с которого начинается восстановление всей пары чисел, подходящей системе.

4

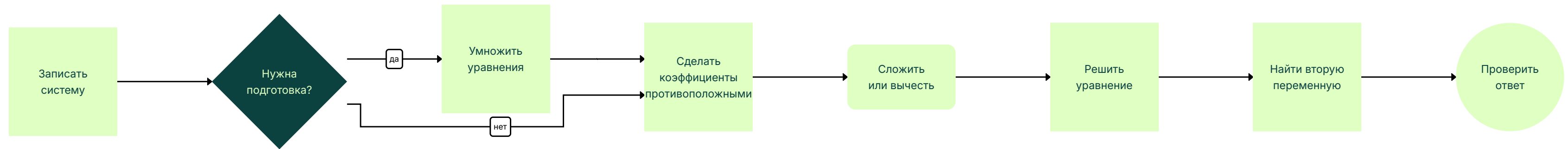
Определить вторую и проверить

Найденное число подставляют в любое исходное уравнение и вычисляют вторую переменную. Затем обязательно проверяют, верны ли оба уравнения одновременно.



Алгоритм решения способом сложения

Последовательность действий при решении системы: от записи уравнений до проверки ответа.



Способ сложения: пошаговая таблица

Этап	Действие	Зачем
1	Уравнять коэффициенты	Убрать переменную
2	Сложить/вычесть	Получить одно уравнение
3	Решить его	Найти x или y
4	Подставить значение	Вычислить вторую переменную
5	Проверить ответ	Убедиться в правильности

Таблица показывает, как метод сложения постепенно сводит систему к одному уравнению и одной неизвестной.

Метод работает за счёт сокращения числа неизвестных: сначала исчезает одна переменная, затем находится вторая и обязательно выполняется проверка.

В системе $x + y = 9$ и $x - y = 3$ сложение сразу убирает y . Это делает решение коротким и наглядным.

Пример системы линейных уравнений $x + y = 9$ и $x - y = 3$



2

уравнения достаточно сложить, чтобы одна переменная исчезла сразу.

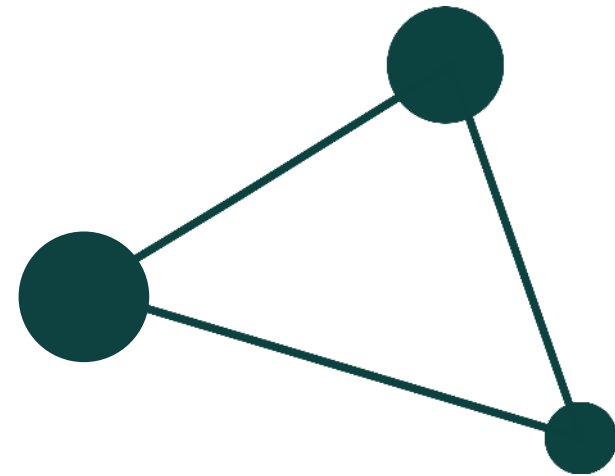
Проверка решения системы

14

1

Подставьте значения

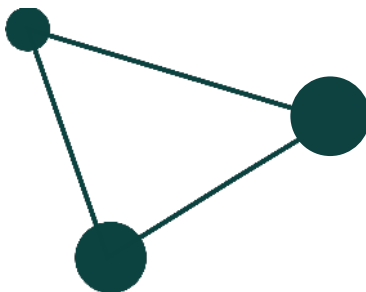
Вставьте найденные x и y в каждое исходное уравнение системы. Так вы проверяете не только ответ, но и сам ход вычислений, не пропуская скрытую ошибку.



2

Сравните равенства

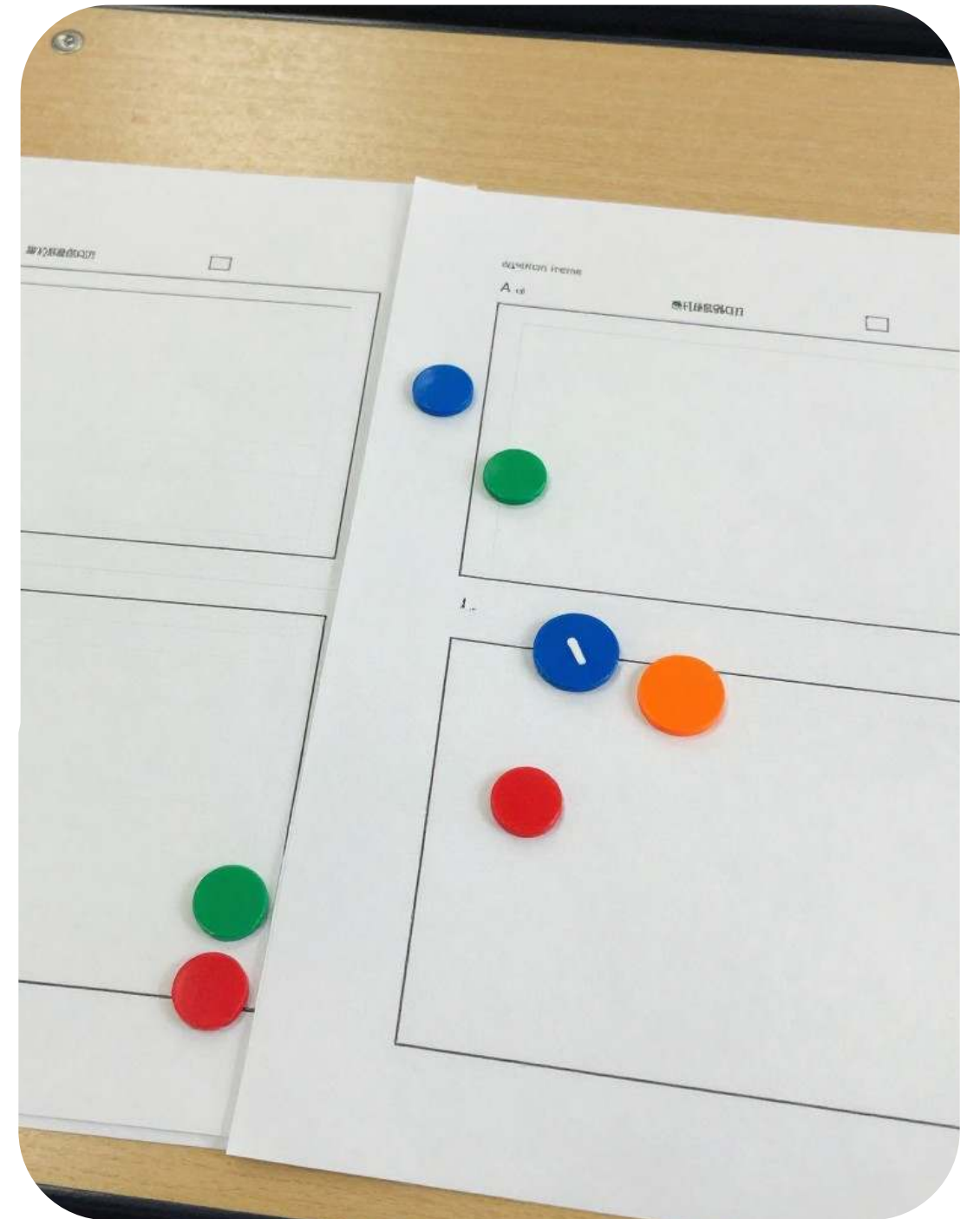
Если в обоих уравнениях левая и правая части совпадают, пара чисел подходит системе. Когда хотя бы одно равенство неверно, решение нужно пересмотреть.



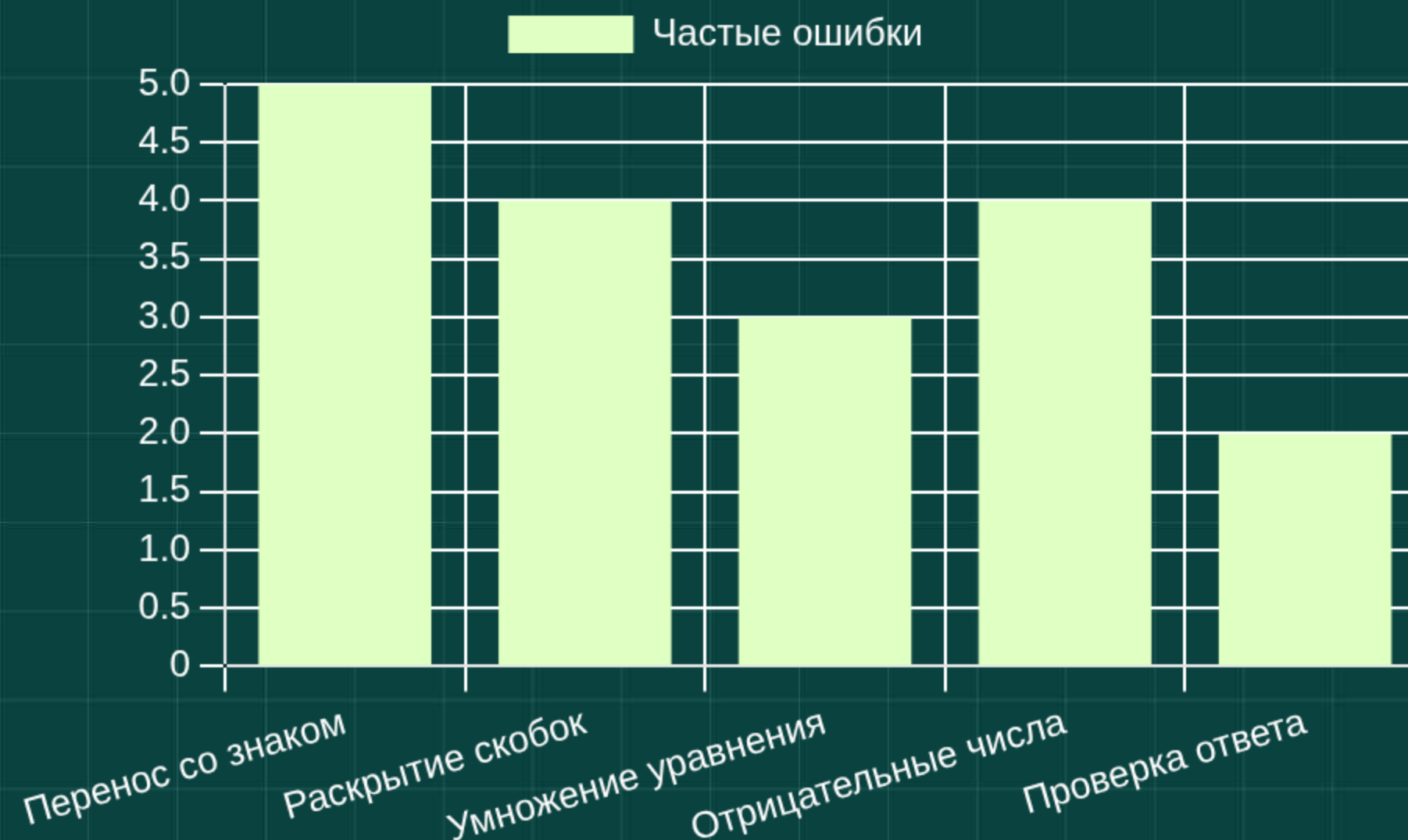
3

Исправьте неточность

Проверка помогает быстро найти ошибку в знаке, переносе или вычислении. Иногда верно найдено только одно значение, а второе требуется пересчитать заново.



Типичные ошибки при решении систем



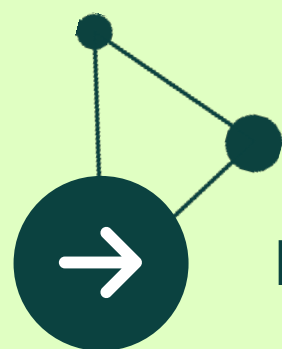
Ошибки чаще всего появляются на промежуточных шагах, когда ученик торопится и теряет знак или коэффициент.

Самые уязвимые места — преобразование выражений и работа со знаками; аккуратная проверка заметно снижает риск неверного ответа.



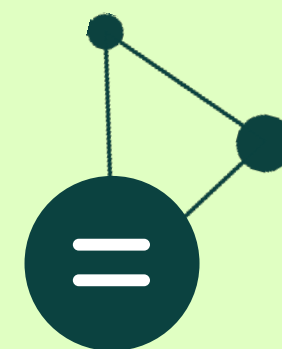
Обобщение типичных ошибок при решении систем линейных уравнений

Как выбрать подходящий способ решения



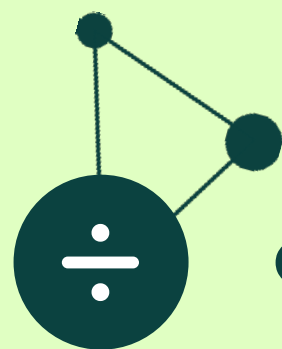
Подстановка

Выбирайте этот способ, если одна переменная уже выражена через другую или легко имеет коэффициент 1 либо -1 . Тогда система быстро упрощается без лишних преобразований.



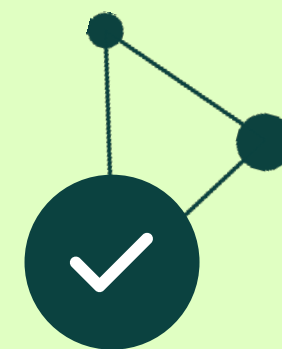
Сложение

Этот способ удобен, когда коэффициенты при одной переменной можно быстро сделать противоположными. Тогда одна переменная исчезает почти сразу, и вычислений становится меньше.



Сначала знаменатели

Если в уравнениях есть дроби, сначала обычно убирают знаменатели. После этого система становится короче и понятнее, а выбрать метод решения легче.

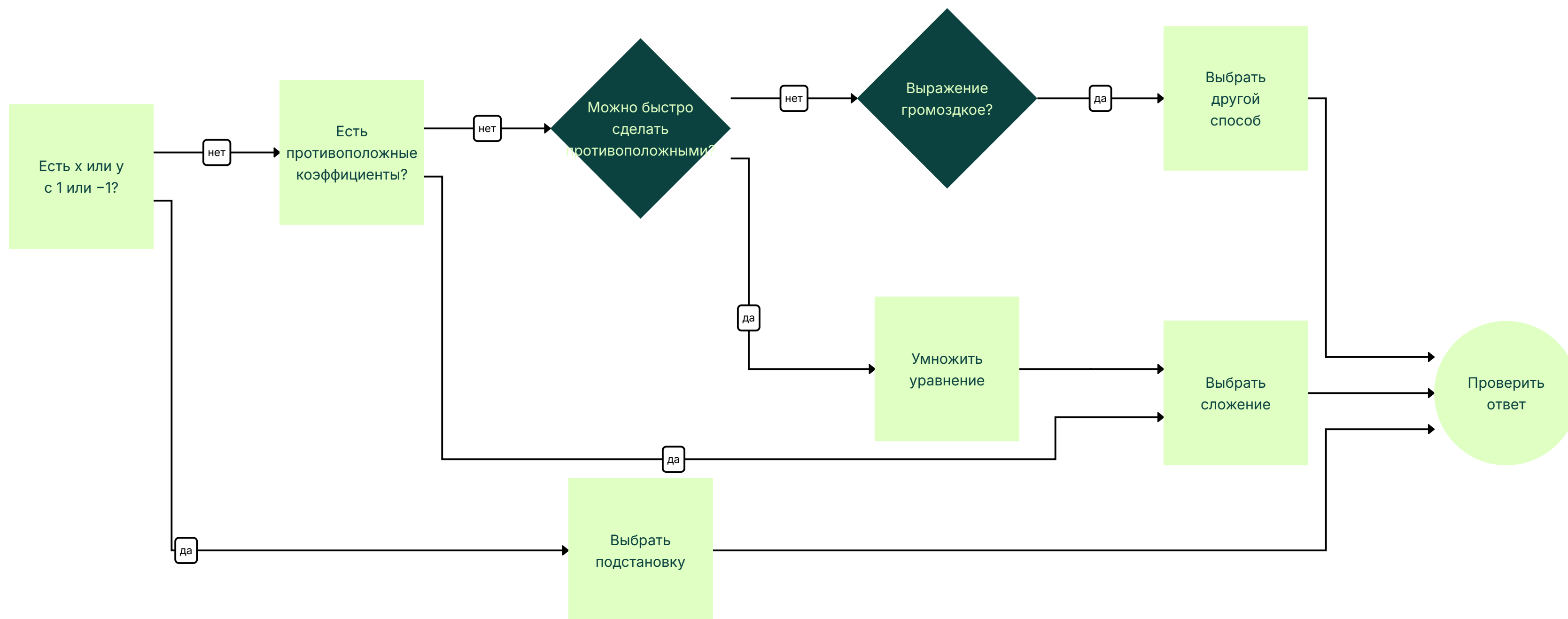


Выбирайте короче

Лучший способ — тот, который требует меньше шагов и меньше вычислений. Важно не только решить систему, но и сохранить аккуратность на каждом преобразовании.

Выбор метода для конкретной системы

Логика выбора между подстановкой и сложением в зависимости от вида уравнений.



Системы уравнений в текстовых задачах

18

1

Перевод на алгебру

Условие задачи удобно записать как два уравнения с одними и теми же неизвестными. Тогда слова превращаются в точные связи между величинами, а ответ становится числовой парой.

2

Что выражают уравнения

Одно уравнение часто показывает сумму, общее количество или совместный результат, а второе — разность, сравнение или связь между величинами. Вместе они описывают ситуацию полностью.

3

Где встречаются задачи

Системы помогают решать задачи на покупки, движение, числа, смеси и совместную работу. В каждом случае нужно правильно выбрать неизвестные и аккуратно составить оба уравнения.

4

Что даёт решение

Найденная пара чисел показывает конкретные значения величин, которые подходят условию. После этого остаётся только проверить, соответствует ли ответ смыслу задачи.

Сравнение способов подстановки и сложения

Признак	Подстановка	Сложение
Когда удобен	Есть выражение	Есть противоп. коэффициенты
Что нужно	Выразить переменную	Преобразовать уравнения
Скорость	Быстро в простом	Быстро при удобных кэф.
Риски	Лишние вычисления	Ошибки знаков
Итог	Одна пара чисел	Одна пара чисел

Сравнение показывает, как выбор метода зависит от вида системы и влияет на количество вычислений.

Оба способа ведут к одному результату, но каждый выгоден в своих условиях; правильный выбор уменьшает объём вычислений и число ошибок.



Два метода — один ответ

Подстановка и сложение ведут к одной цели: найти пару чисел, подходящую обоим уравнениям. Выбирайте способ по виду системы, считайте аккуратно и обязательно проверяйте ответ.