

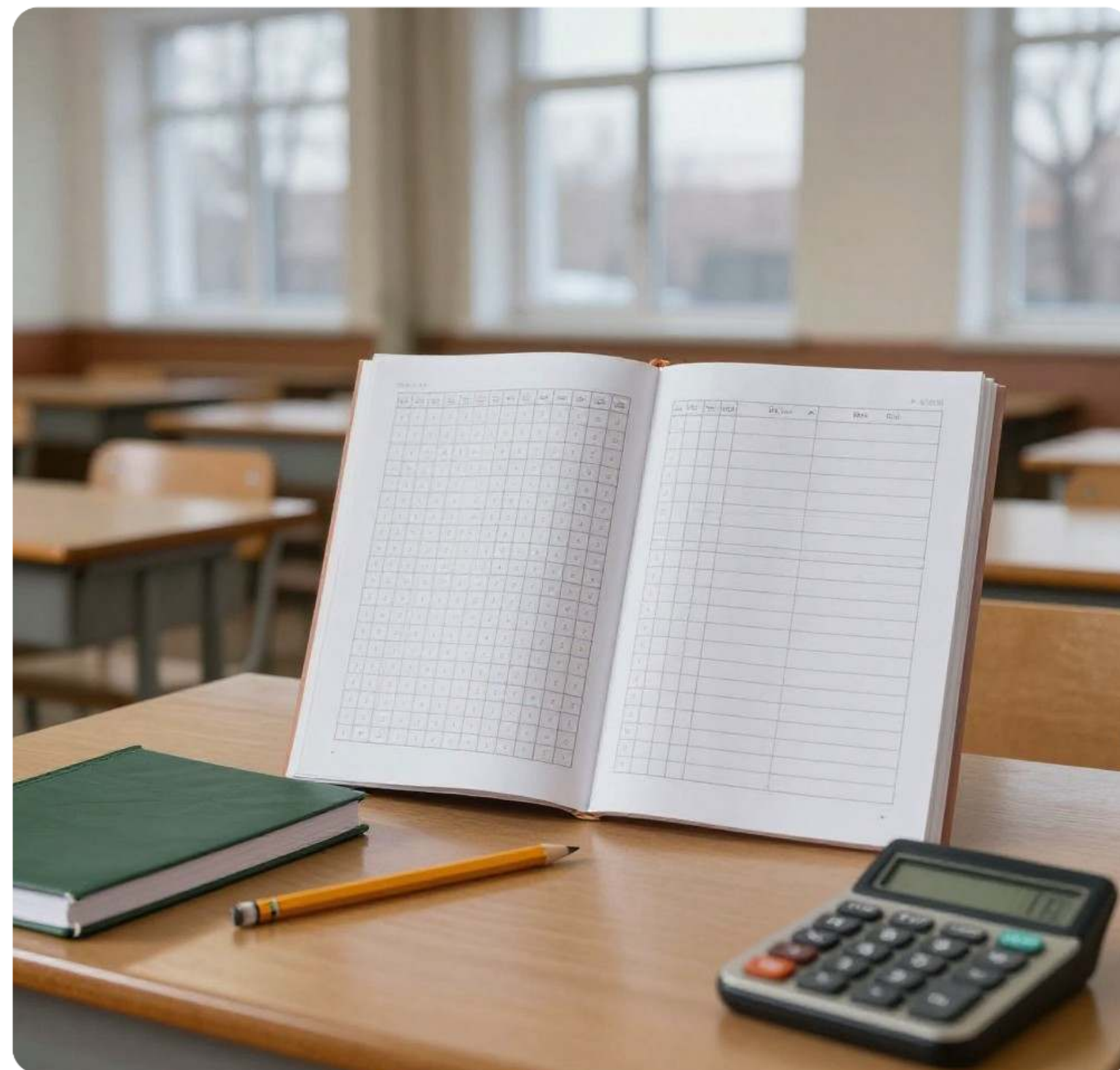


Таблица значений тригонометрических функций

Точные значения углов без калькулятора

Почему таблица важна в 9 классе

Таблица помогает быстро находить стороны и углы в прямоугольных треугольниках. Для стандартных углов 0° , 30° , 45° , 60° и 90° известны точные значения через дроби и корни, поэтому решения становятся проще и точнее.



3

**основные функции
изучают в этой теме: $\sin$,
 $\cos$ и tg .**

Именно эти функции чаще всего используют для задач с прямоугольными треугольниками и единичной окружностью.

Школьный курс геометрии 9 класса; определение тригонометрических функций.

Единичная окружность как основа таблицы

Радиус равен 1

Единичная окружность имеет центр в начале координат и радиус, равный одному. Это удобно: координаты точки сразу связаны со значениями тригонометрических функций.

Координаты точки

Для точки на окружности $\cos \alpha$ показывает её абсциссу, а $\sin \alpha$ — ординату. Поэтому значения функций можно считывать прямо с рисунка без вычислений.

Первая четверть

Углы 30° , 45° и 60° лежат в первой четверти, где все значения положительны. Это помогает быстро понимать, какие числа должны получиться в таблице.

Симметрия окружности

Симметрия единичной окружности позволяет переносить известные значения между соседними углами. Благодаря этому таблица строится не случайно, а по понятной геометрической логике.

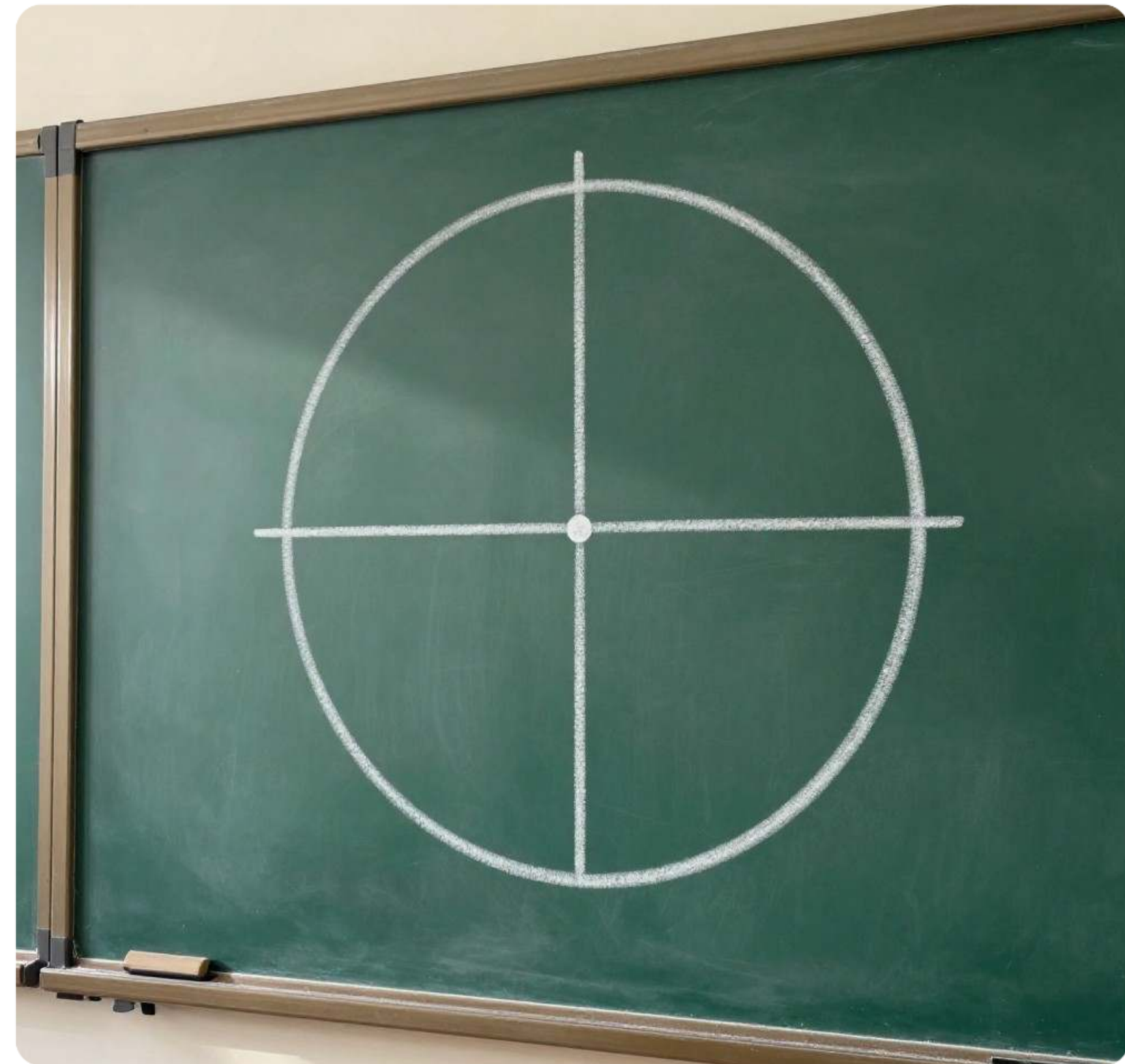


Таблица основных значений синуса и косинуса

Угол	Значения
0°	sin 0; cos 1
30°	sin 1/2; cos √3/2
45°	sin √2/2; cos √2/2
60°	sin √3/2; cos 1/2
90°	sin 1; cos 0

Стандартные значения тригонометрических функций из школьного курса геометрии.

Для стандартных углов удобно знать точные значения sin и cos и видеть их изменение при движении от 0° к 90°.

Синус растёт, а косинус убывает по мере увеличения угла от 0° до 90°.

Таблица значений тангенса

Тангенс удобно рассматривать отдельно, потому что он быстро меняется и не определён для прямого угла.

Тангенс возрастает от 0° к 60°, а при 90° не существует из-за деления на ноль.

Угол	tg
0°	0
30°	$1/\sqrt{3}$
45°	1
60°	$\sqrt{3}$
90°	не определён

Стандартные значения тангенса для углов 0°, 30°, 45°, 60° и 90°.

Почему в таблице используются дроби и корни

1

Точность ответа

Записи вида $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{\sqrt{3}}{2}$ сохраняют точное значение, тогда как десятичные приближения сразу делают ответ менее строгим и могут исказить решение.

2

Удобство вычислений

В школьных задачах важнее получить правильную формулу и точный результат, чем округлять числа раньше времени. Это особенно заметно при нахождении сторон и углов.

3

Единый вид записи

Корни и дроби помогают быстро сравнивать значения и замечать закономерности. Так таблица становится не набором чисел, а удобным инструментом для рассуждений.

Как меняются $\sin$ и $\cos$ при росте угла

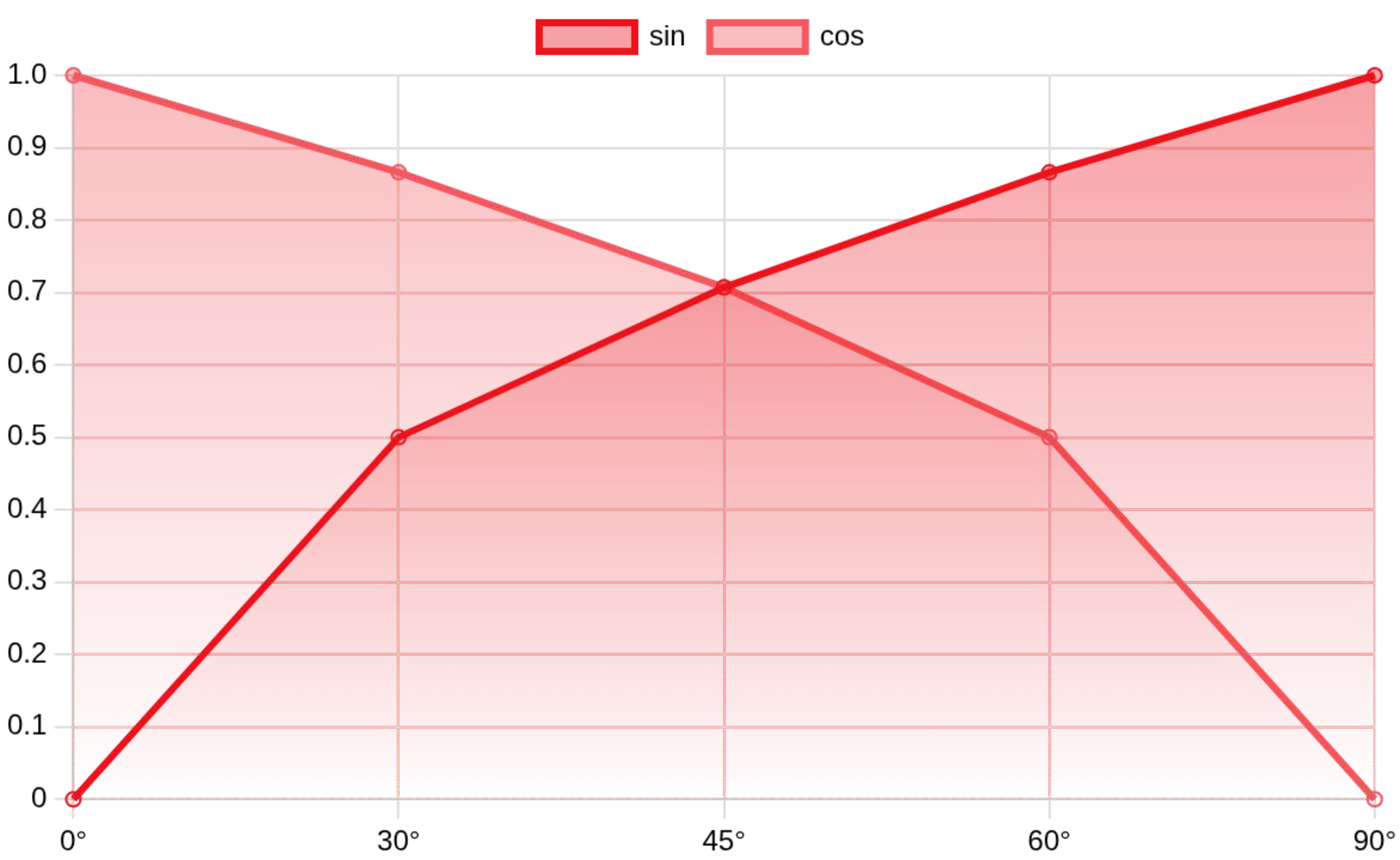
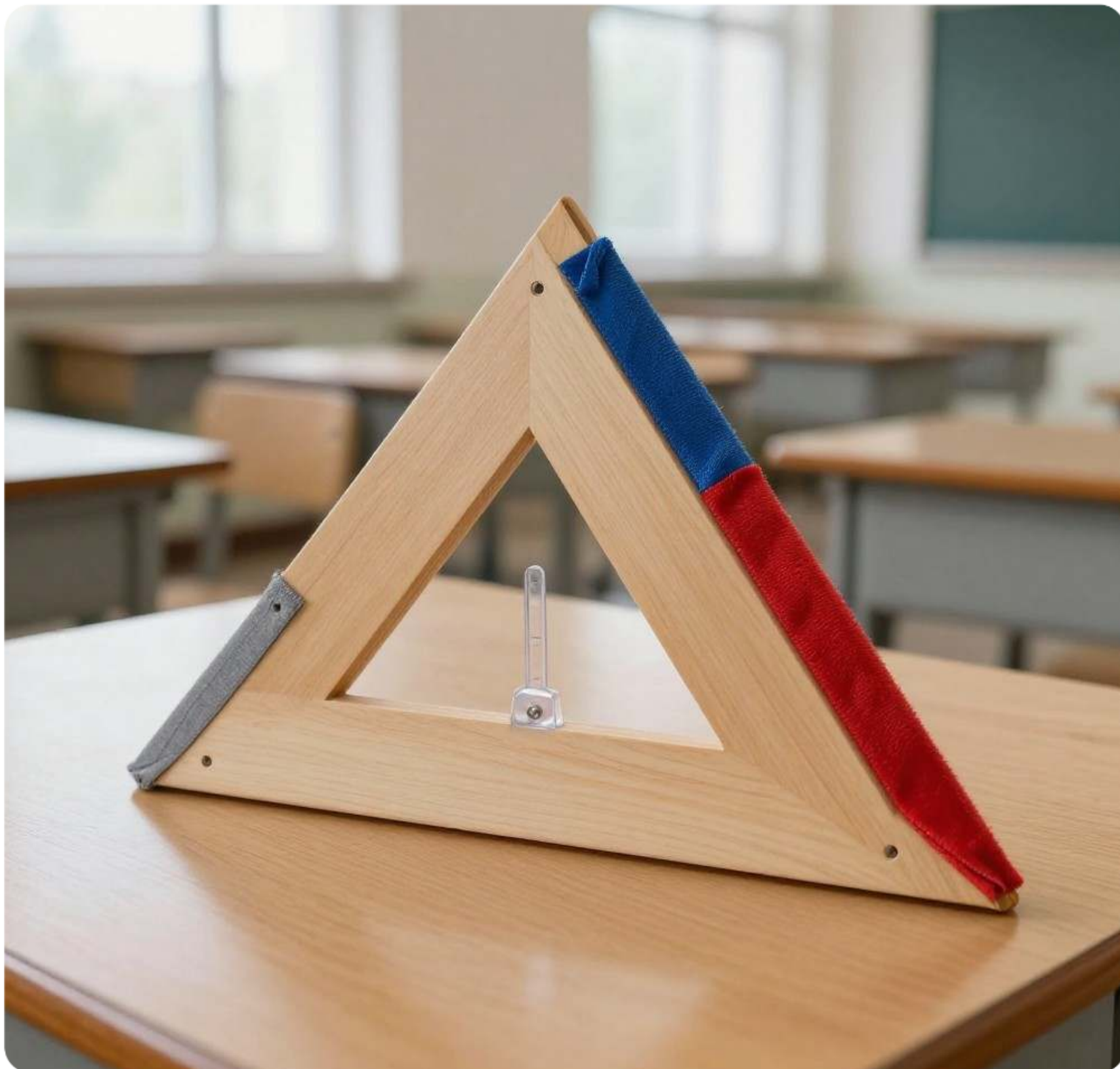


Таблица стандартных значений $\sin$ и $\cos$ для углов 0°, 30°, 45°, 60° и 90°.

На графике видно, что обе функции меняются плавно и пересекаются в точке 45°, где их значения совпадают.

Синус и косинус ведут себя противоположно: один возрастает, другой убывает, а равенство возникает при 45°.

Связь таблицы с прямоугольным треугольником



1. Синус угла

В прямоугольном треугольнике синус показывает отношение противолежащего катета к гипотенузе. Эта запись помогает находить длины сторон, если известен угол и одна из сторон.

2. Косинус угла

Косинус равен отношению прилежащего катета к гипотенузе. Таблица значений позволяет быстро подставить точное число и решить задачу без лишних вычислений.

3. Тангенс угла

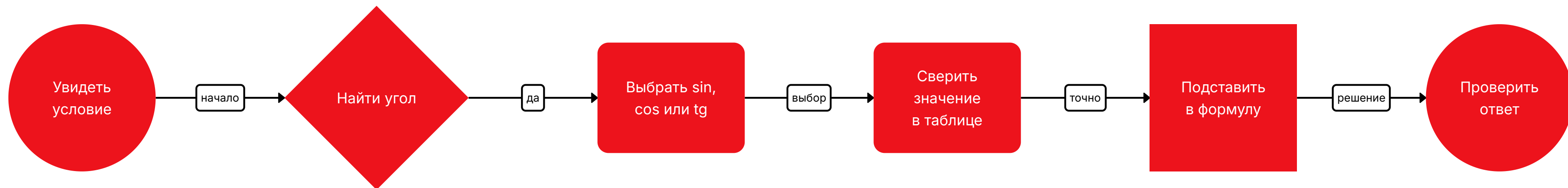
Тангенс выражает отношение противолежащего катета к прилежащему. Он особенно удобен, когда гипотенуза в задаче не дана или не нужна.

4. Обратный ход

По известным отношениям сторон можно не только найти длину, но и определить сам угол. Для этого сравнивают условие задачи с табличными значениями.

Алгоритм работы с таблицей

Пошаговая схема выбора функции и использования точного значения в задаче



Угол 30° и треугольник $30^\circ-60^\circ-90^\circ$

Треугольник с короткой стороной

Если в прямоугольном треугольнике один угол равен 30° , то напротив него лежит самый короткий катет. Его удобно считать за 1, тогда гипотенуза равна 2, а второй катет — $\sqrt{3}$. Так сразу получают точные значения $\sin$, $\cos$ и tg .



Построения без калькулятора

Такой треугольник часто появляется в построениях, где нужно найти высоту или длину наклонной стороны. Зная отношение 1: $\sqrt{3}$: 2, можно быстро подставить нужную часть в формулу и получить ответ без приближений.



Угол 45° и равнобедренный прямоугольный треугольник

Равные катеты — одинаковые значения

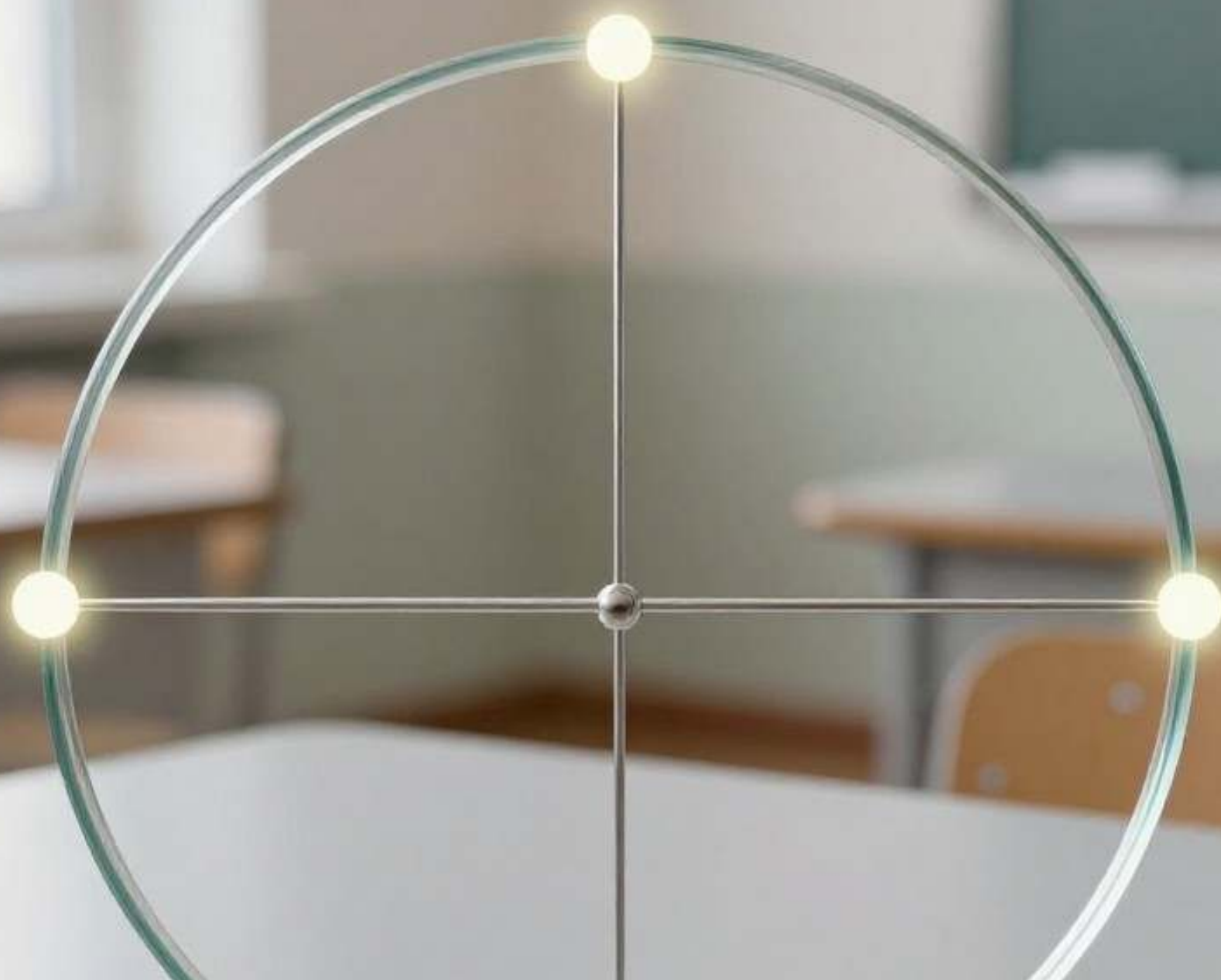
В равнобедренном прямоугольном треугольнике оба катета равны, поэтому острые углы тоже равны и составляют по 45° . Отсюда следует, что $\sin 45^\circ$ и $\cos 45^\circ$ одинаковы, а $\operatorname{tg} 45^\circ$ равен 1. Это делает угол очень удобным для вычислений.

Диагональ квадрата как подсказка

Когда диагональ делит квадрат на два одинаковых треугольника, сразу возникает угол 45° . Такая ситуация часто встречается в задачах на симметрию, длину диагонали и сравнение сторон. Здесь таблица помогает увидеть связь между фигурой и точными значениями.



Углы 0° и 90° как крайние случаи



Начальная точка

При угле 0° точка на единичной окружности находится справа от центра. Поэтому $\sin$ равен 0, $\cos$ равен 1, а $\tan$ тоже равен 0.

Верхнее положение

При угле 90° точка поднимается в самую верхнюю точку окружности. Тогда $\sin$ равен 1, $\cos$ равен 0, а тангенс не определён из-за деления на ноль.

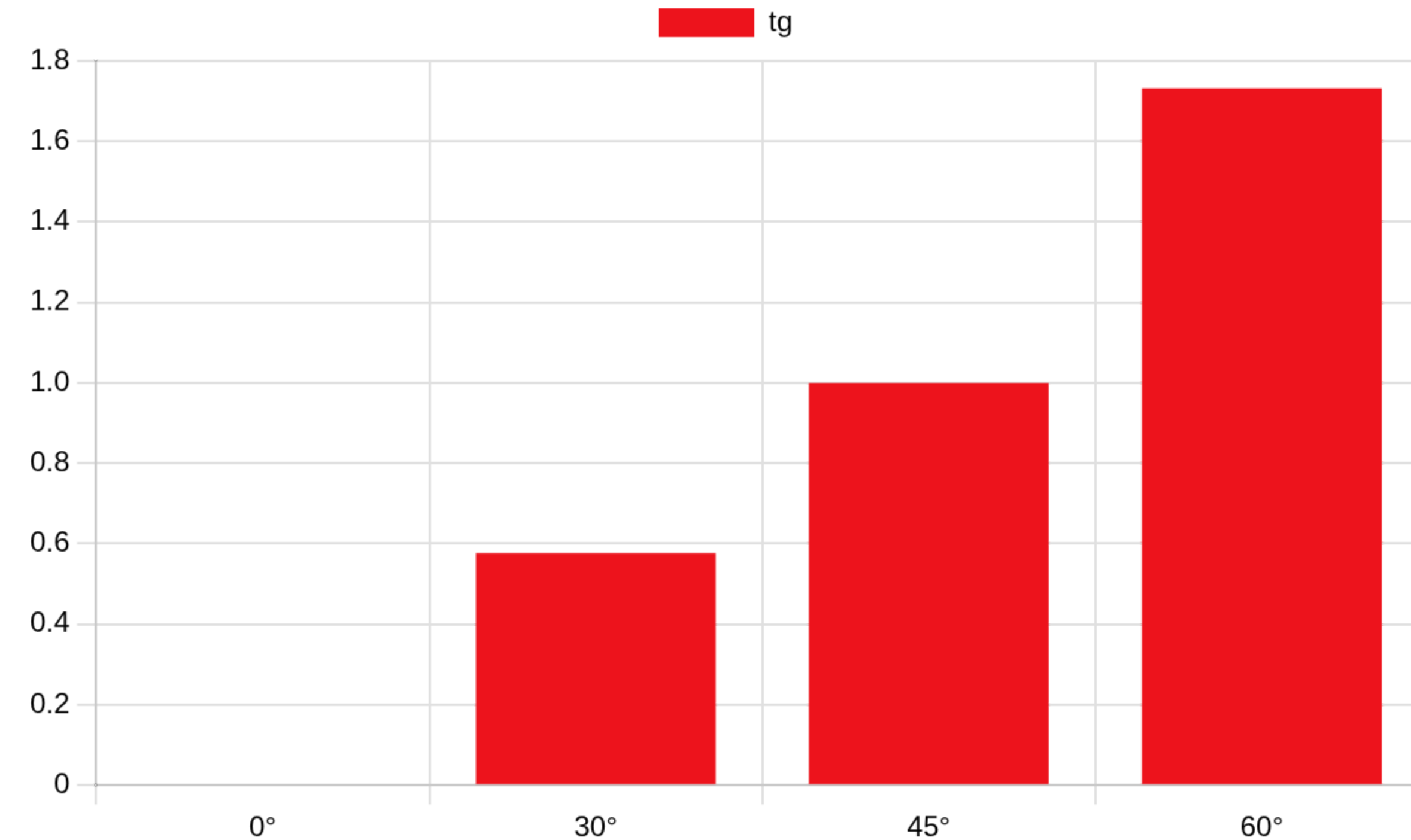
Пределы первого квадранта

Эти углы показывают, как функции меняются на границах первого квадранта. По ним удобно проверять, правильно ли поняты промежуточные значения 30° , 45° и 60° .

Полезные ориентиры

Крайние случаи помогают не путать направление роста и убывания функций. Если помнить значения для 0° и 90° , таблица воспринимается как последовательное движение по окружности.

Рост тангенса для острых углов



Тангенс заметно ускоряет рост уже после 45°, поэтому его значения удобно сравнивать по столбцам. Для 90° значение отсутствует, так как знаменатель обращается в ноль.

Чем ближе угол к 90°, тем быстрее растёт тангенс. Это помогает понять, почему функция особенно чувствительна к изменению большого острого угла.

Табличные значения тригонометрических функций для углов 0°, 30°, 45°, 60° и 90°

Краткая памятка по самым нужным значениям

Угол	sin	cos	tg
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Таблица стандартных значений тригонометрических функций

Минимальная таблица для быстрого повторения основных значений синуса, косинуса и тангенса в стандартных углах.

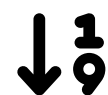
Углы 0°, 30° и 45° дают самые удобные точные значения для устных и письменных задач.

Как запомнить таблицу значений



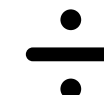
Лесенка синуса

Запоминайте $\sin$ как возрастающую последовательность: $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1$. Такой ряд удобно проговаривать по порядку, словно поднимаясь по ступенькам от нуля к единице.



Обратный ряд косинуса

Значения $\cos$ идут в обратном направлении: $1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, 0$. Если синус растёт, то косинус уменьшается, и это легко увидеть на одной и той же таблице.



Тангенс через отношение

Тангенс проще всего помнить как $\sin$, делённый на $\cos$. Тогда опорные значения $0, 1/\sqrt{3}, 1$ и $\sqrt{3}$ складываются в понятную цепочку без лишнего заучивания.

Типичные ошибки при работе с таблицей

1

Путают $\sin$ и $\cos$

Часто ученики меняют местами синус и косинус, особенно в углах 30° и 60° . Чтобы не ошибиться, полезно сверяться с окружностью и помнить, что значения идут в противоположных направлениях.

2

Неверно пишут $\operatorname{tg} 90^\circ$

Тангенс 90° нельзя считать равным числу. У косинуса в этой точке значение 0, поэтому деление $\sin$ на $\cos$ не выполняется, и ответ записывают как «не определён».

3

Заменяют корни приближениями

Подмена точных значений вроде $\sqrt{2}/2$ десятичными числами может испортить решение. В школьных задачах лучше сначала сохранять точную форму, а округлять только если это специально требуется.

4

Смешивают дроби и десятичные записи

Если в одном решении часть значений записана дробями, а часть — округлёнными десятичными числами, легко потерять точность. Лучше выбрать один способ записи и придерживаться его до конца.

5

Не проверяют ответ

Полезно сравнить найденные значения с формулой $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Такая проверка помогает заметить ошибку, если числа не согласуются между собой или перепутан угол.

Где используются табличные значения

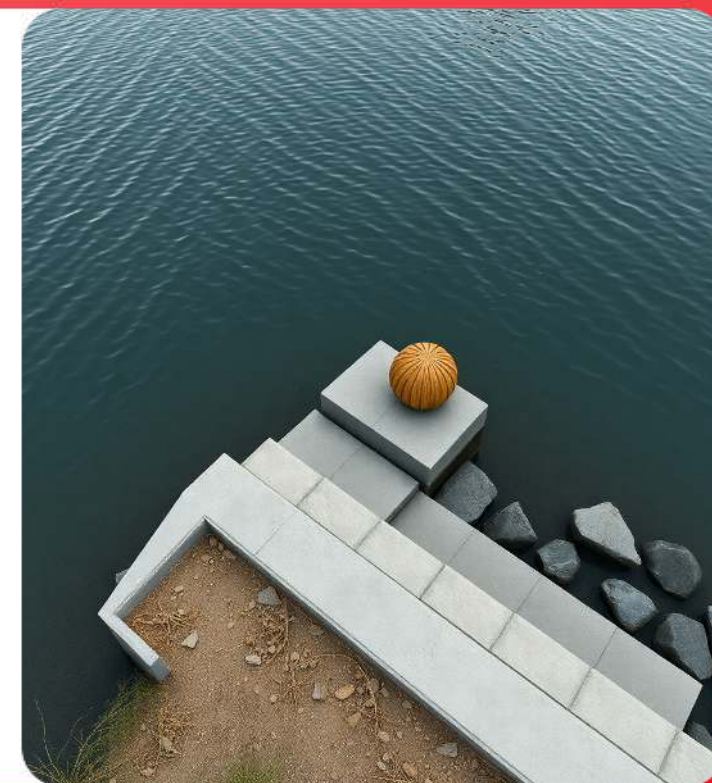
Высота, тень и расстояние

Табличные значения помогают находить высоту дерева, столба или здания по длине тени. В таких задачах объект и его тень образуют прямоугольный треугольник, а нужный угол уже задан или легко определяется.



Геометрия и физика рядом

Те же значения используют при описании движения по наклонной поверхности, ширины реки или высоты дерева на местности. Везде, где можно увидеть прямоугольный треугольник, таблица помогает быстро перейти от рисунка к ответу.

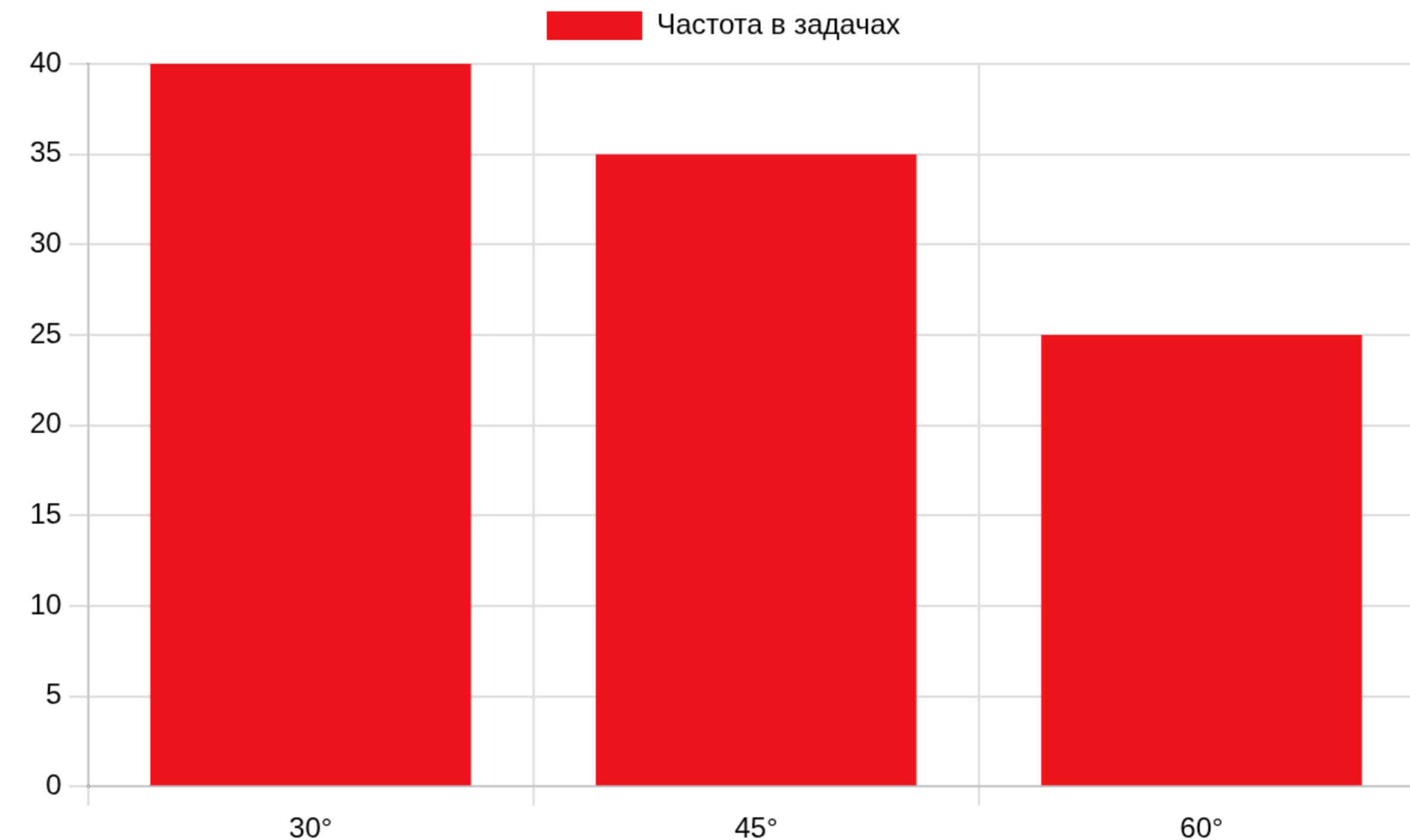


Наклонные линии в реальных объектах

При анализе крыши, лестницы или пандуса тригонометрические значения показывают, насколько круто расположена поверхность. Таблица позволяет вычислить угол наклона или длину стороны без сложных преобразований и долгих вычислений.



Какие углы чаще всего встречаются в школьных задачах



Эти три угла образуют основу большинства учебных примеров по тригонометрии и геометрии. Их удобно сравнивать между собой, потому что все значения известны точно.

Наиболее востребованы 30° , 45° и 60° . Именно для них школьник быстрее всего находит точные значения и решает задачу без вычислительной техники.

Учебные примеры по геометрии 9 класса; условная частота для наглядного сравнения

Таблица, которая делает геометрию точнее

Таблица значений тригонометрических функций связывает окружность, треугольники и формулы в одну понятную систему. Если знать её наизусть, задачи решаются быстрее, аккуратнее и без лишних округлений.