

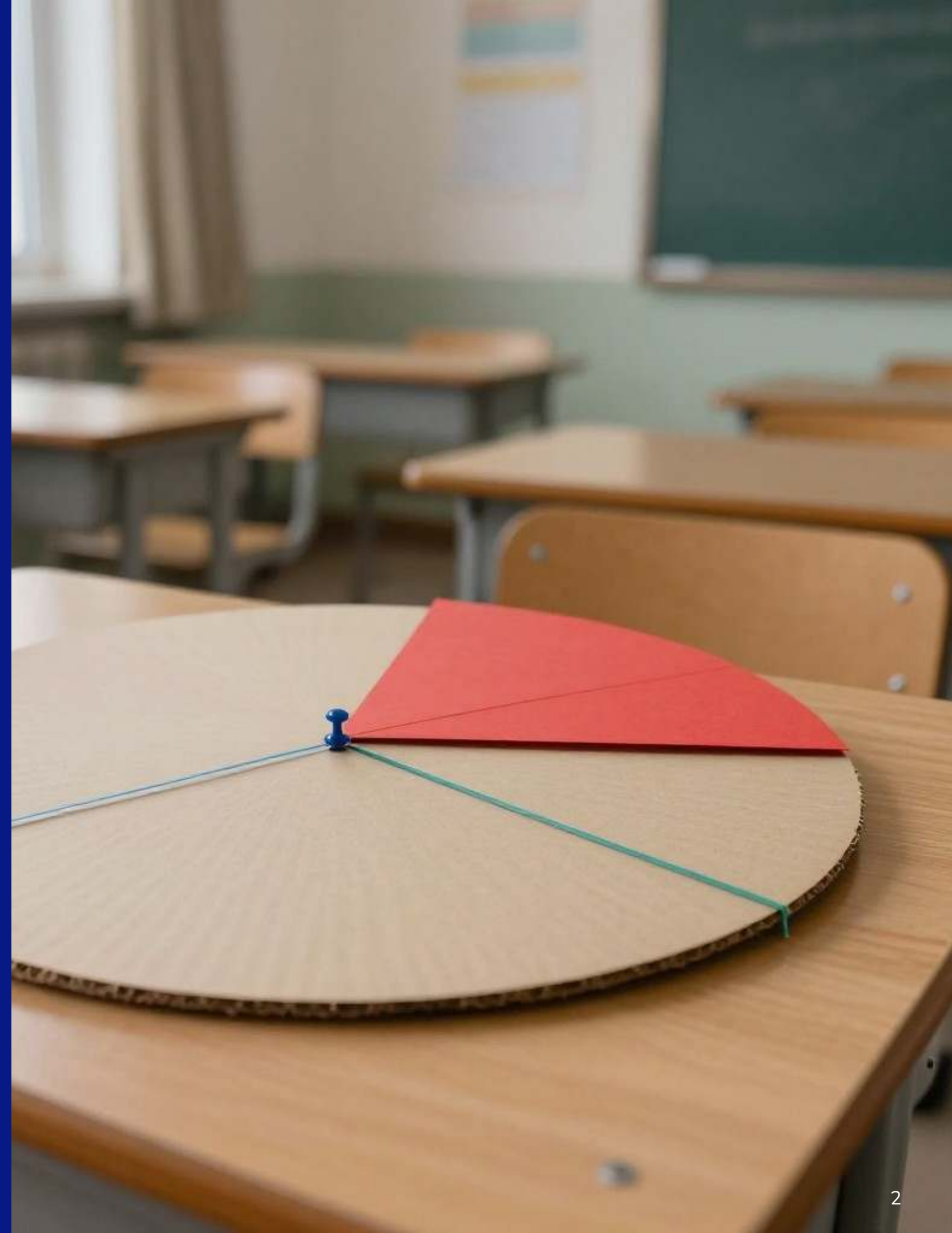
Центральный угол, дуга, сектор и сегмент



Разберём основные элементы круга и научимся различать их на чертежах.

Зачем изучать части окружности

Эти понятия помогают читать схемы, круговые диаграммы и решать задачи на доли круга. Понимание связи между углом, дугой, сектором и сегментом делает работу с окружностью намного проще и точнее.



Что такое центральный угол

1. Вершина в центре

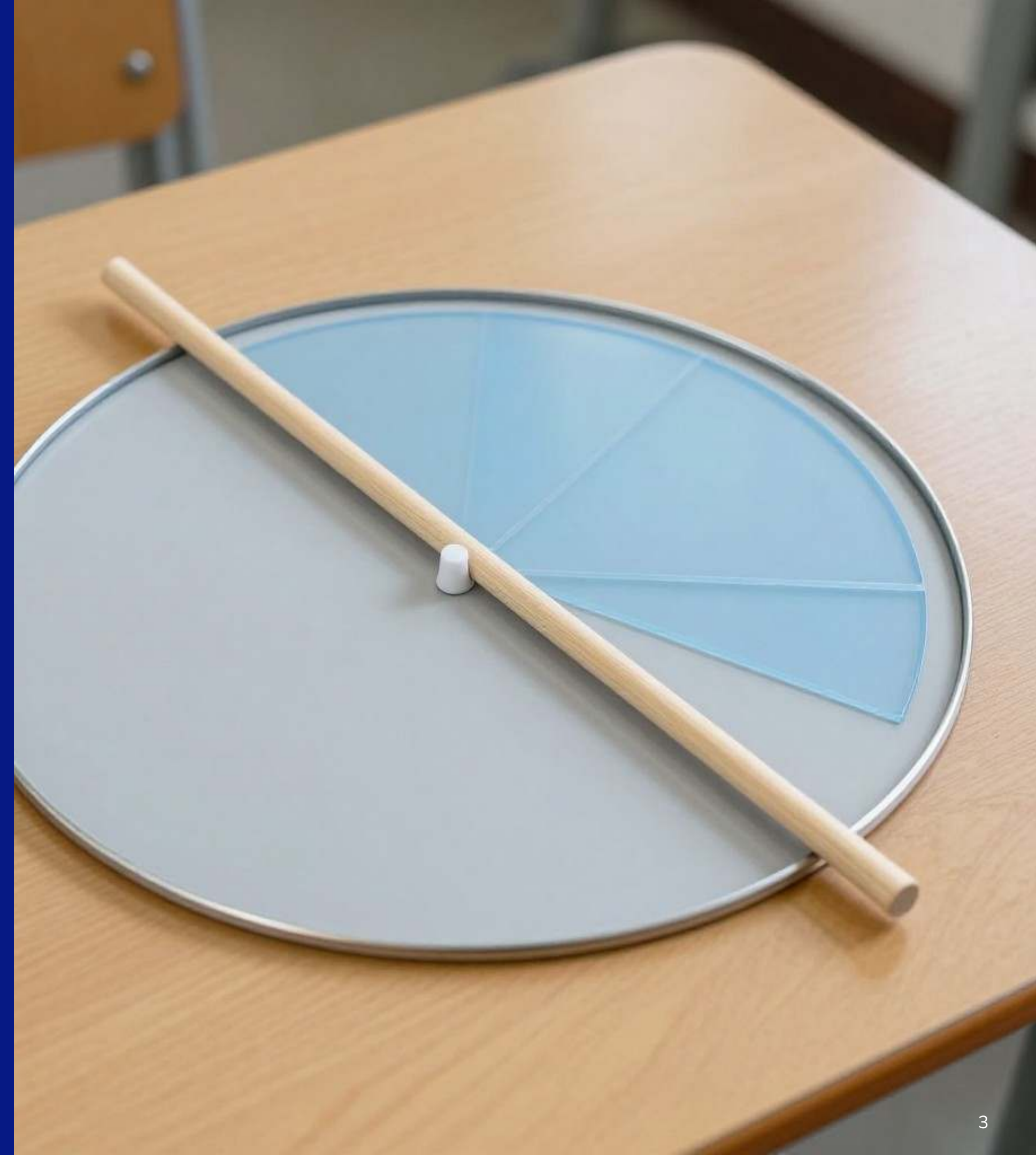
Центральный угол образуют два радиуса, выходящие из одной точки. Эта точка обязательно находится в центре окружности, поэтому именно от неё отсчитывается величина угла.

2. Стороны на окружности

Каждый радиус пересекает окружность в своей точке. В результате угол опирается на две точки окружности и как бы «открывает» участок между ними.

3. Связь с дугой

Центральный угол задаёт соответствующую дугу между точками пересечения радиусов с окружностью. Чем больше угол, тем больше часть окружности он охватывает.



Дуга окружности

Часть окружности

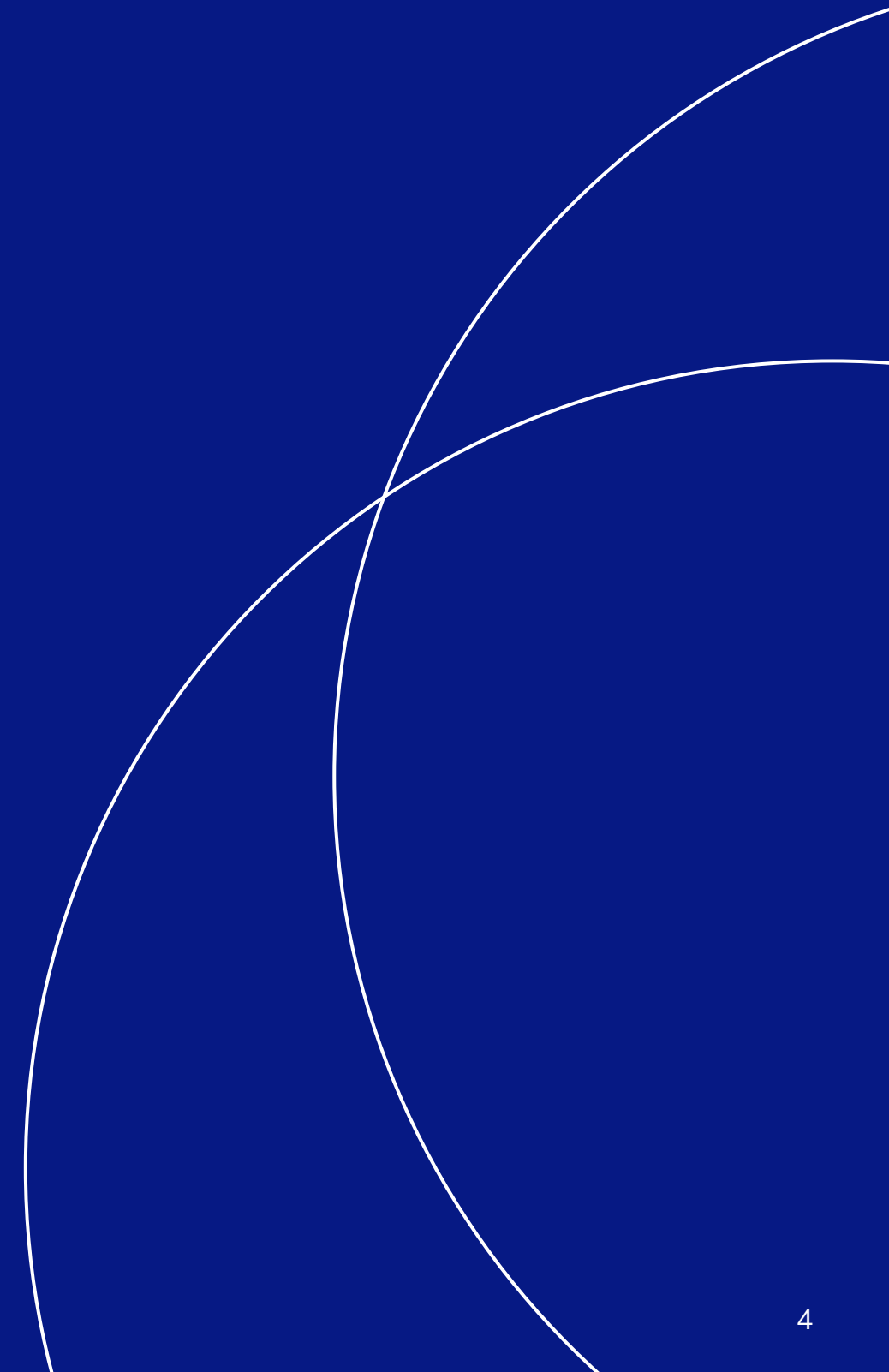
Дуга — это участок окружности между двумя её точками. На чертеже она выглядит как изогнутая линия, а не как отрезок.

Малая и большая

Одна и та же пара точек задаёт две дуги: меньшую и большую. Выбор зависит от того, какую часть окружности рассматривают в задаче.

Связь с углом

Если дугу стягивает центральный угол, то её мера совпадает с мерой этого угла. Поэтому угол и дуга всегда связаны между собой.



Сектор круга

1. Границы сектора

Сектор ограничен двумя радиусами и дугой между ними. Его удобно представить как часть круга, отделённую «разрезом» от центра.

2. Наглядный образ

По форме сектор напоминает ломтик пирога или часть круговой диаграммы. Поэтому его легко увидеть в рисунках, схемах и статистических графиках.

3. Удобные доли

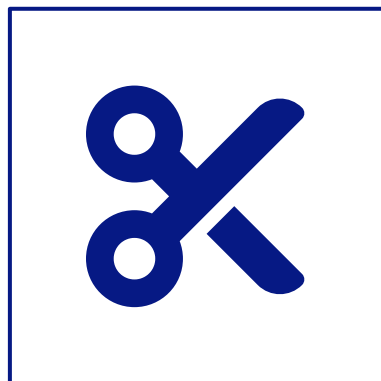
При угле 90° сектор составляет четверть круга, при 180° — половину, а при 360° весь круг. Это помогает быстро сравнивать части целого.

4. Зависимость от угла

Чем больше центральный угол, тем больше площадь сектора. Значит, размер сектора напрямую определяется величиной угла, который его задаёт.

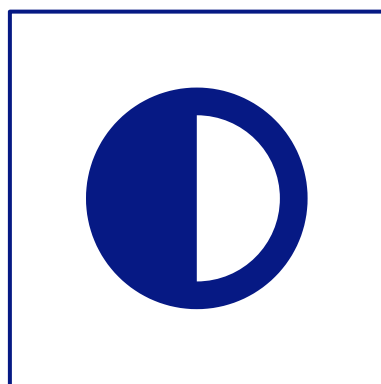


Сегмент круга



Границы сегмента

Сегмент ограничен хордой и дугой окружности. В отличие от сектора, в его границу не входят радиусы, поэтому форма выглядит более «срезанной».



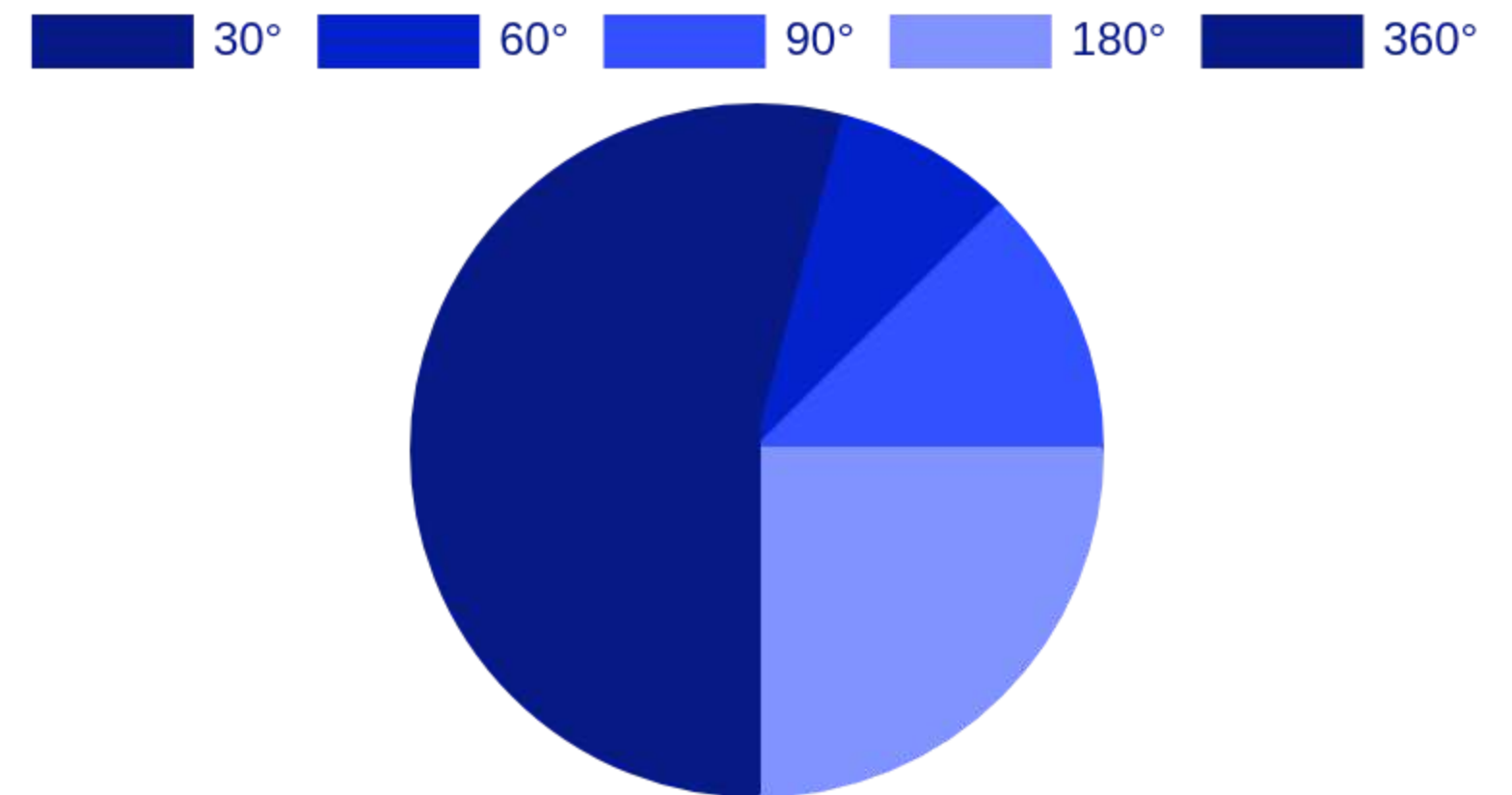
Малый и большой

Сегмент бывает малым и большим в зависимости от выбранной дуги. Одна хорда может задавать две разные части круга, если смотреть на неё с разных сторон.

Как угол связан с частью круга

Для построения диаграммы использованы доли круга, соответствующие указанным углам. Эти значения удобно сравнивать между собой при решении задач на окружность.

Рост центрального угла ведёт к увеличению доли круга строго пропорционально. Это помогает быстро находить часть окружности по известному углу.



Школьная геометрия: пропорция $360^\circ = \text{целый круг}$

Основные элементы круга и их границы

Элемент	Граница	Пример
Центральный угол	2 радиуса	$\angle AOB$
Дуга	Часть окружности	AB
Сектор	2 радиуса + дуга	Сектор AOB
Сегмент	Хорда + дуга	Сегмент AB

Школьный курс геометрии

Таблица показывает, чем ограничен каждый элемент окружности, и помогает не путать похожие фигуры.

Именно границы определяют, какую фигуру мы видим: радиусы дают сектор, хорда вместе с дугой — сегмент.



Хорда, радиус и диаметр

Радиус

Радиус соединяет центр окружности с любой точкой на ней. Это самый короткий отрезок от центра до границы круга.

Хорда

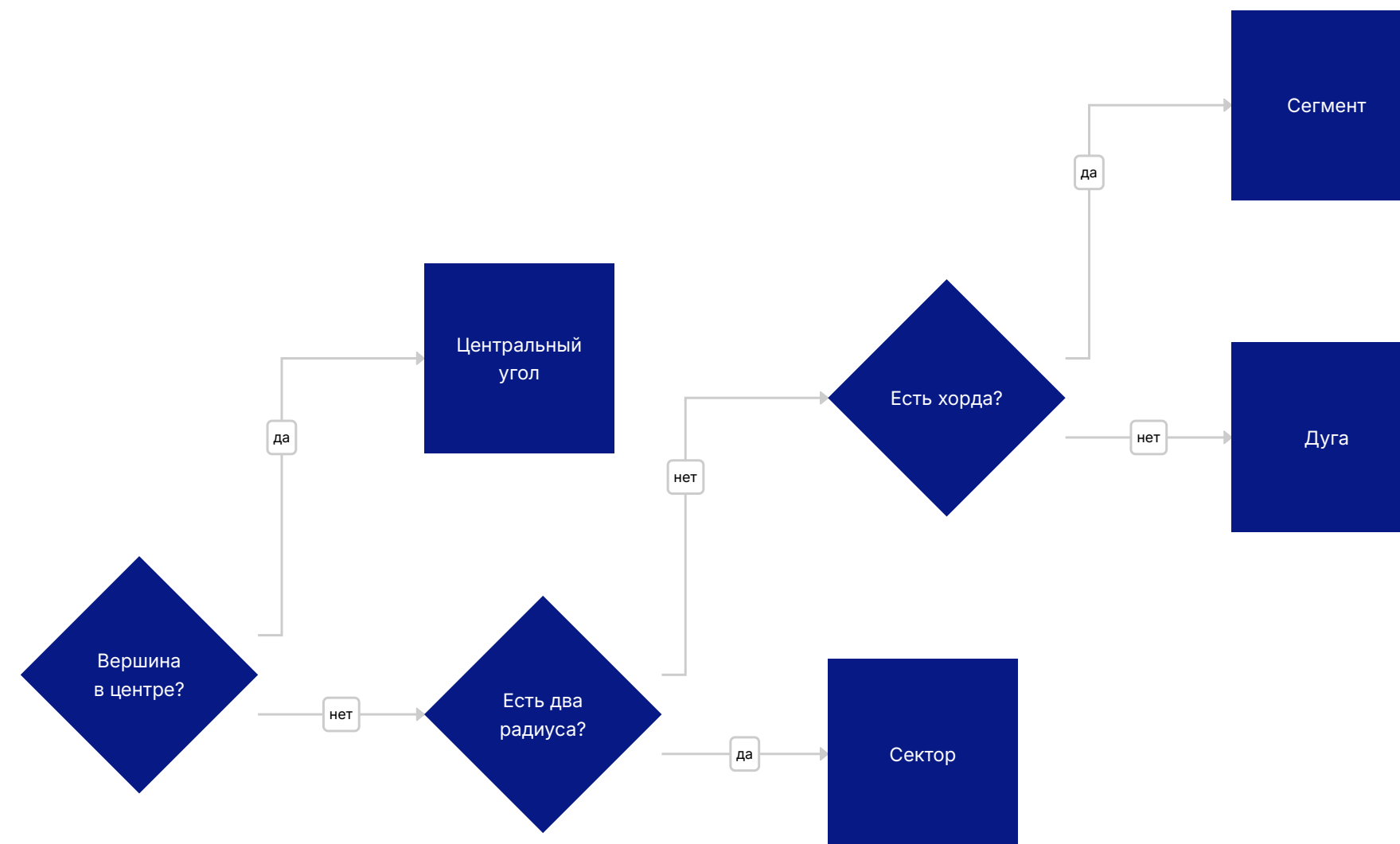
Хорда соединяет две точки окружности и не обязана проходить через центр. Она может быть короткой или почти равной диаметру.

Диаметр

Если хорда проходит через центр, она называется диаметром. Диаметр равен двум радиусам и делит круг на две равные части.

Как различать части круга

Схема помогает быстро определить фигуру по её границам и расположению вершины.



Мера дуги и центрального угла

Когда угол «показывает» дугу

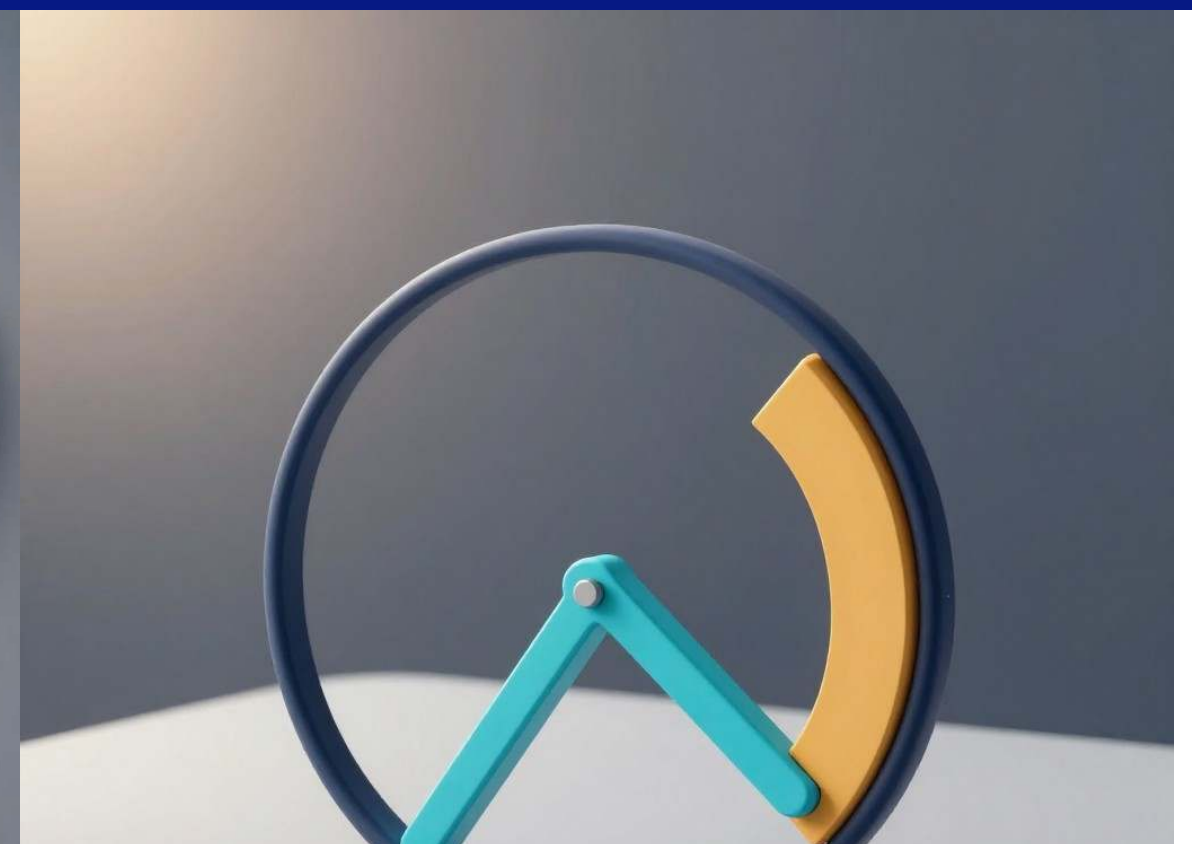
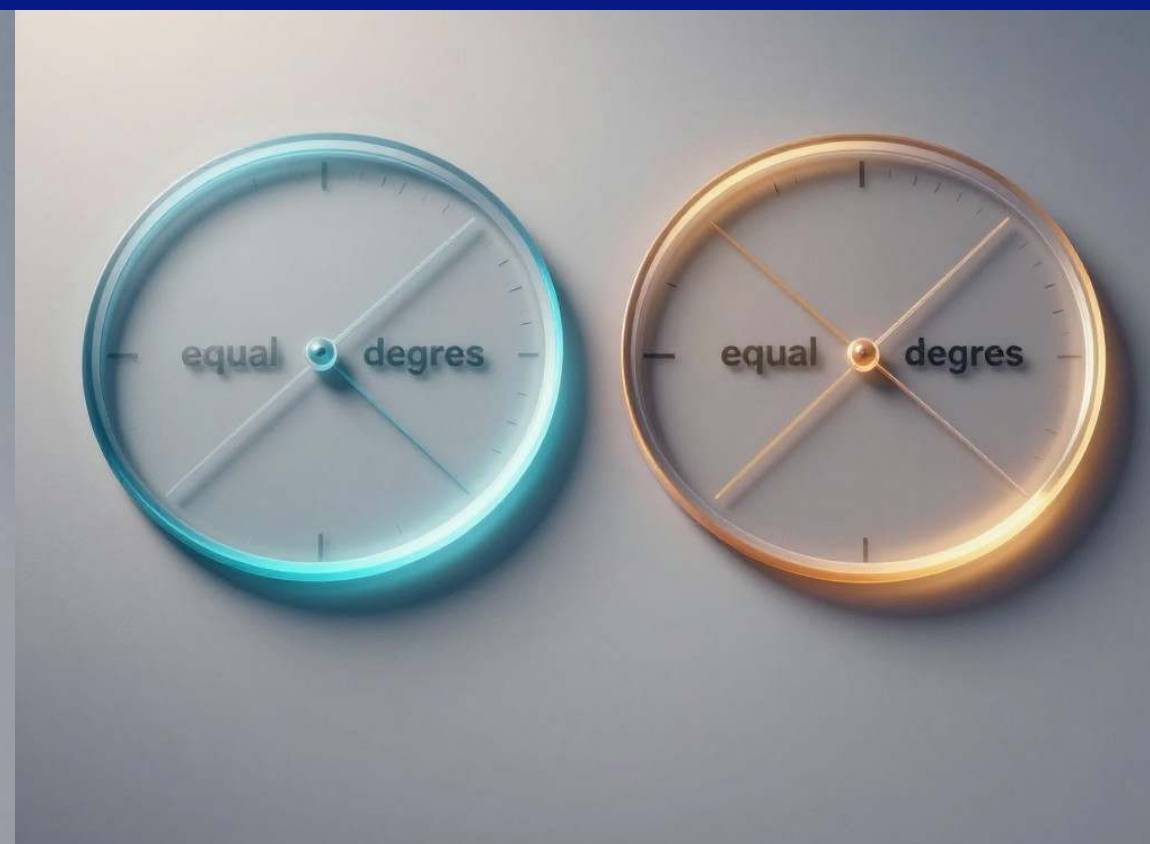
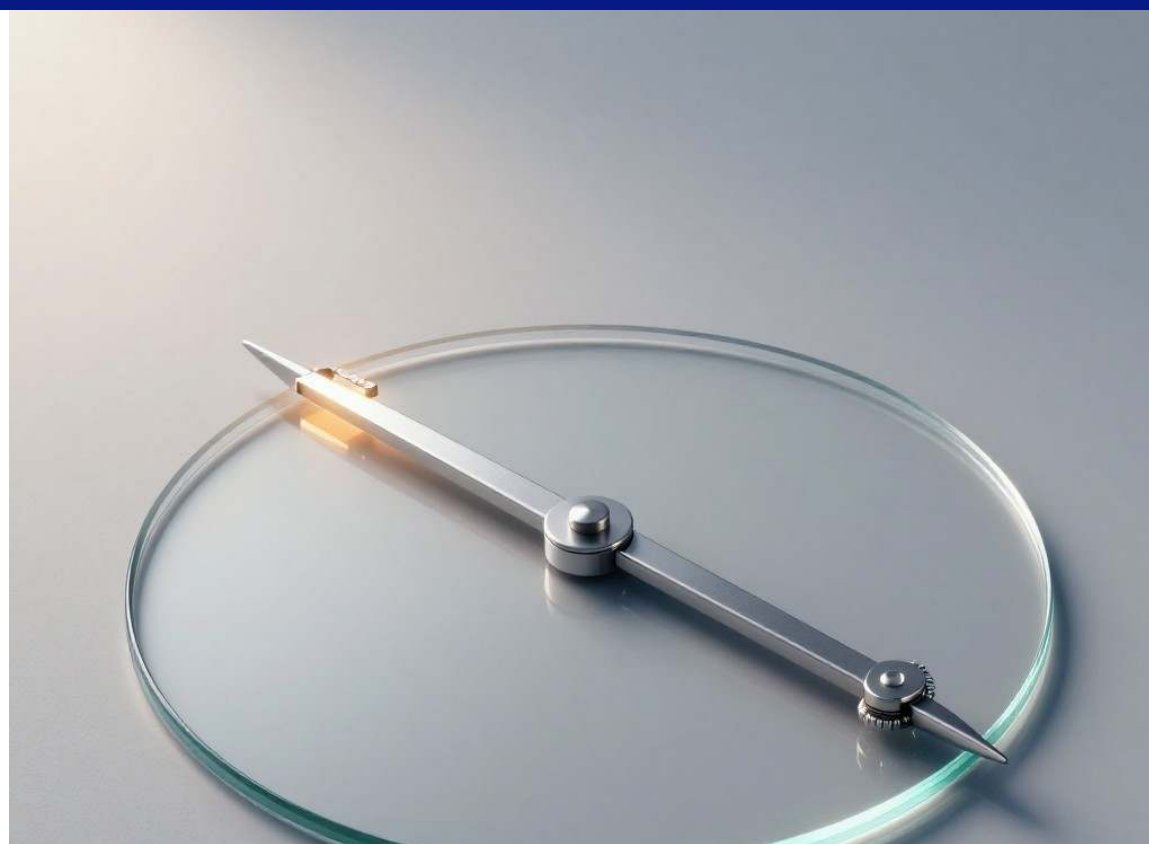
Если из центра круга провести два радиуса, между ними образуется центральный угол. Именно он указывает, какую часть окружности занимает дуга между точками пересечения. Чем больше угол, тем длиннее соответствующая дуга.

Одинаковые градусы на чертеже

На схеме удобно сравнивать не только сами линии, но и числа, которые они задают. Например, угол 120° сразу означает дугу такой же меры. Это помогает быстро читать чертёж без дополнительных измерений.

Связь без лишних вычислений

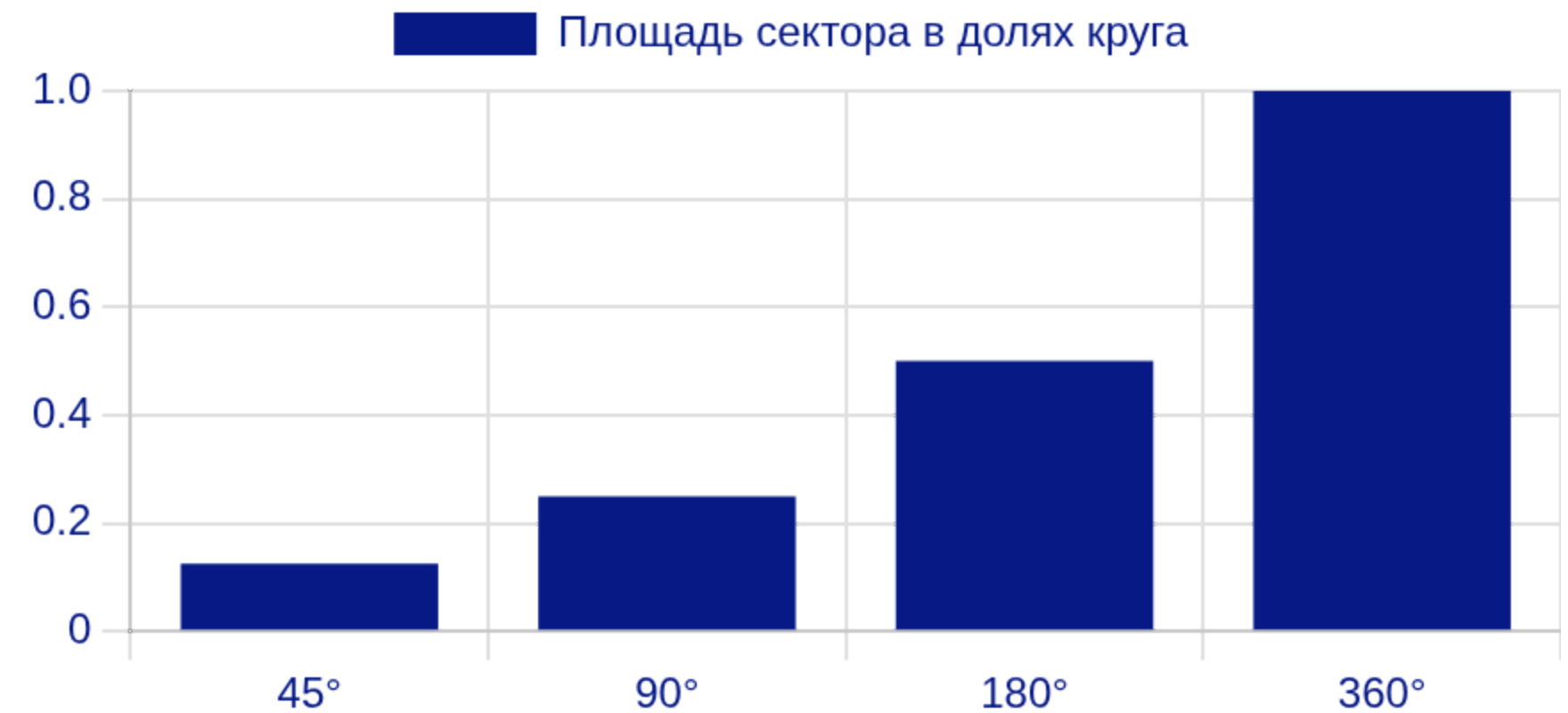
Чтобы найти меру дуги, достаточно посмотреть на центральный угол, который её стягивает. Такое правило экономит время в задачах и делает окружность понятной: угол, дуга и часть круга связаны напрямую.



Площадь сектора при разных углах

Для одного и того же круга площадь сектора меняется только из-за угла. Радиус здесь не меняется, поэтому сравнение удобно проводить по долям целого.

Чем больше центральный угол, тем больше площадь сектора; зависимость прямо пропорциональна углу.



По формуле $S = \pi R^2 \cdot \alpha / 360^\circ$; значения долей получены для углов 45°, 90°, 180° и 360°.

Формула площади сектора

1. Запомнить общую идею

Сектор занимает лишь часть круга, поэтому его площадь находят как долю от площади всего круга. Эта доля определяется центральным углом, измеренным в градусах.

2. Подставить радиус

Сначала берут радиус R и находят площадь полного круга по формуле πR^2 . Затем умножают её на дробь $\alpha/360^\circ$, чтобы получить только нужный сектор.

3. Понять роль угла

Чем больше центральный угол, тем больше часть круга, которую занимает сектор. Если угол равен 360° , формула даёт площадь всего круга без остатка.

4. Проверить ответ

После вычисления полезно сравнить результат со здравым смыслом: сектор с углом 90° должен быть меньше половины круга, а сектор с углом 180° — ровно половиной.

Формула длины дуги

1. Базовая запись

Длину дуги находят по формуле $l = 2\pi R \cdot \alpha / 360^\circ$. Она показывает, какая часть окружности соответствует заданному центральному углу и радиусу круга.

2. От окружности к дуге

Сначала рассматривают длину всей окружности $2\pi R$, а затем берут только её долю, равную $\alpha / 360^\circ$. Так находят именно ту дугу, которая нужна в задаче.

3. Угол как доля круга

Если угол небольшой, дуга тоже будет короткой. При увеличении угла длина дуги возрастает, потому что возрастает часть окружности, которую она составляет.

4. Проверка на крайних случаях

При $\alpha = 360^\circ$ формула даёт длину всей окружности, а при $\alpha = 180^\circ$ — половину окружности. Это помогает убедиться, что вычисления выполнены верно.

Примеры из жизни и окружающ

Часы и круговые схемы

На циферблате часов легко увидеть центральные углы и дуги: каждая отметка занимает свою часть окружности. В круговых диаграммах такие части помогают сразу понять, какая доля целого больше, а какая меньше.



Колёса, знаки и детали

Колёса, дорожные знаки и многие элементы схем имеют круглую форму, где заметны радиусы, дуги и сектора. По ним удобно объяснять, как устроена окружность и как сравнивать части одного целого.



Арки и формы конструкций

Сегмент можно заметить в арках, окнах и некоторых архитектурных элементах. Он ограничен хордой и дугой, поэтому в жизни часто выглядит как изогнутая «шапка» над прямой линией.



Сравнение фигур, связанных с окружностью

Фигура	Границы	Что показывает
Центральный угол	2 радиуса	Величину
Дуга	Часть окружности	Часть линии
Сектор	2 радиуса + дуга	Часть круга
Сегмент	Хорда + дуга	Часть круга



Таблица показывает, чем различаются основные элементы окружности и что именно обозначает каждый из них.

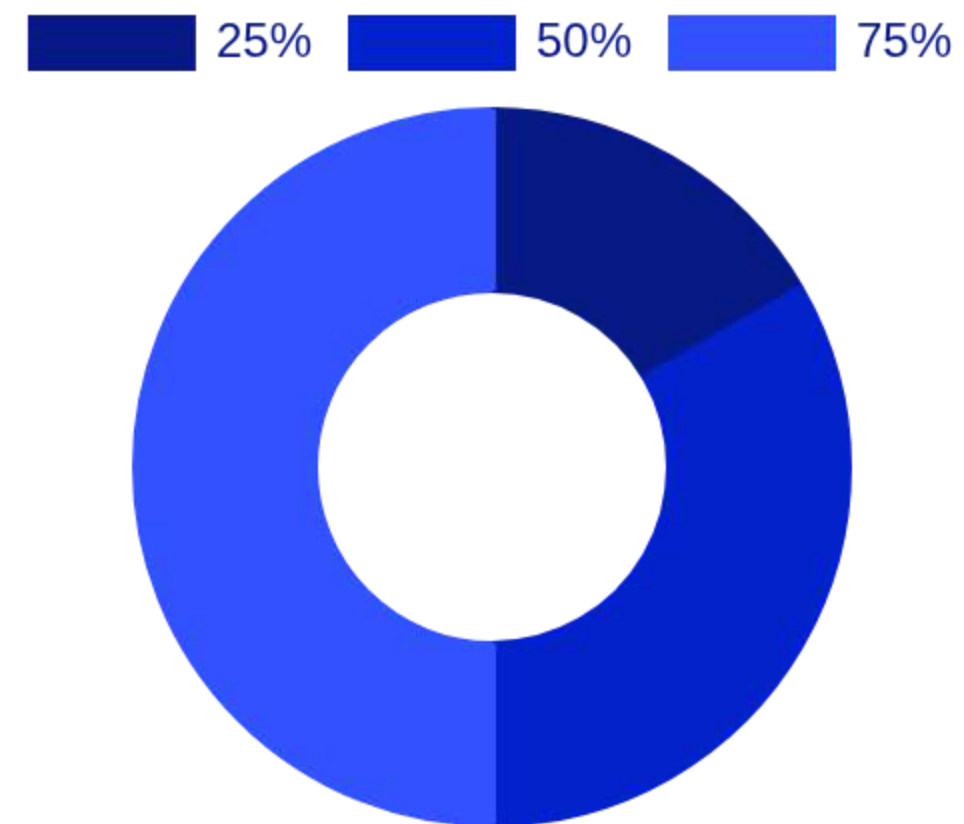
Фигуры различаются прежде всего по границам: именно они позволяют быстро отличить угол, дугу, сектор и сегмент.

Определения основных элементов окружности из школьной геометрии 7 класса.

Доли круга в процентах и градусах

Проценты удобно переводить в углы, когда нужно читать диаграммы, схемы или круговые модели. Это помогает сравнивать части круга без сложных вычислений.

25%, 50% и 75% круга соответствуют 90° , 180° и 270° ; проценты и градусы описывают одну и ту же долю целого.



Перевод долей круга в проценты и градусы по соотношению $360^\circ = 100\%$; значения 25%, 50% и 75%.

Типичные ошибки при работе с кругом



Путают сектор и сегмент

Сектор ограничен двумя радиусами и дугой, а сегмент — хордой и дугой. Если не смотреть на границы внимательно, эти фигуры легко перепутать в задаче или на чертеже.



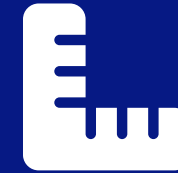
Считают дугу прямой

Дуга всегда является изогнутой частью окружности, а не отрезком. Прямая линия между двумя точками окружности — это хорда, и её нельзя заменять дугой.



Ставят вершину не в центр

Центральный угол имеет вершину только в центре окружности. Если вершина лежит на границе круга, это уже другой угол, и правило про дугу к нему не относится.

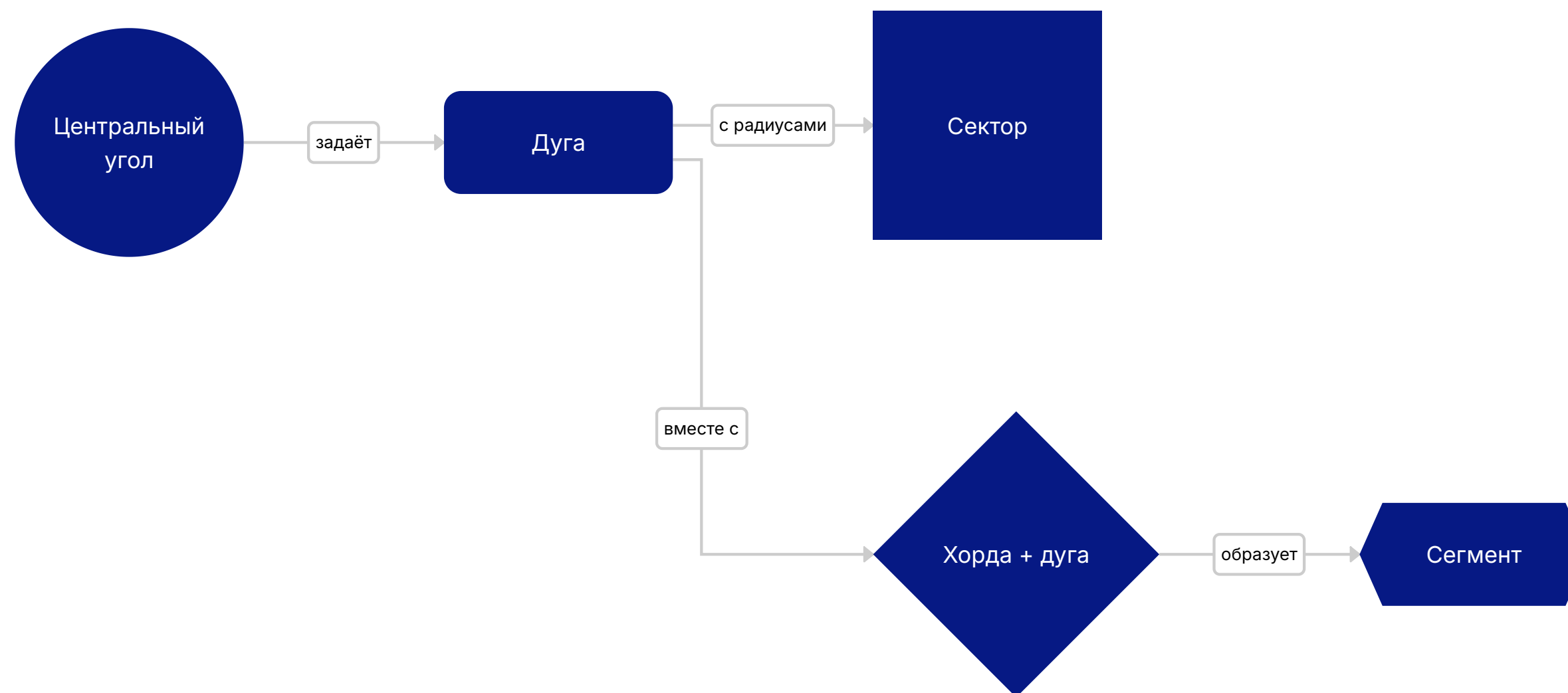


Не проверяют границы фигуры

Перед ответом полезно посмотреть, чем именно ограничена фигура. Такой быстрый контроль помогает избежать ошибок в чертежах, измерениях и задачах на окружность.

Связь между углом, дугой, сектором и сегментом

Схема показывает, как из одного элемента круга получить остальные и проверить их по границам.



Что нужно запомнить

Центральный угол помогает понимать окружность: он задаёт дугу, связан с сектором и сегментом, а также позволяет находить их длину и площадь. Эти связи пригодятся в задачах и на чертежах.