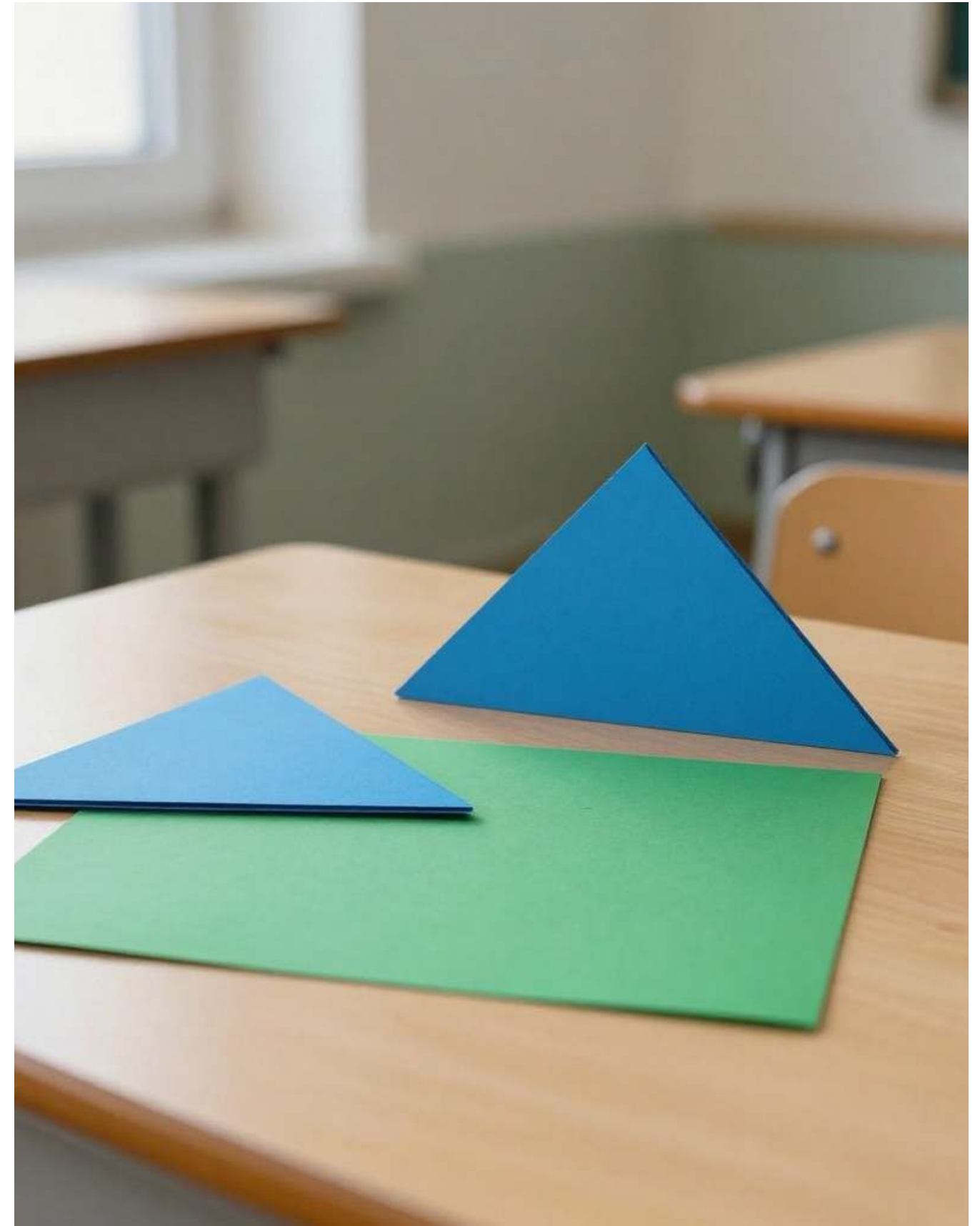


Равенство геометрических фигур

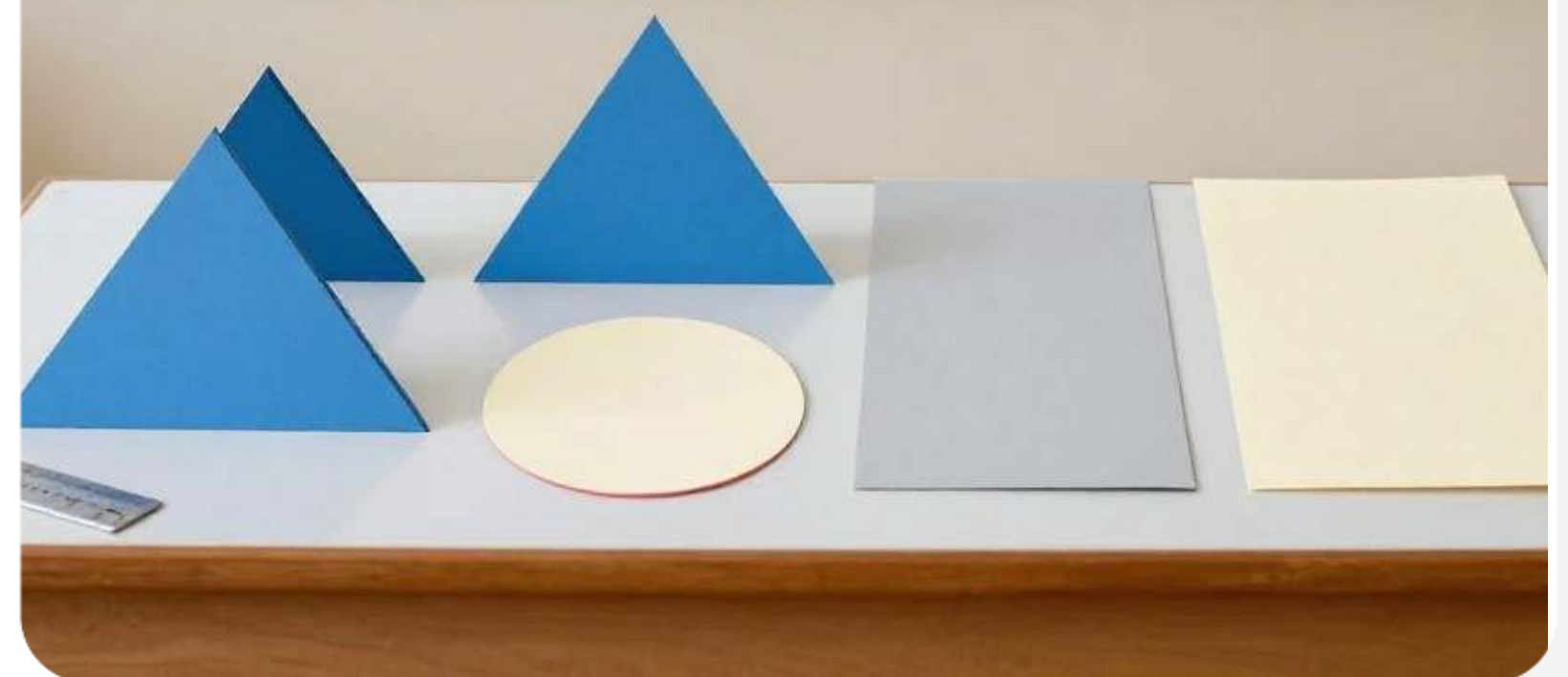
Равные фигуры совпадают при наложении: форма и размер полностью совпадают.



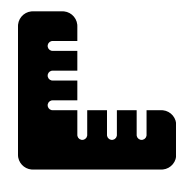
Почему равенство изучают именно в 7 классе

Понимание равенства помогает решать задачи на построение, доказательство и измерение. В 7 классе чаще всего доказывают равенство треугольников: так проще находить неизвестные стороны и углы, не измеряя всё подряд.

Why equality is studied in 7th grade



Что означает равенство фигур



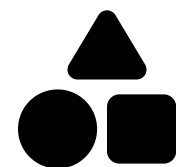
Совпадение при наложении

Две фигуры равны, если при наложении одна полностью совпадает с другой. Для проверки достаточно представить совмещение рисунков и увидеть полное совпадение контуров.



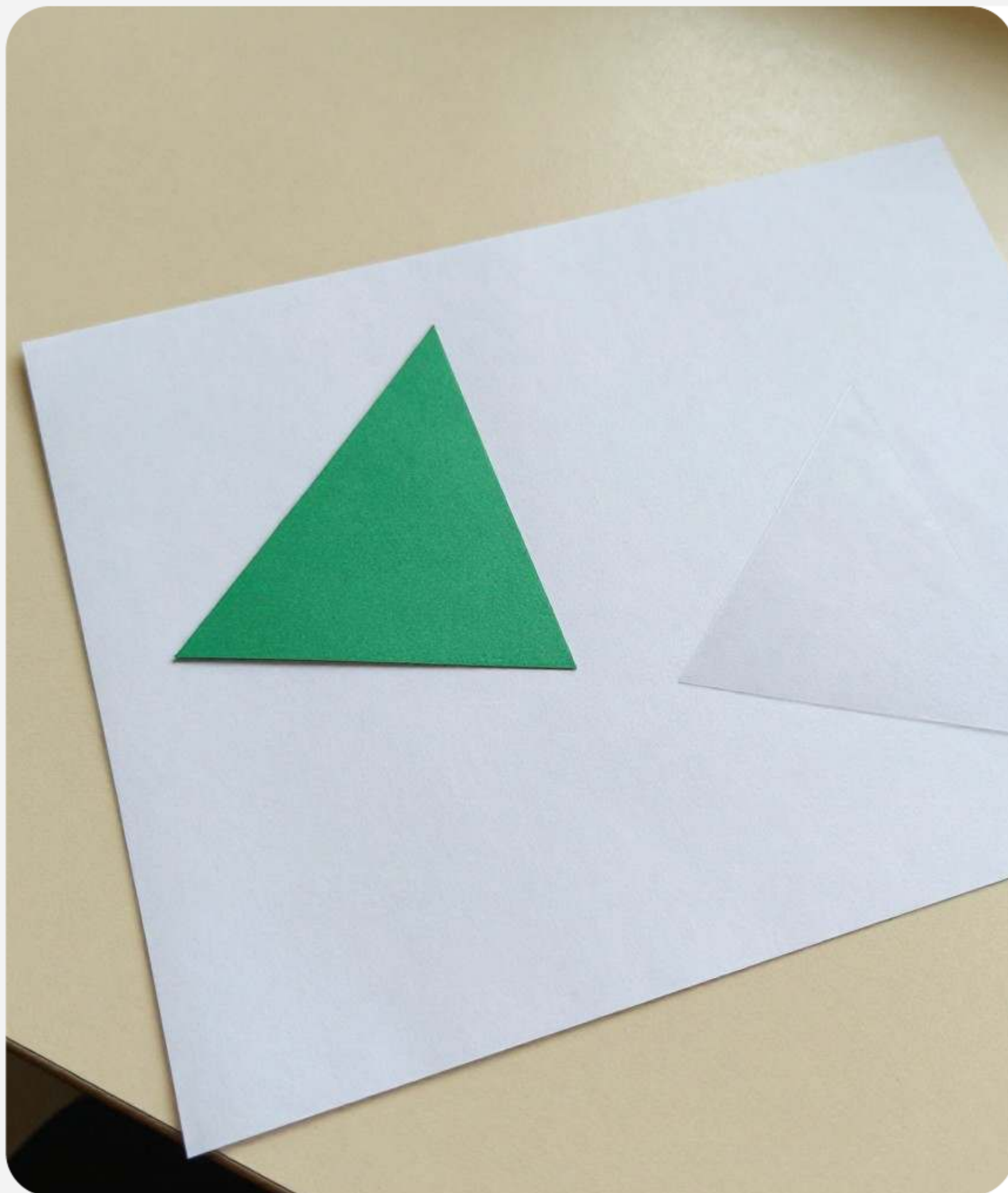
Сохраняются углы

При равенстве сохраняются величины всех углов. Это означает, что «повороты» частей фигуры такие же, как у исходной, а не только похожи на глаз.



Совпадает общий вид

Равные фигуры нельзя отличить после совмещения: совпадают длины сторон и общий вид. Если изменить форму или размер, полного совпадения уже не получится.



Наложение как проверка равенства

Главный наглядный признак

Главный способ понять равенство — наложить одну фигуру на другую. Если вершины, стороны и углы совпадают полностью, значит, фигуры имеют одинаковые форму и размер. На рисунке треугольники располагаются в разных местах листа, но при совмещении совпадают.

Что именно должно совпасть

Совпадение при наложении показывает, что ни «растяжения», ни «сжатия», ни изменения углов нет. Поэтому равенство можно проверять визуально: достаточно проследить соответствие вершин и ребер.

Соответствующие элементы фигур

1

Сравнивая две фигуры, важно находить соответствующие стороны, углы и вершины. То есть каждая вершина одной фигуры должна быть связана с «той же» вершиной другой фигуры, иначе доказательство ломается.

2

Порядок соответствия не меняется: нельзя перепутать, какая сторона лежит напротив какого угла. Тогда равенство будет выглядеть обоснованным, а не случайным совпадением элементов.

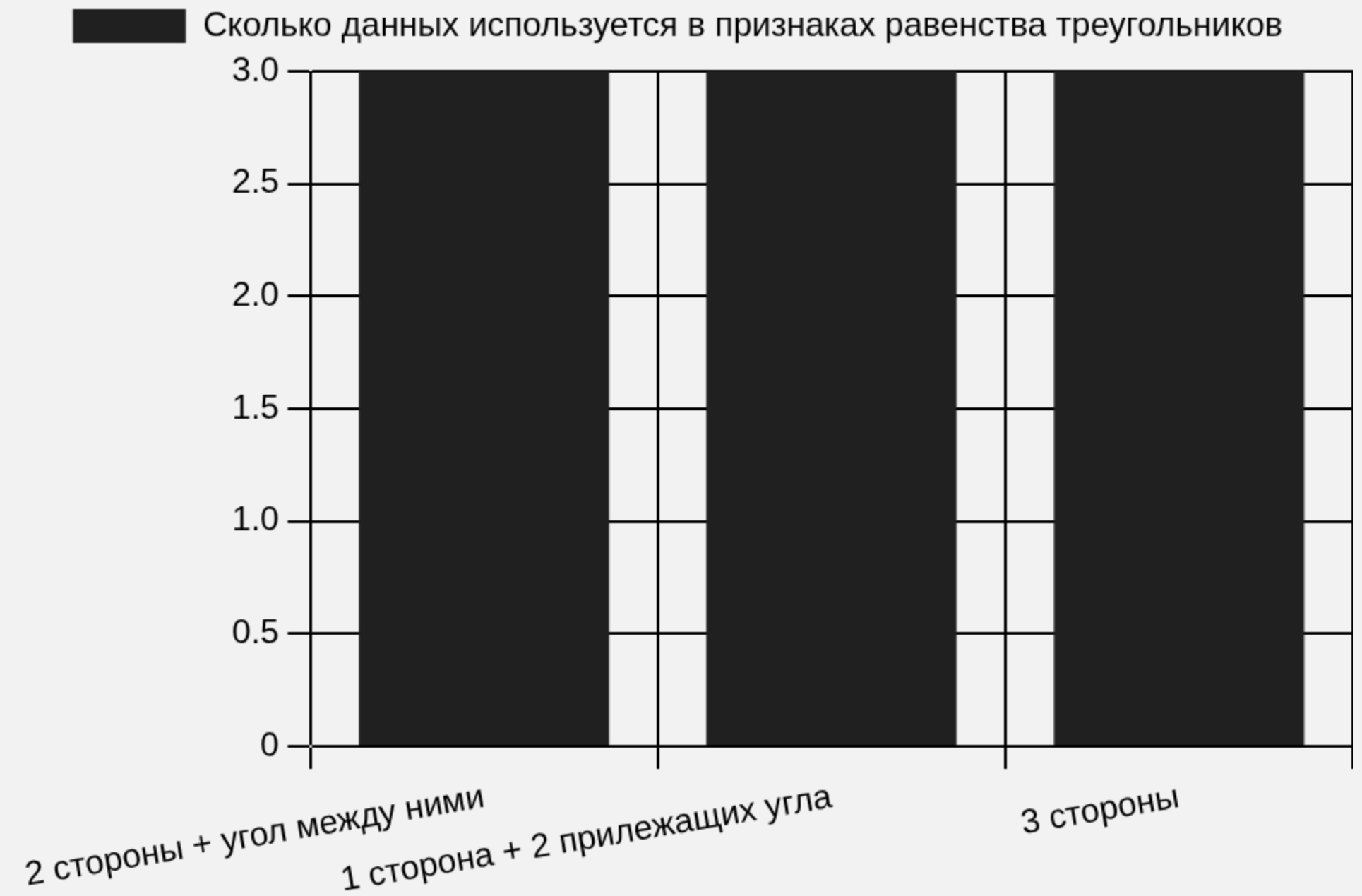
3

Если допустить ошибку в сопоставлении, можно получить неверный вывод о равенстве. Поэтому сначала устанавливают соответствие, а уже затем применяют подходящий признак равенства.

Признаки равенства треугольников

Каждый признак опирается на минимальный набор известных элементов, достаточный для строгого доказательства равенства. Так избегают лишних измерений и уточняют рассуждения.

Так как в каждом случае набора данных хватает «по смыслу», треугольники можно считать равными сразу после проверки условий выбранного признака.



Первый признак равенства треугольников

1

Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны двум сторонам и углу между ними другого, то такие треугольники равны. Здесь важно именно «между ними», а не где-то рядом.

2

Этот признак часто встречается в задачах, где даны две стороны и угол в точке их соединения. По этим данным можно сравнивать треугольники даже на сложных рисунках, не измеряя все остальное.

3

Когда условие выполняется, можно уверенно сказать, что совпадут все соответствующие стороны и углы. Поэтому равенство используют как шаг в более длинном доказательстве.

Три признака равенства треугольников

Столбцы: признак; какие элементы сравниваются; когда используется. Строки: 1-й признак — две стороны и угол между ними; 2-й признак — сторона и два прилежащих угла; 3-й признак — три стороны. Вывод: каждый признак даёт достаточно данных для доказательства.

Набор данных в каждом случае достаточен, чтобы однозначно «собрать» треугольник и доказать его равенство без полного измерения.

Признак	Элементы	Когда удобно
1-й	2 стороны + угол между ними	когда известны две стороны и угол между ними
2-й	сторона + 2 прилежащих угла	когда даны углы при основании
3-й	3 стороны	когда известны только длины отрезков

Второй признак равенства треугольников

1

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого, то треугольники равны. Здесь ключевое слово — «прилежащие», то есть углы рядом с этой стороной.

2

Признак особенно удобен, когда на чертеже известны углы у основания. Тогда можно сразу сопоставить вершины и проверить равенство без вычисления всех остальных углов.

3

Иногда углы получают из свойств параллельных прямых: при пересечении прямых образуются равные или дополняющие углы. После этого их можно подставить в условие второго признака.

4

После выполнения условия второго признака остаётся сделать вывод о равенстве треугольников и использовать его, чтобы находить неизвестные стороны и углы в задаче.

3

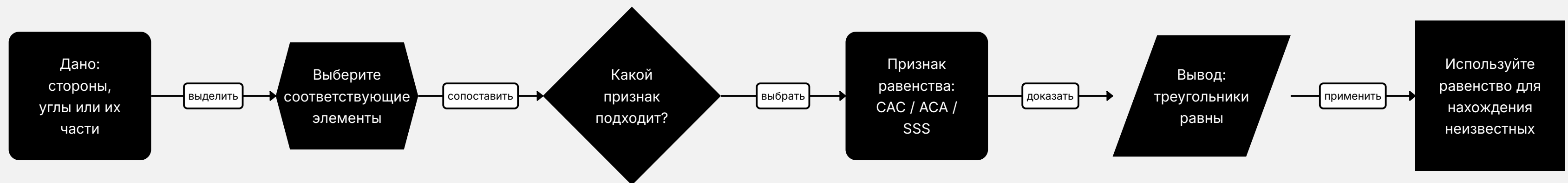
Этого достаточно, чтобы доказать равенство треугольников по трем сторонам.

Школьный курс геометрии 7 класса.

Если три стороны одного треугольника равны трём сторонам другого, треугольники равны. Это называют признаком по трём сторонам.

Порядок проверки равенства треугольников

Шаги для доказательства: даны элементы → выбрано соответствие → выбран признак → сделан вывод → извлечены неизвестные величины.



Равенство и симметрия



Зеркальное отражение на оси

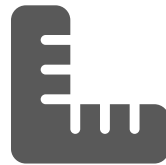
Фигура и её отражение относительно прямой могут быть равны, потому что расстояния между соответствующими точками сохраняются. Если совместить исходный рисунок с отражением, получится полное наложение. Поэтому форма и размер остаются одинаковыми.



Поворот и перенос как «без изменения»

Поворот или перенос фигуры не меняет её геометрическое содержание: размеры остаются теми же, а углы сохраняются. Фигура остаётся равной исходной, даже если поменяла место на плоскости. Главное условие — не изменять масштаб.

Чем равные фигуры отличаются от подобных



Равенство: совпадение при наложении

Равные фигуры полностью совпадают при наложении: совпадают все углы и длины сторон. После совмещения невозможно отличить одну фигуру от другой.



Подобие: одинаковая форма, разный размер

У подобных фигур сохраняются углы и пропорции сторон, но размеры могут отличаться. Их можно «увеличить» или «уменьшить», не меняя формы.



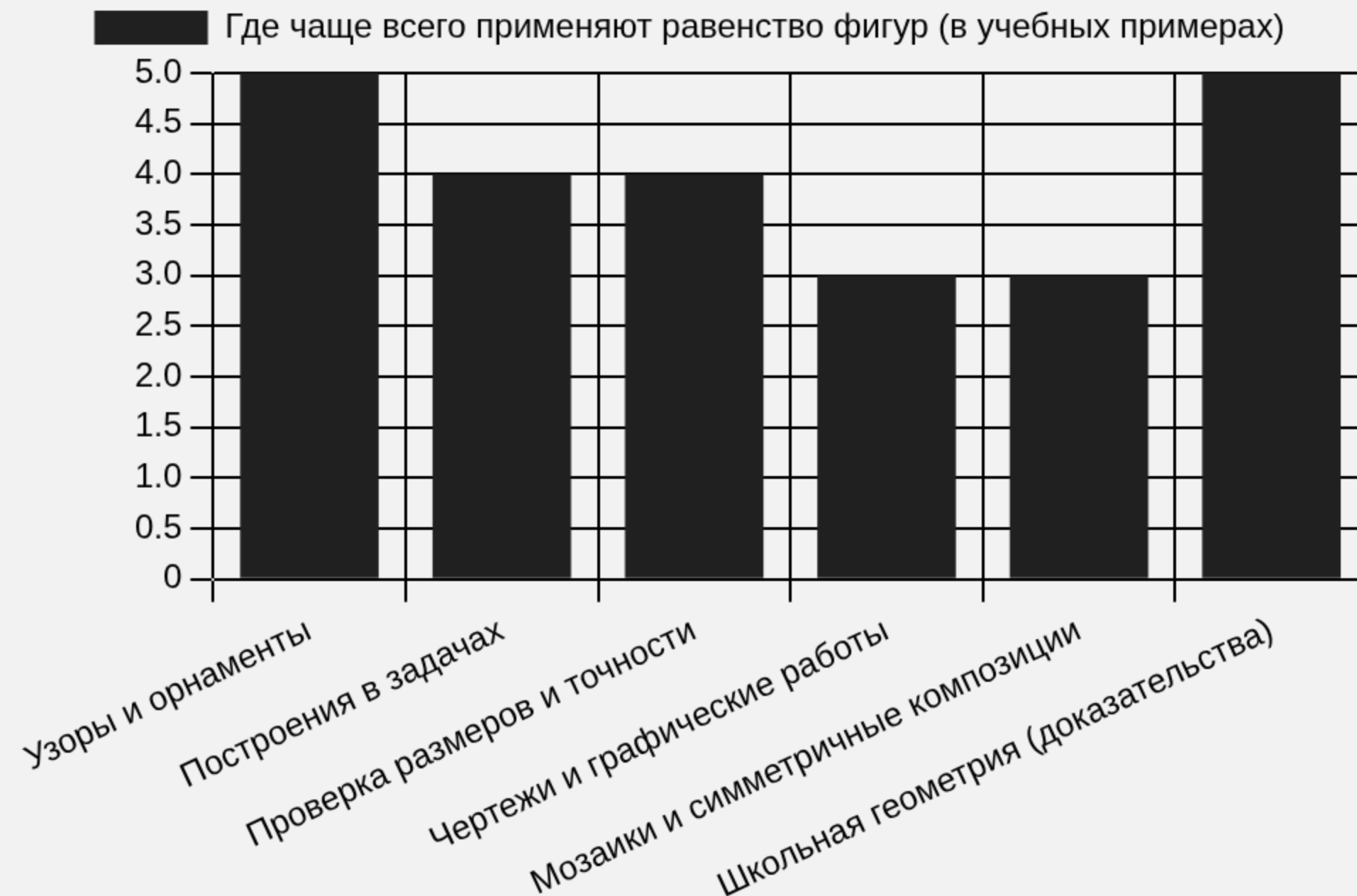
Каждая равная фигура подобна самой себе

Если фигуры равны, то их форма совпадает полностью. Значит, равная фигура одновременно является и подобной исходной: отношение размеров равно 1.

Где встречается равенство фигур

Равенство помогает в заданиях, где важно именно точное совпадение деталей: построить отрезок или угол, доказать равные части рисунка.

Чаще всего равенство используют там, где требуется симметрия и повторяемость: оно превращает «похожесть» в строгое доказательство.



Типичные ошибки при сравнении фигур

Смешивают соответствующие стороны и углы: при сопоставлении вершин нарушают порядок. Тогда даже при «похожих» значениях вывод о равенстве становится неверным.

Путают равенство и подобие: делают заключение о равенстве только по одинаковым углам или по пропорциям сторон. Но равенство требует совпадения и длин, и углов.

Для выбранного признака не хватает всех условий: пропускают часть элементов, которые должны входить в признак. В результате доказательство оказывается неполным.

Делают вывод по одному совпавшему элементу. Например, по равным сторонам или по одному углу нельзя доказать равенство треугольников полностью.

Как выбрать признак равенства в задаче

Что известно	Подходящий признак	Пример условия
Две стороны и угол между ними	1-й признак	$AB=DE, AC=DF, \angle A=\angle D$
Одна сторона и два прилежащих к ней угла	2-й признак	$AB=DE, \angle A=\angle D, \angle B=\angle E$
Три стороны	3-й признак	$AB=DE, AC=DF, BC=EF$

В таблице показано, какие данные позволяют выбрать нужный признак равенства треугольников: первый, второй или третий.

Признак выбирают строго по тем данным, которые уже заданы. Если данные не образуют одного из трёх наборов, выбрать признак нельзя.

Применение равенства фигур в задачах

Доказательство равных отрезков

Когда известно равенство треугольников, соответствующие отрезки становятся равными. Так получают ответы в задачах на отрезки, высоты и части фигур.

Элементы треугольника и симметрия

Для симметричных задач часто достаточно доказать равенство двух треугольников. Тогда сразу находятся биссектрисы, медианы и другие элементы чертежа.

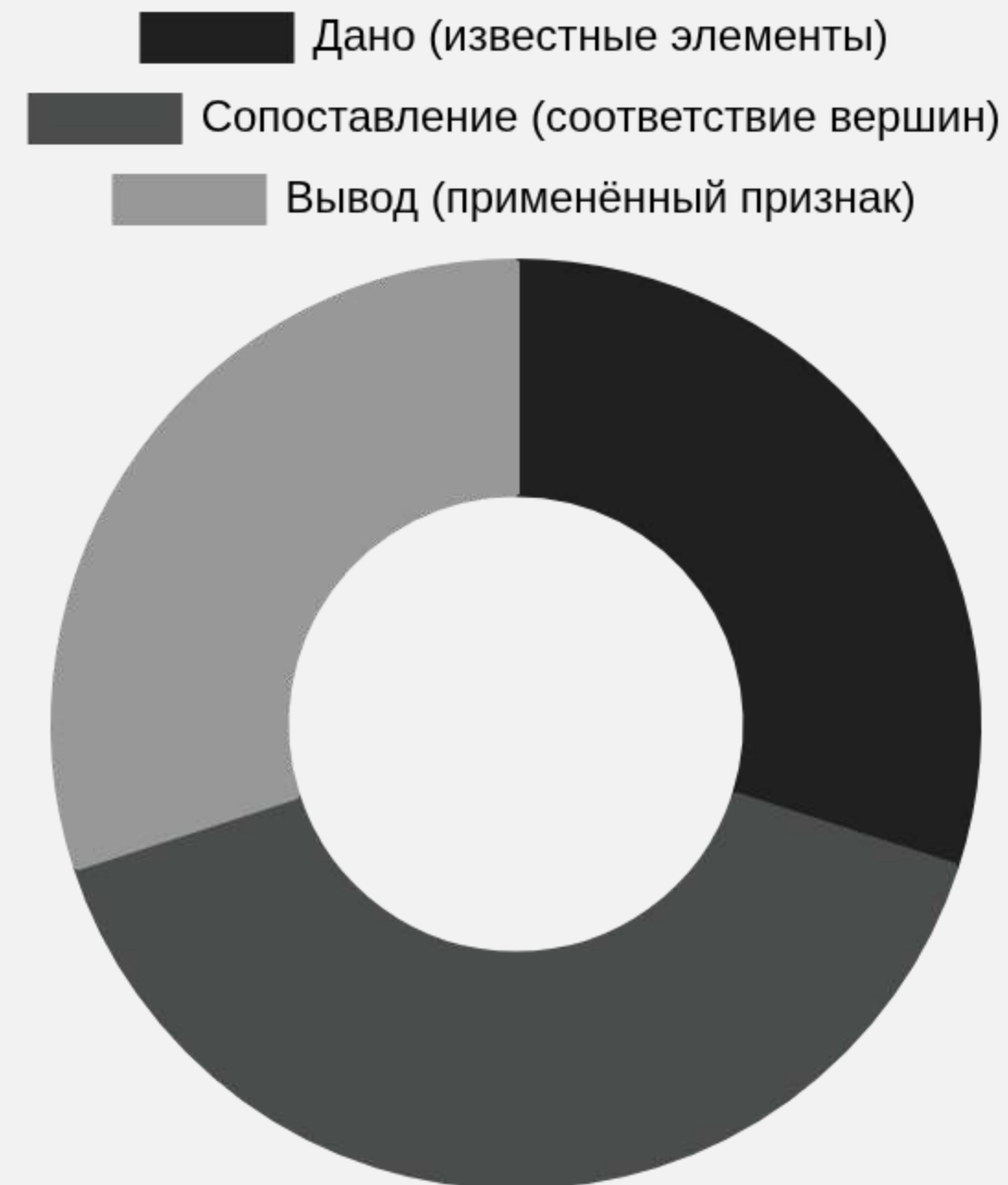
Поиск углов через равные треугольники

Если доказали равенство двух треугольников, равными оказываются и соответствующие углы. Это помогает решать задания с пересечениями прямых и построенными лучами.

Из чего состоит доказательство равенства

Схема помогает не «теряться» в записи: сначала фиксируют известное, затем устанавливают соответствие и только после этого формулируют вывод по выбранному признаку.

Если пропустить этап сопоставления или заменить его догадкой, признак может оказаться не применим. Последовательность делает доказательство строгим.



Главные выводы по теме

Равные фигуры имеют одинаковую форму и одинаковый размер. Проверка строится через полное наложение или через доказательство равенства треугольников по признакам.

Правильное сопоставление элементов — ключ к успеху. Нужно следить, какие вершины и стороны соответствуют друг другу, и не менять порядок при сравнении.

Внимательное чтение чертежа помогает выбрать подходящий признак равенства. Когда известны нужные элементы, доказательство получается коротким и точным.

Итог: зачем изучать равенство геометрических фигур

Тема объединяет сравнение фигур, признаки равенства треугольников и применение этих знаний в школьных задачах. Она развивает точность измерений, логическое мышление и умение доказывать.