

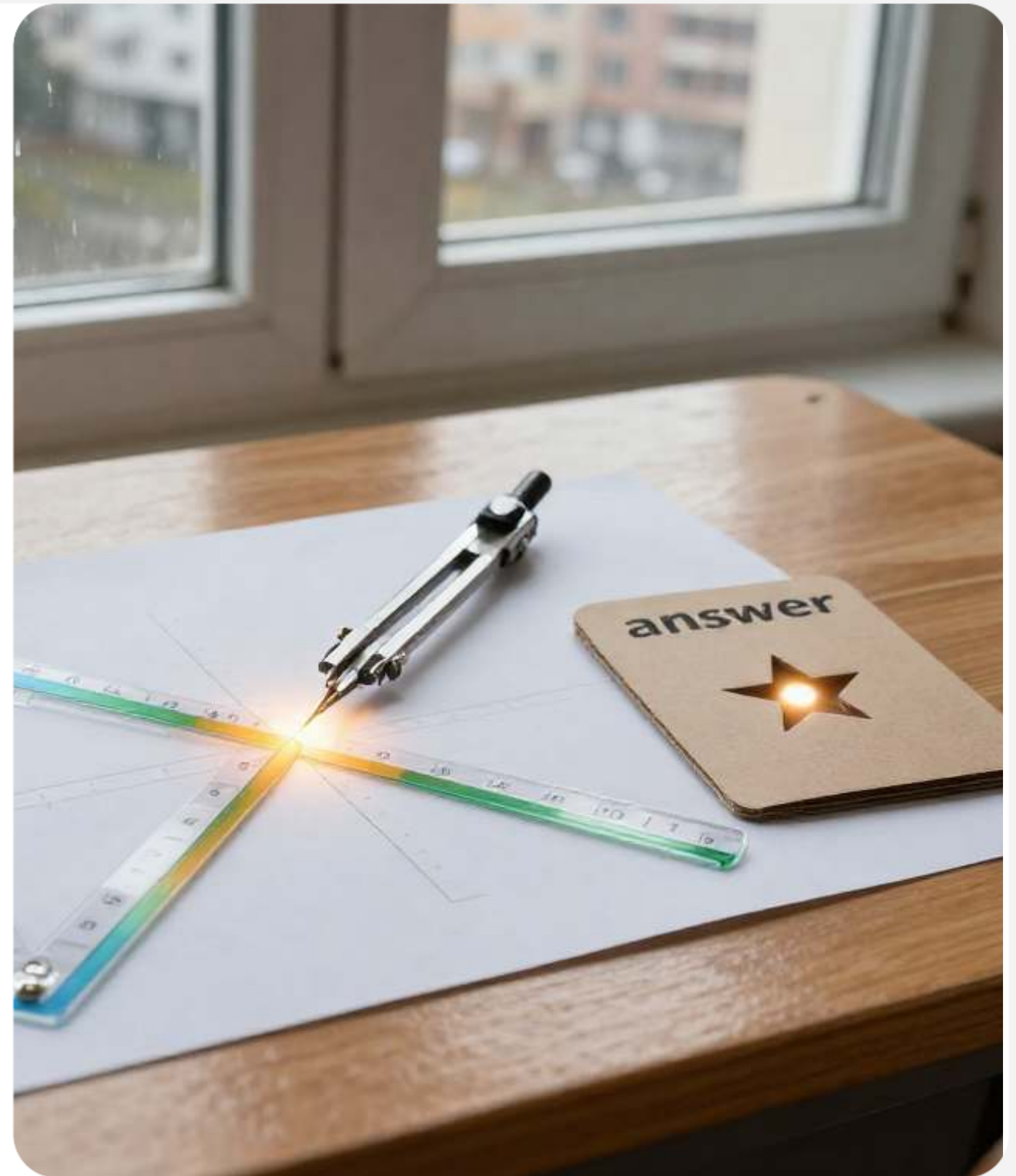
Решение задач с помощью систем уравнений

Две неизвестные — два уравнения — один точный
ответ.



Когда система уравнений помогает найти ответ

В 7 классе такие задачи встречаются в покупках, движении, числах и возрасте. Система уравнений позволяет связать две неизвестные и получить точный результат там, где одной формулы недостаточно.



Что такое система уравнений

Общие переменные

Система состоит из нескольких уравнений, в которых используются одни и те же буквы. Именно они обозначают неизвестные величины, которые нужно найти по условию задачи.

Подходящая пара чисел

Решением считается такая пара значений, которая делает верными все уравнения сразу. Если хотя бы одно равенство не выполняется, пара не подходит.

Две неизвестные величины

В школьных задачах обычно ищут две связанные величины: цену и количество, скорость и время, возраст и разность возрастов. Так задача становится удобной для составления системы.

Проверка смысла

Даже найденный ответ нужно оценить по смыслу. Если получается отрицательное количество или невозможное время, значит, в решении допущена ошибка.

Как выделить данные и неизвестные в условии

1

Найти известные числа

Сначала выпишите все числа из условия и отметьте, какие из них уже даны. Это помогает не упустить важные сведения и увидеть, с чем именно нужно работать.

2

Определить неизвестные

Выберите две величины, которые требуется найти, и обозначьте их буквами. Сразу подпишите, что означает каждая буква, чтобы не перепутать значения в ходе решения.

3

Установить связи

Посмотрите, какие отношения есть между величинами: сумма, разность, стоимость, расстояние или время. Именно эти связи превращаются в уравнения.

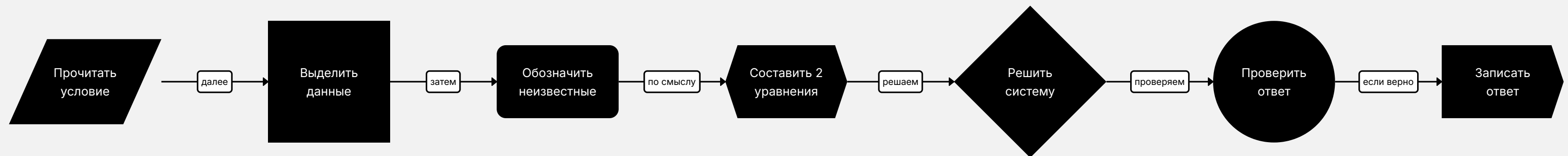
4

Записать модель

После этого составьте два уравнения по смыслу задачи. Чем точнее записаны обозначения и связи, тем проще решить систему без лишних ошибок.

Алгоритм решения текстовой задачи

Последовательность действий при переводе условия в систему уравнений и проверке ответа



Составление уравнений по схеме



Два товара на одной схеме

На схеме удобно показать, сколько стоят два разных товара и как связана их общая стоимость. Стрелки и подписи помогают быстро увидеть, где находится сумма, а где — отдельные неизвестные величины.



Пути и расстояния

Если изображены два пути или два участка движения, схема подсказывает, какие величины нужно связать через скорость, время и расстояние. Тогда одна линия может обозначать путь первого объекта, а другая — второго.



Части одного целого

Схема особенно полезна, когда число разделено на две части или величины отличаются на несколько единиц. По рисунку легко заметить, что одна часть больше другой, а вместе они дают общее значение.

Способ подстановки

1

Выразить переменную

Сначала из одного уравнения выражают одну переменную через другую. Лучше выбирать то уравнение, где это можно сделать без дробей, скобок и лишних преобразований.

2

Подставить выражение

Затем полученную запись подставляют во второе уравнение. Так остаётся одно уравнение с одной неизвестной, которое уже можно решить обычным способом.

3

Найти вторую величину

После нахождения значения первой переменной его подставляют обратно и вычисляют вторую. В конце обязательно проверяют, верно ли получилась вся пара чисел.

Способ сложения

Убрать одну переменную

Уравнения складывают или вычитают так, чтобы одна из переменных исчезла. Тогда остаётся уравнение с одной неизвестной, которое решается значительно быстрее.

Выбрать короткий путь

Этот способ особенно удобен для линейных систем, где числа уже подобраны удачно. В таких случаях решение получается короче, чем при подстановке.

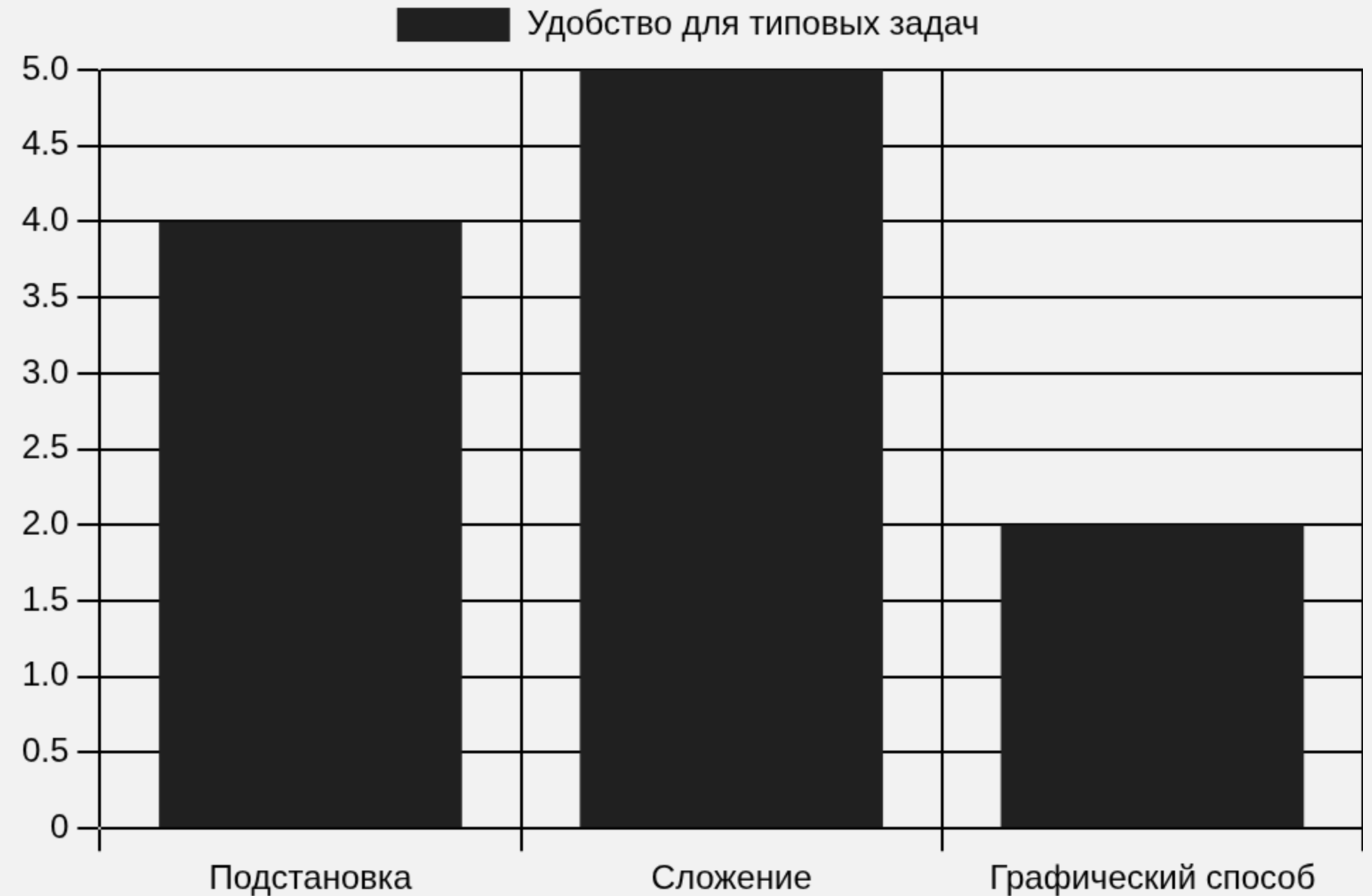
Уравнять коэффициенты

Если коэффициенты не совпадают, одно или оба уравнения умножают на подходящее число. Это делают, чтобы при сложении нужная переменная сократилась.

Какой способ решения бывает удобнее

Для школьных задач важны не только результат, но и скорость записи преобразований. Выбор способа зависит от того, как устроены уравнения.

Если переменная легко выражается, выбирают подстановку. Когда коэффициенты удобно уравнивать, быстрее работает сложение; графический способ полезен для наглядности.



Проверка решения

1

Подставить в первое уравнение

Возьмите найденную пару чисел и подставьте её в первое уравнение. Равенство должно выполняться полностью, иначе решение нельзя считать верным.

2

Подставить во второе уравнение

Ту же пару проверьте во втором уравнении. Если оба равенства верны, это хороший признак того, что система решена правильно.

3

Сравнить с условием

Сверьте ответ с текстом задачи. Проверьте, совпадают ли найденные величины с тем, что требовалось узнать, и нет ли противоречий по смыслу.

4

Проверить единицы

Убедитесь, что в ответе указаны правильные единицы измерения: рубли, часы, километры, годы или штуки. Это важная часть математического ответа.

5

Оценить реалистичность

Проверьте, не получилось ли отрицательное количество, нулевое время или другой невозможный результат. Такая проверка помогает заметить ошибку ещё до записи окончательного ответа.

Какие бывают задачи на системы уравнений

Таблица показывает, как разные сюжеты сводятся к двум уравнениям: нужно выделить две неизвестные и записать две независимые связи.

Во всех случаях модель строится одинаково: одна текстовая задача превращается в пару уравнений с двумя неизвестными.

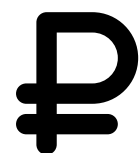
Тип задачи	Что обозначать	Какие связи	Пример ответа
Покупки	цена, кол-во	сумма, стоимость	
Движение	скорость, время	путь, встреча	
Числа	два числа	сумма, разность	
Возраст	возраст, разница	разница лет, через n лет	

Как решают задачи на покупки



Выбирают цены

Сначала обозначают цену каждого товара отдельной буквой. Так легче не смешать стоимость одного предмета с количеством купленных вещей и сразу видеть, что именно нужно найти.



Следят за единицами

Ответ в таких задачах всегда записывают с денежными единицами. Важно не забыть, что рубли и копейки должны быть указаны так, как требуется в условии.



Записывают покупку

Далее составляют уравнение по общей стоимости: цена умножается на количество. Если в задаче есть два вида товаров, получается вторая связь, которая дополняет первое уравнение.



Проверяют смысл

После вычислений проверяют, не получились ли дробные количества предметов или отрицательные значения. Если ответ не соответствует реальной покупке, нужно пересмотреть уравнения и обозначения.

Задачи на движение

1

Связь величин

В таких задачах используют формулу $s = v \cdot t$, где расстояние зависит от скорости и времени. Сначала определяют, что известно, а затем вводят две неизвестные величины.

2

Движение навстречу

Если объекты движутся друг к другу, их пути складываются. Тогда можно записать одно уравнение на общий путь и второе — на неизвестную скорость, время встречи или расстояние.

3

Движение в одном направлении

Когда объекты идут в одном направлении, важна разность скоростей. Более быстрый объект сокращает расстояние, поэтому система позволяет найти скорость сближения или удаление между ними.

4

Что находят в ответе

С помощью системы находят скорость, время, путь каждого участника и расстояние между ними. Такие задачи помогают понять, как алгебра описывает реальные перемещения.

Задачи на числа и возраст

Сумма и разность

В задачах на числа удобно обозначить два неизвестных числа через x и y , а затем связать их суммой и разностью. Это делает условие коротким и понятным.

Отношение чисел

Иногда одно число больше другого в несколько раз или на определённое число. Тогда второе уравнение строят так, чтобы обе записи описывали одну и ту же пару чисел.

Возраст сейчас

В задачах на возраст лучше брать текущий возраст, а не прошлый или будущий. Так уравнения становятся проще, потому что разница в годах сохраняется неизменной.

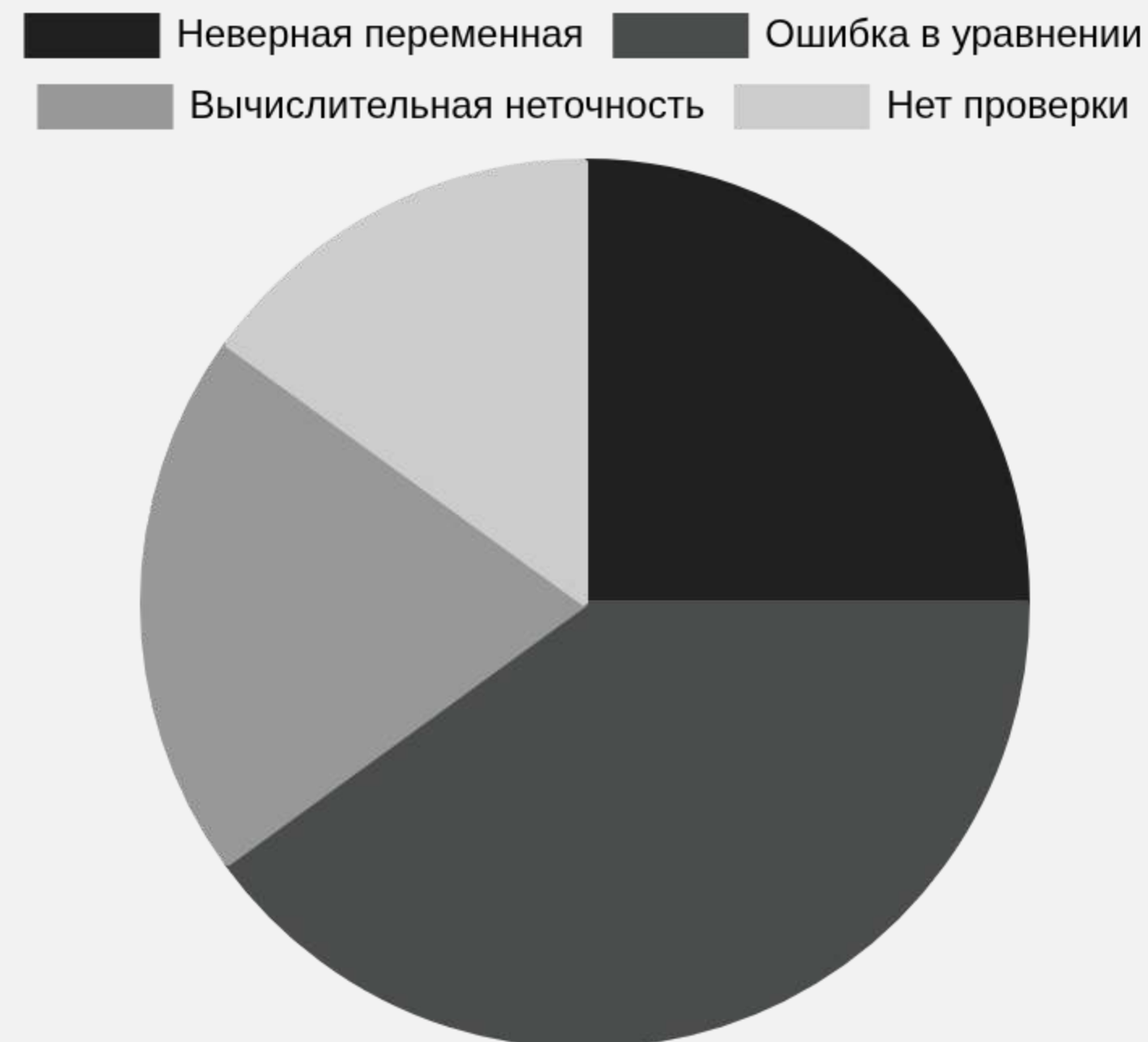
Переход во времени

Если в условии сказано «через несколько лет» или «несколько лет назад», к текущему возрасту добавляют или вычитают нужное число. Это помогает правильно составить второе уравнение.

Где чаще появляются ошибки

Чаще всего сбой возникает ещё на этапе перевода условия на язык алгебры, поэтому полезно перечитывать задачу после каждого шага.

Главная причина ошибок — неточное составление уравнений; регулярная проверка ответа заметно снижает риск неверного решения.



Графическое решение системы

Две прямые

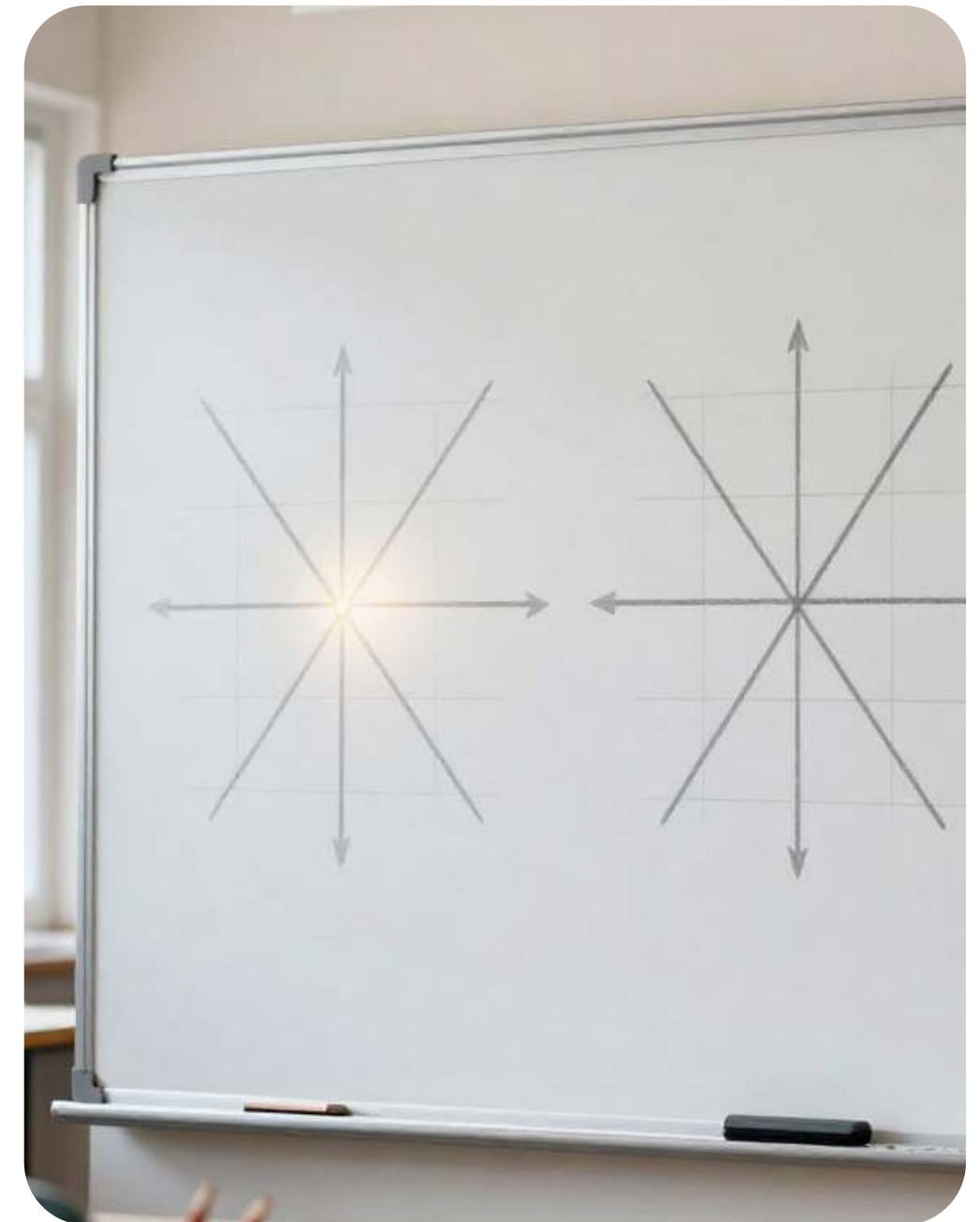
Каждое уравнение изображают на координатной плоскости как прямую. Решением системы считается точка, которая лежит сразу на обеих прямых, то есть подходит обоим уравнениям.

Пересечение линий

Если прямые пересекаются, у системы только одна общая точка. Это означает единственное решение, которое можно прочесть по координатам точки пересечения.

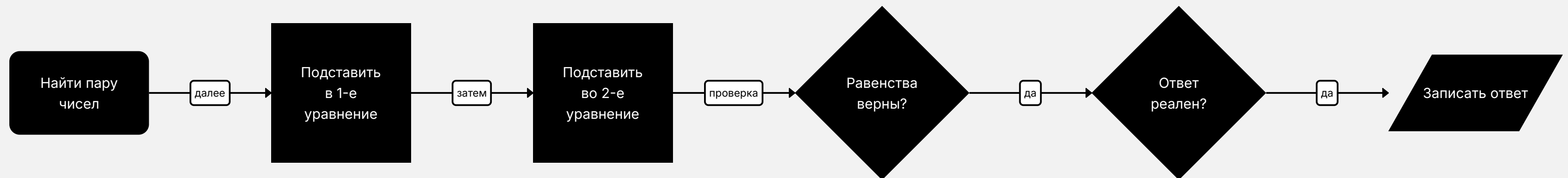
Нет или много решений

Параллельные прямые не имеют общих точек, поэтому решений нет. Совпадающие прямые показывают бесконечно много решений, потому что каждое их общее положение подходит обоим уравнениям.



Как проверить, что ответ подходит

Последовательность проверки после решения системы уравнений



3

варианта расположения прямых
показывают, есть ли у системы одно
решение, нет решений
или бесконечно много решений.

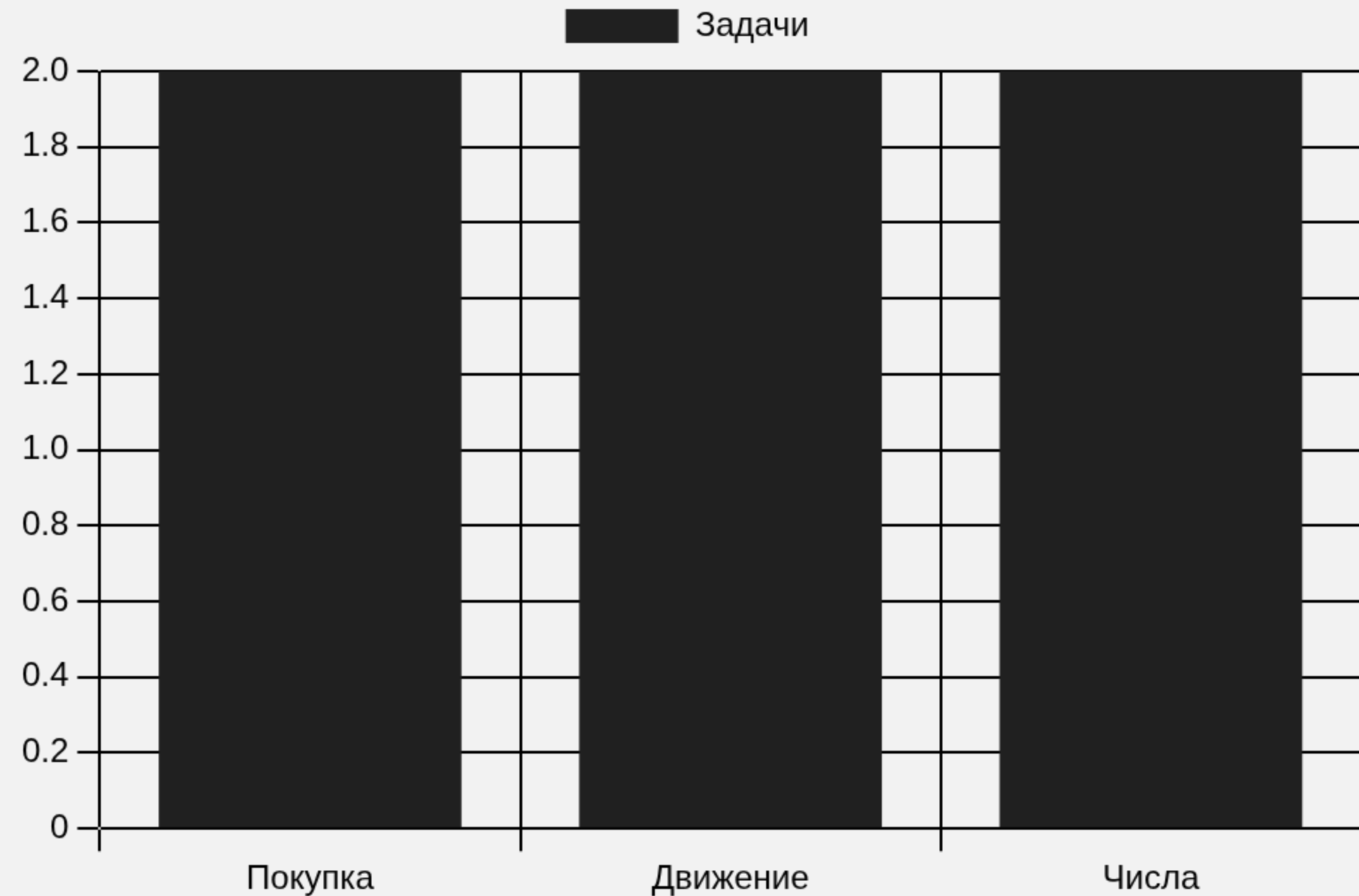
Школьный курс алгебры 7 класса

По виду графиков можно заранее понять
итог решения системы и быстрее
проверить, соответствует ли ответ условию
задачи.

Результаты в трёх примерах задач

У всех трёх задач итогом становится одна пара чисел, хотя сюжеты разные. Это показывает, что важнее не тема, а правильная модель.

Разные жизненные ситуации решаются одним и тем же способом: составить систему, найти пару чисел и проверить её смысл.



Почему системы уравнений полезны

Умение решать системы уравнений помогает переводить слова задачи в точные записи, находить ответ без догадок и проверять его на смысл. Это важный шаг в изучении алгебры и работе с реальными ситуациями.