

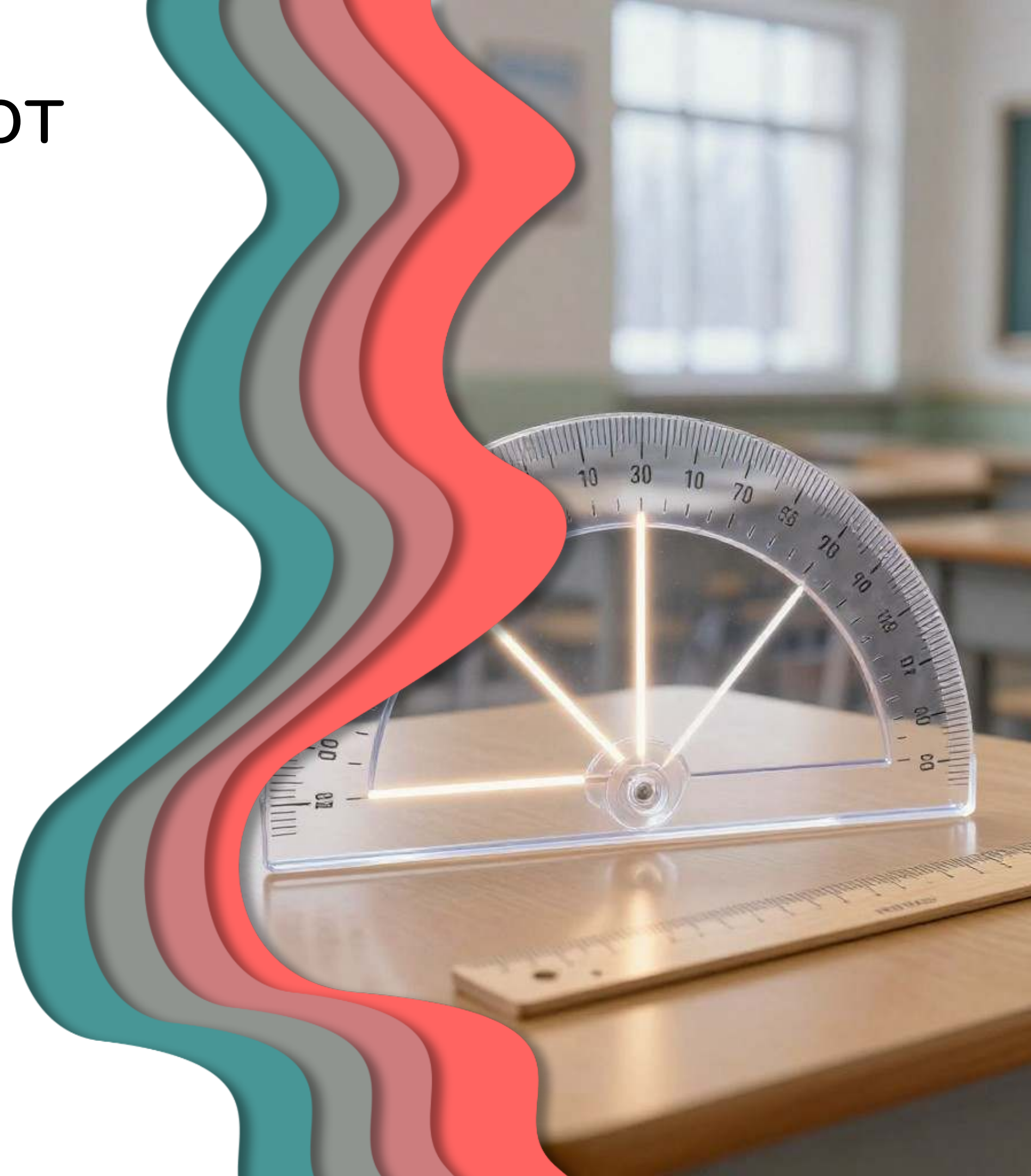
Синус и косинус углов от 90° до 180°

Разберём, как по единичной окружности
читать $\sin$ и $\cos$ во второй четверти.



Где расположены углы от 90° до 180°

Углы от 90° до 180° лежат во II четверти: x отрицателен, y положителен. На единичной окружности синус равен y -координате точки, а косинус — x -координате. 90° — верхняя точка, 180° — левое направление Ox .



Едини́чная окру́жность и координаты точки

- На единичной окружности радиус равен 1, поэтому точка соответствует паре $(\cos \alpha; \sin \alpha)$. Это превращает тригонометрию в работу с координатами на плоскости.
- Для углов от 90° до 180° точка находится слева от оси Oy и выше оси Ox . Значит, x отрицателен, а y положителен.
- Следовательно, $\cos \alpha$ отрицателен, а $\sin \alpha$ положителен. Исключения — крайние случаи 90° и 180° , где одна из координат равна нулю.

Вторая четверть на окружности

Движение точки и изменение значений

На схеме отмечены углы 90° , 120° , 135° , 150° и 180° . Если идти от 90° к 180° , точка смещается по левой дуге вниз, оставаясь над осью Ox .

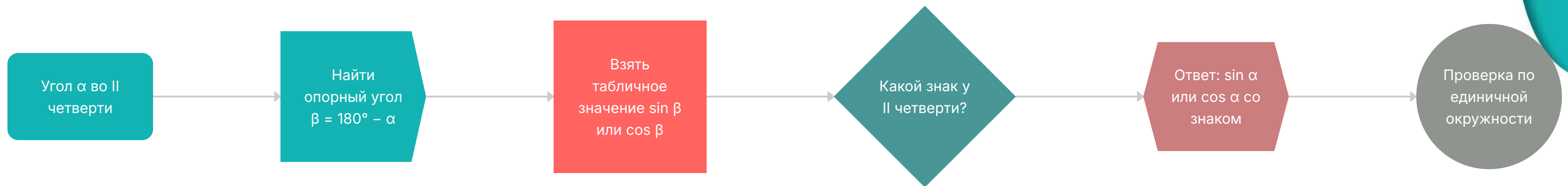
Смысл знаков во II четверти

Отсюда видно: синус уменьшается от 1 до 0, а косинус идёт от 0 к -1 . Подписи координат помогают сразу понять, где значения положительные, а где отрицательные.



Как находят значения через опорный угол

Схема для углов II четверти: α от 90° до 180°

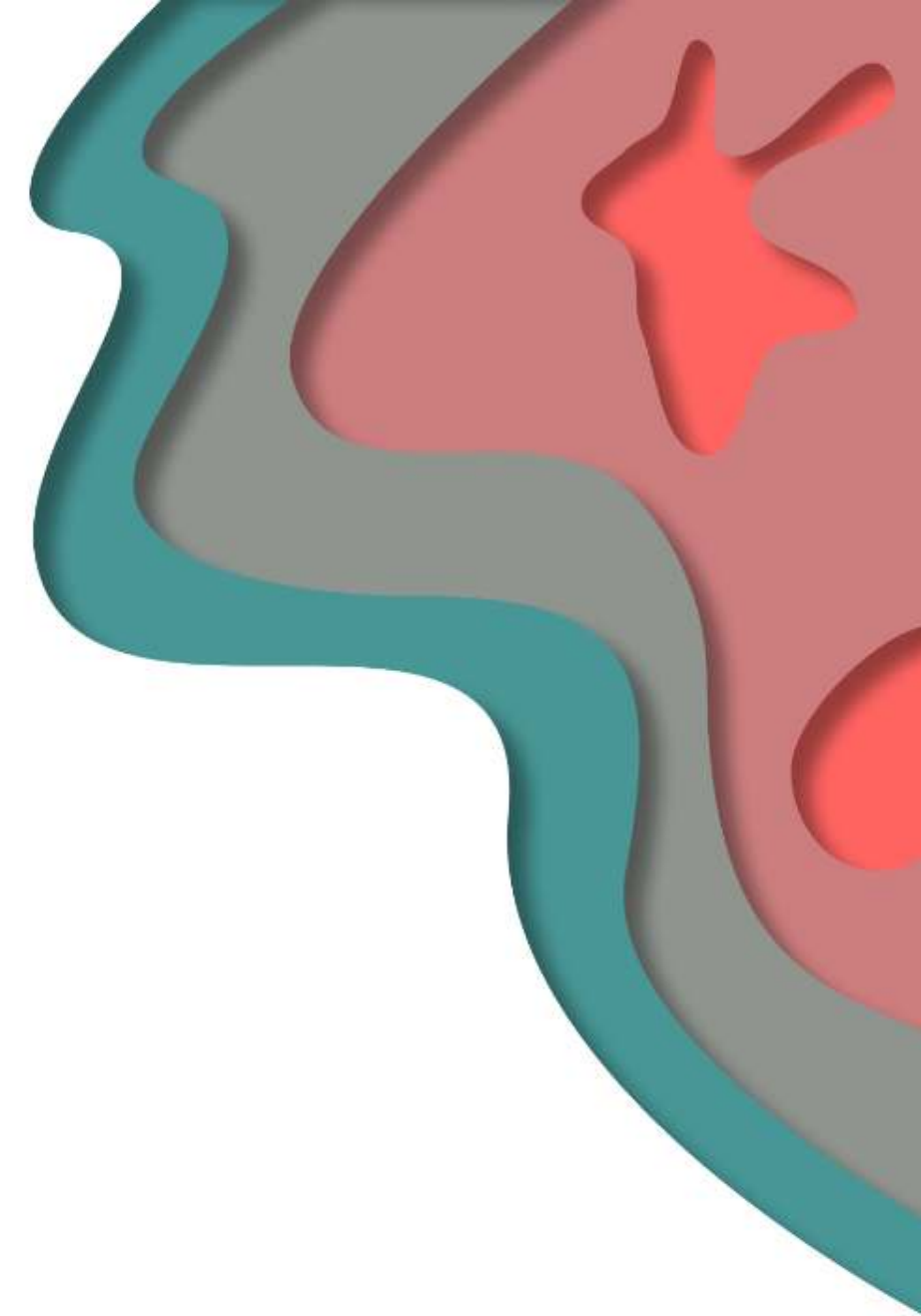


Главные формулы для II четверти

Для углов второй четверти работают равенства: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ и $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. Они связывают угол α с его «зеркальным» относительно 90° положением.

Синус остаётся тем же, потому что точка имеет одинаковую y-координату при таком отражении. А вот косинус меняется по знаку: x получает противоположное значение.

Эти формулы особенно удобны, когда α — 120° , 135° или 150° . Тогда опорные углы становятся острыми и попадают в знакомые табличные значения.



Табличные значения углов второй четверти

Ниже — значения $\sin$ и $\cos$ для основных углов. По наблюдению видно, что синус идёт на спад, а косинус становится всё более отрицательным.

От 90° к 180° $\sin$ уменьшается от 1 к 0, а $\cos$ убывает от 0 до -1 . Знак $\sin$ положительный, $\cos$ отрицательный на всём промежутке.

Единичная окружность и базовые табличные значения

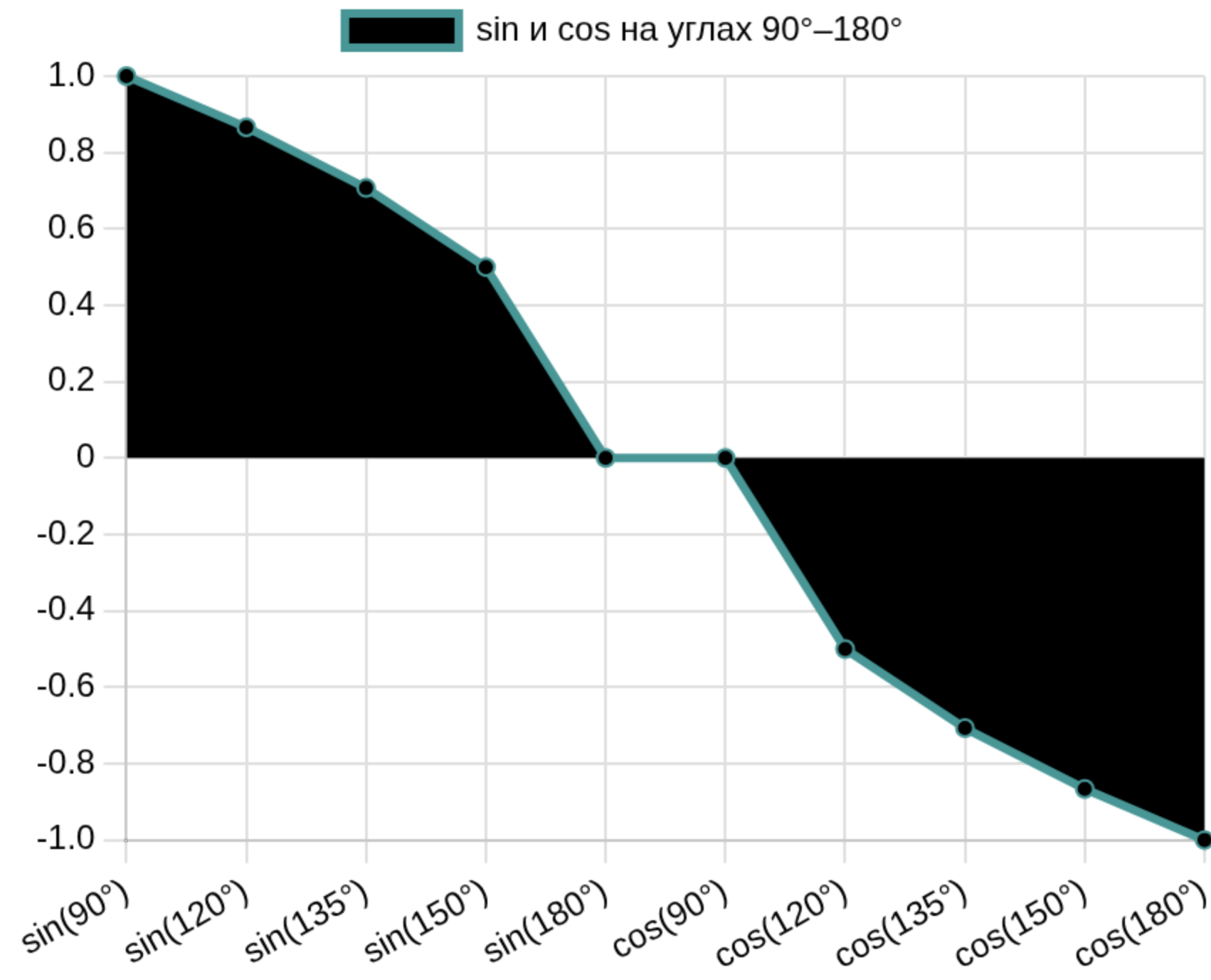
Угол	$\sin$	$\cos$
90°	1	0
120°	$\sqrt{3}/2$	$-1/2$
135°	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$
150°	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$
180°	0	-1

Как меняются $\sin$ и $\cos$ от 90° до 180°

На этом промежутке обе функции меняются без скачков: $\sin$ постепенно падает, а $\cos$ уверенно уходит в отрицательные значения.

По точкам видно различие «темпов» изменения: $\sin$ быстрее приближается к нулю, чем $\cos$ достигает -1 . Знаки сохраняются: $\sin > 0$, $\cos < 0$.

Единица окружность, значения для $90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$



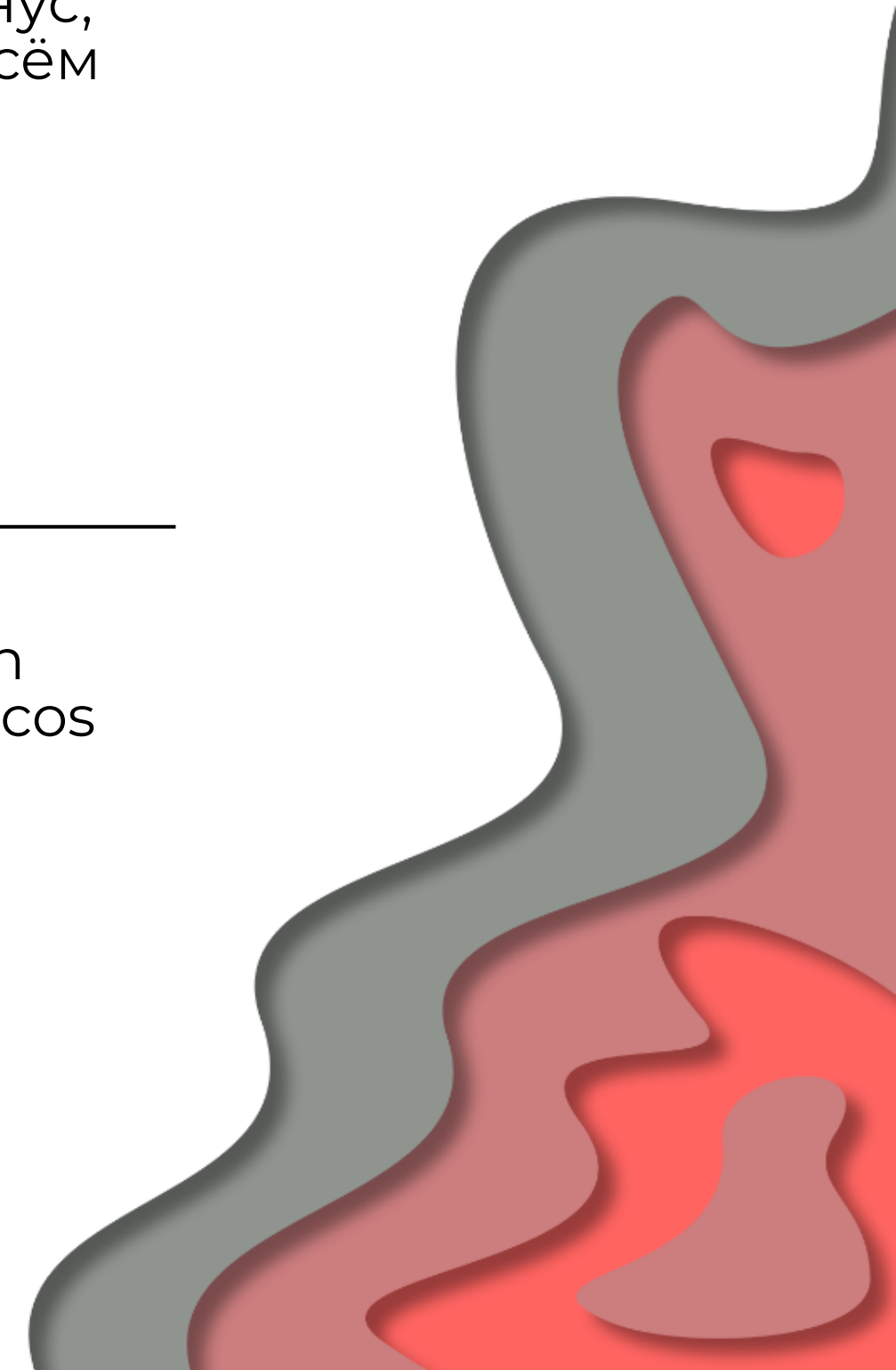
Почему знаки именно такие

Во II четверти точка на единичной окружности имеет отрицательную x -координату. Поэтому косинус, равный x , всегда получается отрицательным.

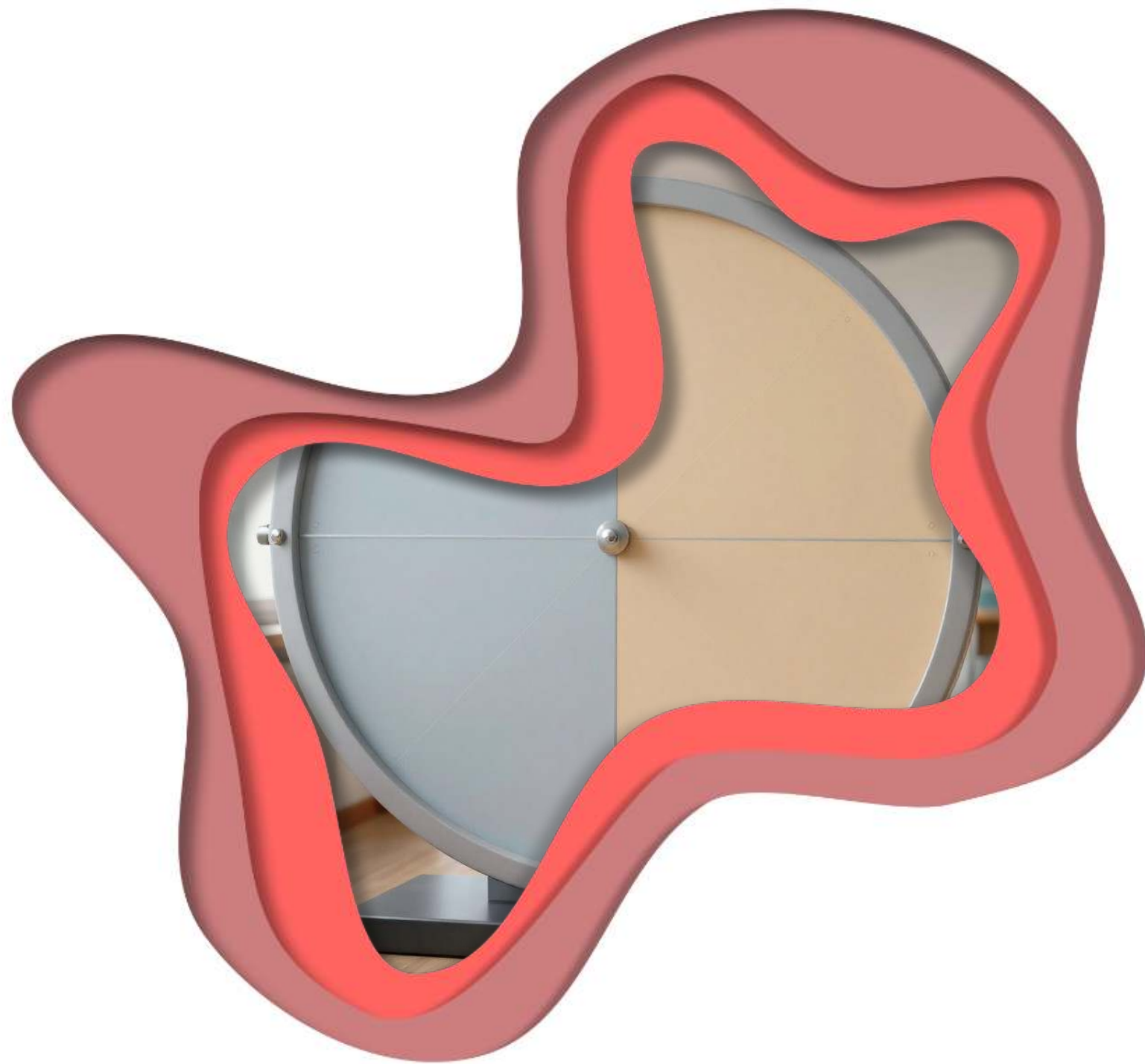
Одновременно y -координата во II четверти положительна. Значит, синус, который равен y , положителен на всём промежутке от 90° до 180° .

Важно запомнить: знак зависит от положения точки, а не только от величины угла. Один и тот же угол «по-разному» проявляется через координаты.

Благодаря этому правило помогает проверять ответы: если ответ для $\sin$ получился отрицательным или для $\cos$ — положительным, значит, где-то ошибка.



Угол 90° как особая точка



- Угол 90° соответствует точке $(0; 1)$ на верхней части единичной окружности. Поэтому $\sin 90^\circ = 1$, а $\cos 90^\circ = 0$.
- Этот угол — граница между I и II четвертями: при переходе через него x -координата начинает уменьшаться ниже нуля, а y остаётся положительным. На рисунке полезно выделить верхнюю точку.

Точка на единичной окружности для 180° лежит на отрицательной оси Ox , поэтому абсцисса равна -1 , а ордината равна 0 .

Собственная разработка на основе школьного курса математики (единичная окружность)

-1

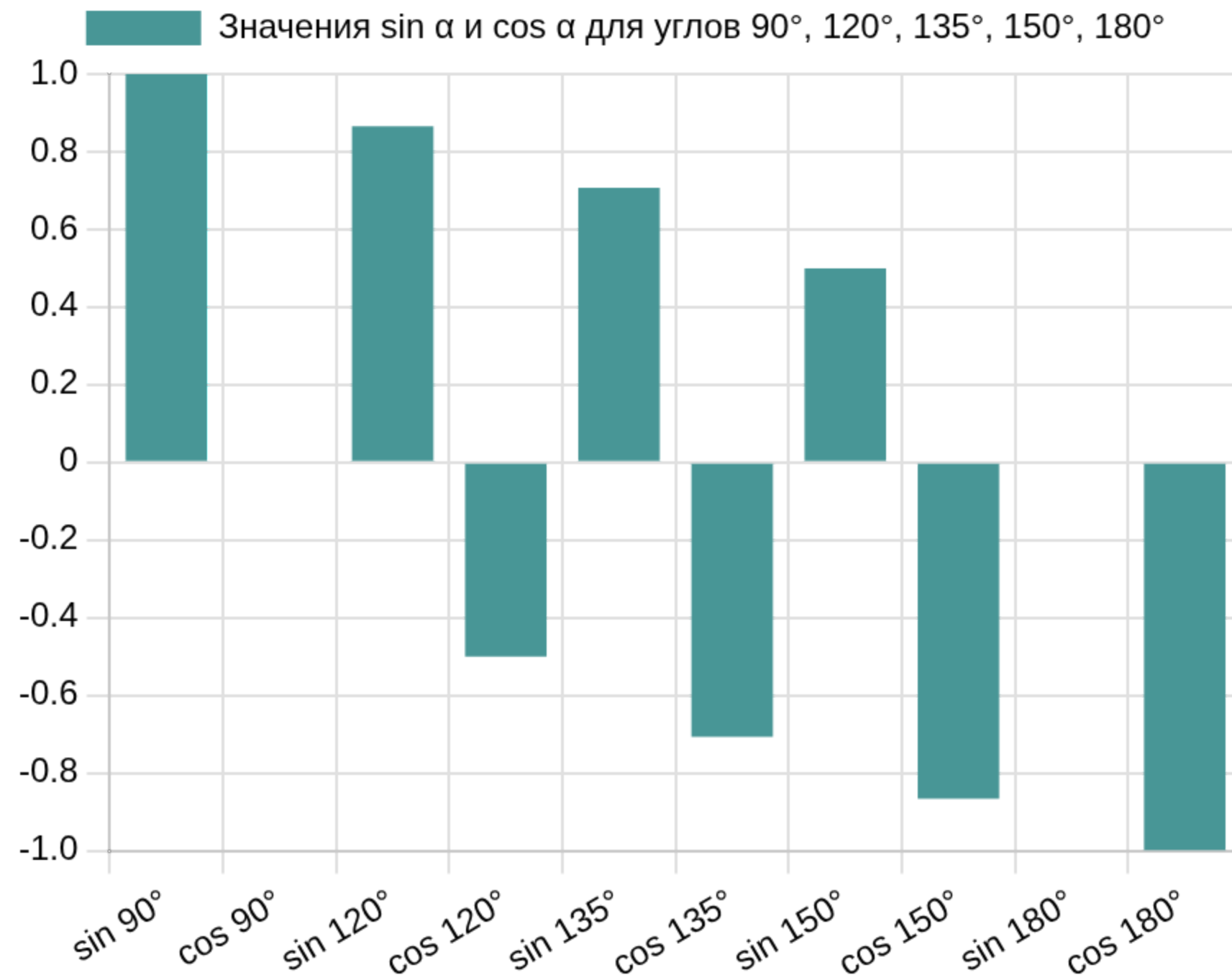
При таком угле косинус принимает минимальное значение на промежутке от 90° до 180° .

Сравнение значений на основных углах

Вторая четверть хорошо показывает «расхождение»: синус остаётся выше оси Ох, а косинус уходит вниз до -1 в точке 180° .

Из диаграммы видно, что $\sin \alpha$ монотонно уменьшается до 0, а $\cos \alpha$ — монотонно убывает от 0 до -1 , меняя только знак и уровень.

Школьные значения тригонометрических функций на единичной окружности, собственные расчёты (без округлений в формулах)



Типичные ошибки при вычислениях

Иногда по привычке ставят у $\cos$ во II четверти знак «плюс». Но в этой четверти x -координата точки на окружности отрицательна, поэтому $\cos \alpha$ обязательно отрицателен.

Часто путают опорный угол с исходным. Например, для 135° опорный угол — острый (45°), а не 135° . Неправильный выбор ведёт к неверным значениям $\sin$ и $\cos$.

Ещё одна ошибка — подставлять неверную разность: вместо $180^\circ - \alpha$ используют $90^\circ - \alpha$. Для углов второй четверти опираются именно на связь через $180^\circ - \alpha$ и правильные знаки по четверти.

Проверка по координатам точек

Угол	Точка (x; y)	$\sin \alpha$ и $\cos \alpha$
120°	$(-1/2; \sqrt{3}/2)$	$\sin \sqrt{3}/2; \cos -1/2$
135°	$(-\sqrt{2}/2; \sqrt{2}/2)$	$\sin \sqrt{2}/2; \cos -\sqrt{2}/2$
150°	$(-\sqrt{3}/2; 1/2)$	$\sin 1/2; \cos -\sqrt{3}/2$

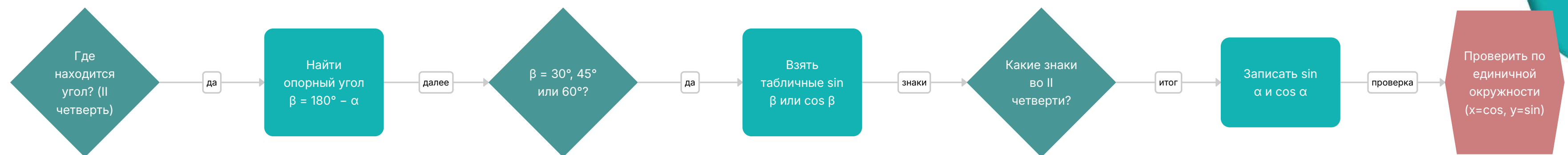
Координаты точек на единичной окружности дают значения $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$:
 $x = \cos \alpha$, $y = \sin \alpha$.

Если выбранный знак не совпадает с координатами точки (x отрицательный, y положительный), ответ для $\sin$ и $\cos$ сразу можно исправить без длинных вычислений.

Собственная разработка по определению тригонометрических функций на единичной окружности

Алгоритм решения задач на $\sin$ и $\cos$

Последовательность действий для углов во II четверти с проверкой по единичной окружности.

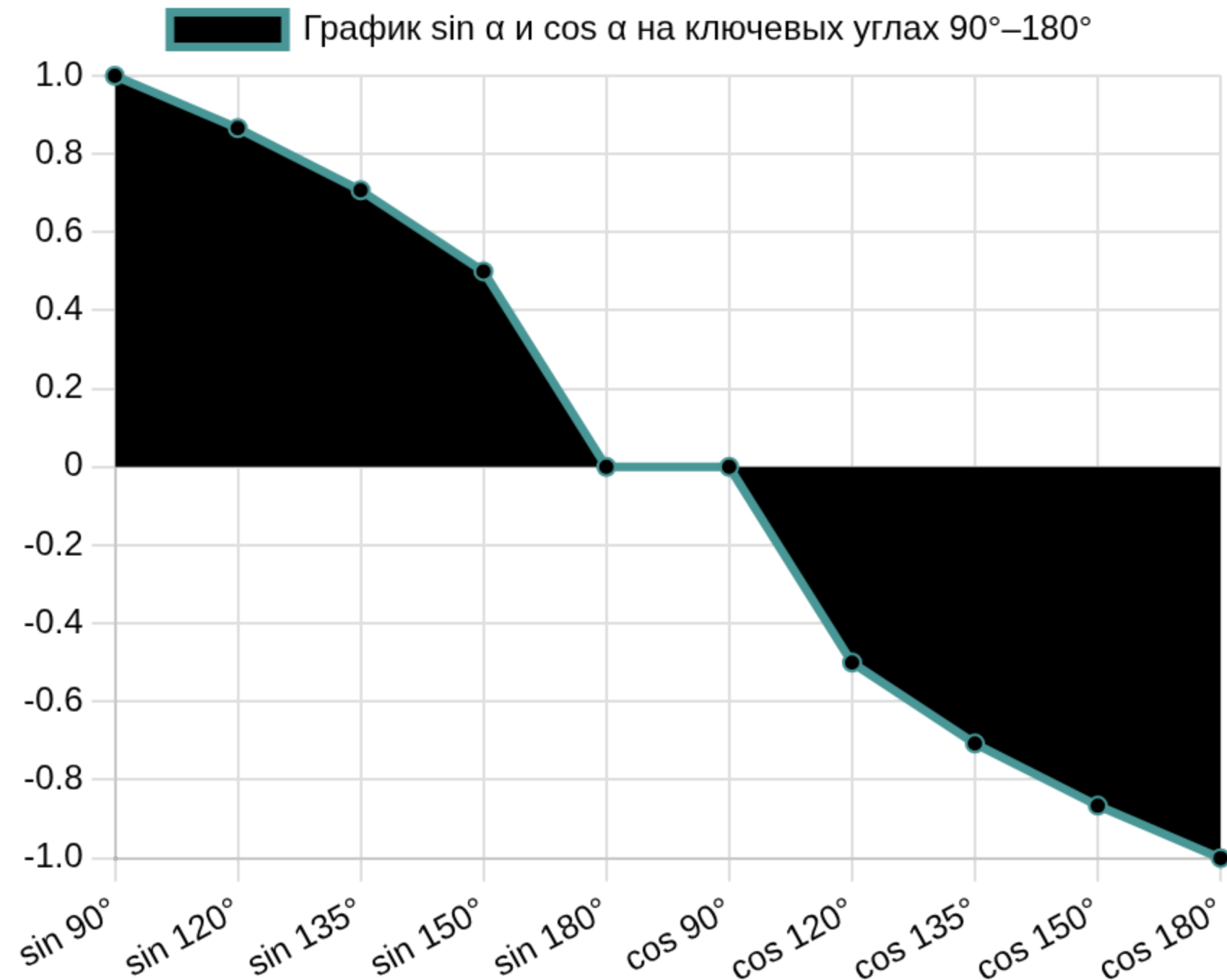


Графики синуса и косинуса на промежутке 90° – 180°

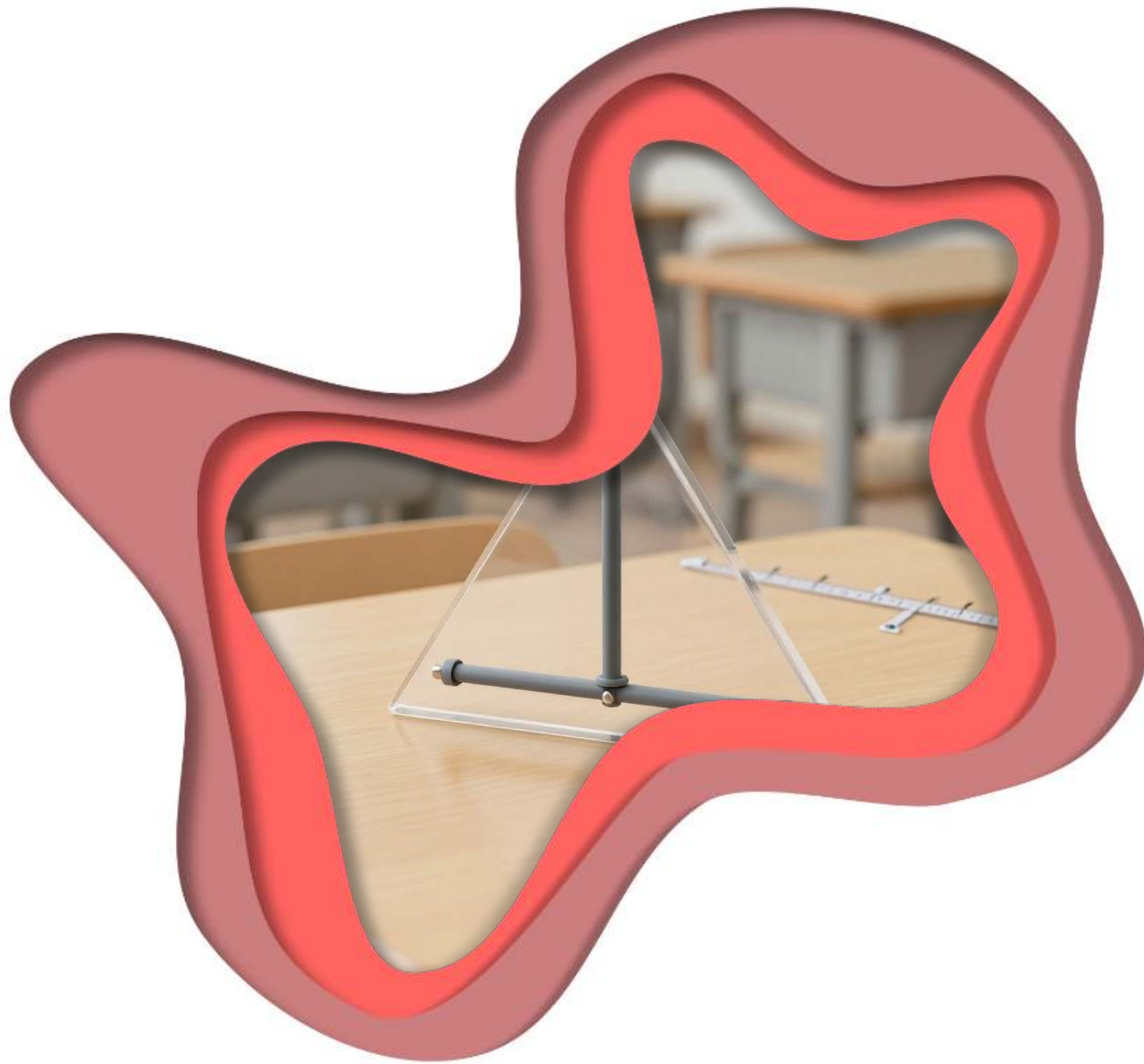
На этом промежутке $\sin \alpha$ не меняет знак и остаётся положительным, а косинус отрицателен, кроме точки 90° , где $\cos 90^\circ = 0$.

Графики показывают: обе функции непрерывно меняются без скачков, но косинус «уходит вниз» быстрее и достигает -1 в 180° .

Значения $\sin$ и $\cos$ по единичной окружности для углов $90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ (школьные таблицы и собственные вычисления)

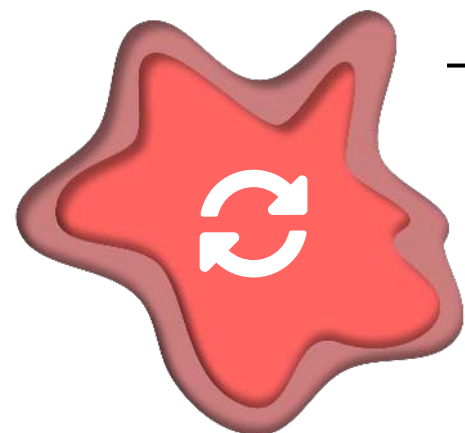


Применение в геометрии и координатах



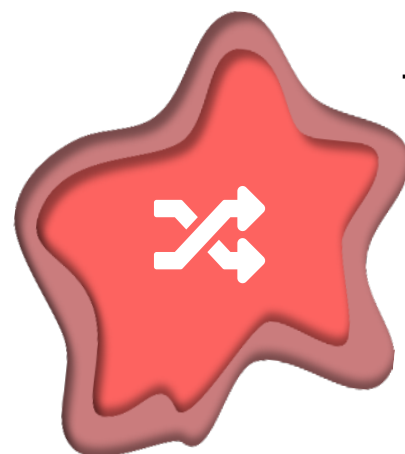
- Синус и косинус помогают связывать углы с длинами сторон в прямоугольных треугольниках: высота обычно соответствует $\sin \alpha$, а горизонтальное смещение — $\cos \alpha$. Это позволяет находить стороны без «догадок».
- В координатных задачах удобно сразу видеть координаты точки на окружности: по оси Ox находится $\cos \alpha$, по оси Oy — $\sin \alpha$. Тогда можно находить координаты, проверять построения и сравнивать величины.

Связь с симметрией углов



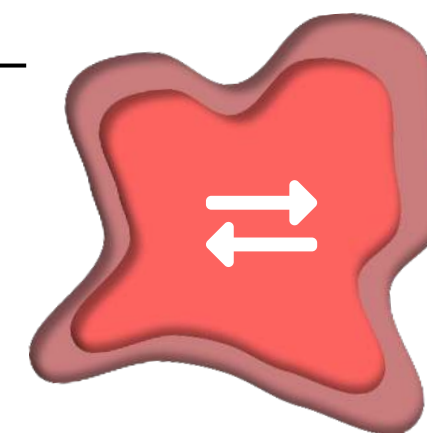
Одна формула для пары углов

Углы 120° и 60° связаны как $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$. Поэтому их синусы совпадают, а косинусы отличаются знаком: $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$.



Та же идея для 135° и 45°

Углы 135° и 45° тоже образуют «зеркальную» пару относительно оси Oy: $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$. Тогда синус одинаков, а косинус меняет знак.



Ещё одна пара: 150° и 30°

Для 150° подходит связь $150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$. Значит, $\sin 150^\circ$ равен $\sin 30^\circ$, но $\cos 150^\circ$ противоположен $\cos 30^\circ$, что удобно при вычислениях.

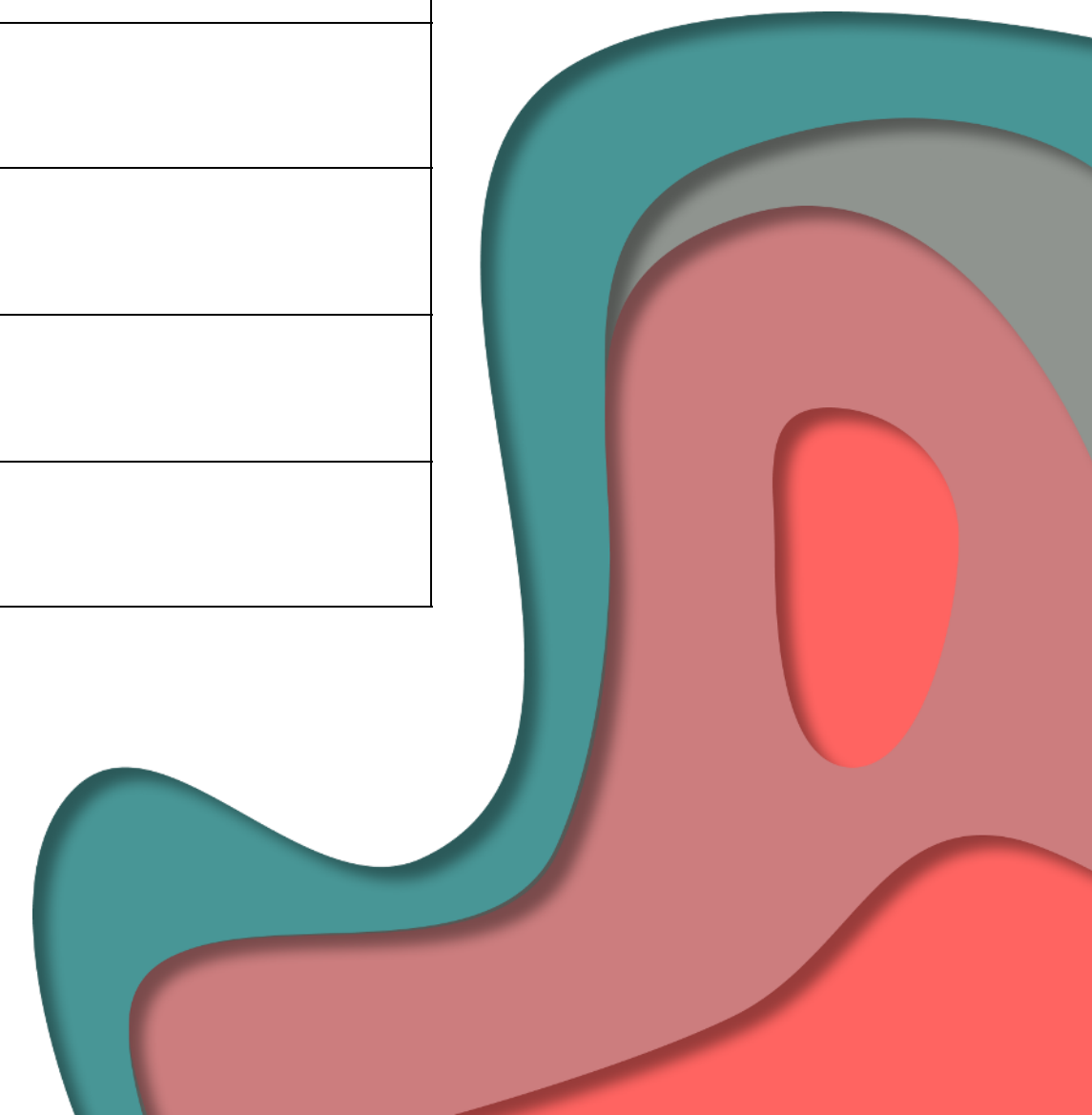
Краткая шпаргалка значений

Для углов от 90° до 180° :
синус положителен, а
косинус отрицателен.

Шпаргалка позволяет
быстро сверять ответы:
достаточно проверить, что
 $\sin$ у всех углов во II
четверти остаётся
положительным, а $\cos$ —
отрицательным.

*Учебный материал по
единичной окружности и
опорным углам 30° , 45° , 60°*

Угол	$\sin \alpha / \cos \alpha$
90°	$1 / 0$
120°	$\sqrt{3}/2 / -1/2$
135°	$\sqrt{2}/2 / -\sqrt{2}/2$
150°	$1/2 / -\sqrt{3}/2$
180°	$0 / -1$



Итоги урока

На промежутке от 90° до 180° углы лежат во II четверти: $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$. Находите значения через опорный угол $180^\circ - \alpha$, проверяйте по единичной окружности и запоминайте точки 90° , 120° , 135° , 150° , 180° .

