

Куб суммы и куб разности. Сумма и разность кубов

Четыре формулы, которые
помогают раскрывать скобки
и разлагать выражения.



Где эти формулы пригодятся в 7 классе

Эти правила встречаются при преобразовании выражений, умножении многочленов и работе со степенями. Особенно важно не путать коэффициент 3, порядок членов и знаки в формулах куба и разложения кубов на множители.



3

Именно столько одинаковых множителей входит в запись куба.

При раскрытии куба двучлена появляются три одинаково устроенных смешанных произведения, поэтому в формулах возникает коэффициент 3.

Формулы куба суммы и куба разности (алгебра, 7 класс)

Четыре формулы темы в одном сравнении

Сравним главные формулы темы по их записи и результату преобразования.

Куб двучлена даёт развернутую сумму из четырёх слагаемых, а сумма и разность кубов превращаются в произведение двух множителей.

Алгебраические формулы сокращённого умножения

Формула	Вид записи	Результат	Признак
Куб суммы	$(a+b)^3$	4 члена	коэф. 3
Куб разности	$(a-b)^3$	4 члена	черед. знаки
Сумма кубов	a^3+b^3	2 множителя	минус в трёхчлене
Разность кубов	a^3-b^3	2 множителя	плюс в трёхчлене

Формула куба суммы

1

Первый и последний члены

В начале формулы стоит куб первого слагаемого, а в конце — куб второго. Это помогает быстро увидеть, из каких частей составлено выражение.

2

Средние произведения

Между крайними членами находятся два смешанных произведения: a^2b и ab^2 . Они показывают, как перемешиваются множители при раскрытии трёх скобок.

3

Почему появляется 3

Коэффициент 3 возникает потому, что одинаковые смешанные произведения получаются тремя способами. Именно поэтому в середине формулы стоят два одинаковых по смыслу члена.

4

Полная запись

Итоговая формула выглядит так: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Её удобно запоминать как последовательность из четырёх частей.

Формула куба разности

1

Та же основа

Структура формулы остаётся такой же, как у куба суммы: сначала куб первого слагаемого, затем два смешанных произведения и куб второго слагаемого.

2

Знаки меняются

Если второе слагаемое записано со знаком минус, знаки в формуле чередуются: минус, плюс, минус. Это главное отличие от куба суммы.

3

Коэффициенты сохраняются

Числа перед членами не меняются: 1, 3, 3, 1. Поэтому обе формулы легко сравнить, если помнить их общую схему.

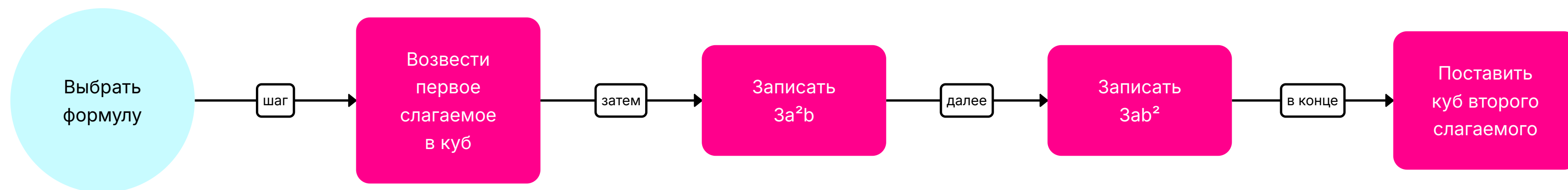
4

Полная запись

Формула имеет вид $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$. Здесь два члена положительные и два отрицательные.

Как раскрывать куб двучлена

Последовательность шагов при работе с формулами куба суммы и куба разности



Из каких частей состоит формула куба двучлена

a^3 $3a^2b$ $3ab^2$ b^3



Диаграмма показывает, что средние части формулы встречаются чаще и имеют одинаковую роль в структуре выражения.

Формула симметрична: крайние члены равны по значимости, а середина удерживает связь между ними.

Формула $(a+b)^3$ в школьном курсе алгебры

Куб и объём: наглядная связь

Объём куба

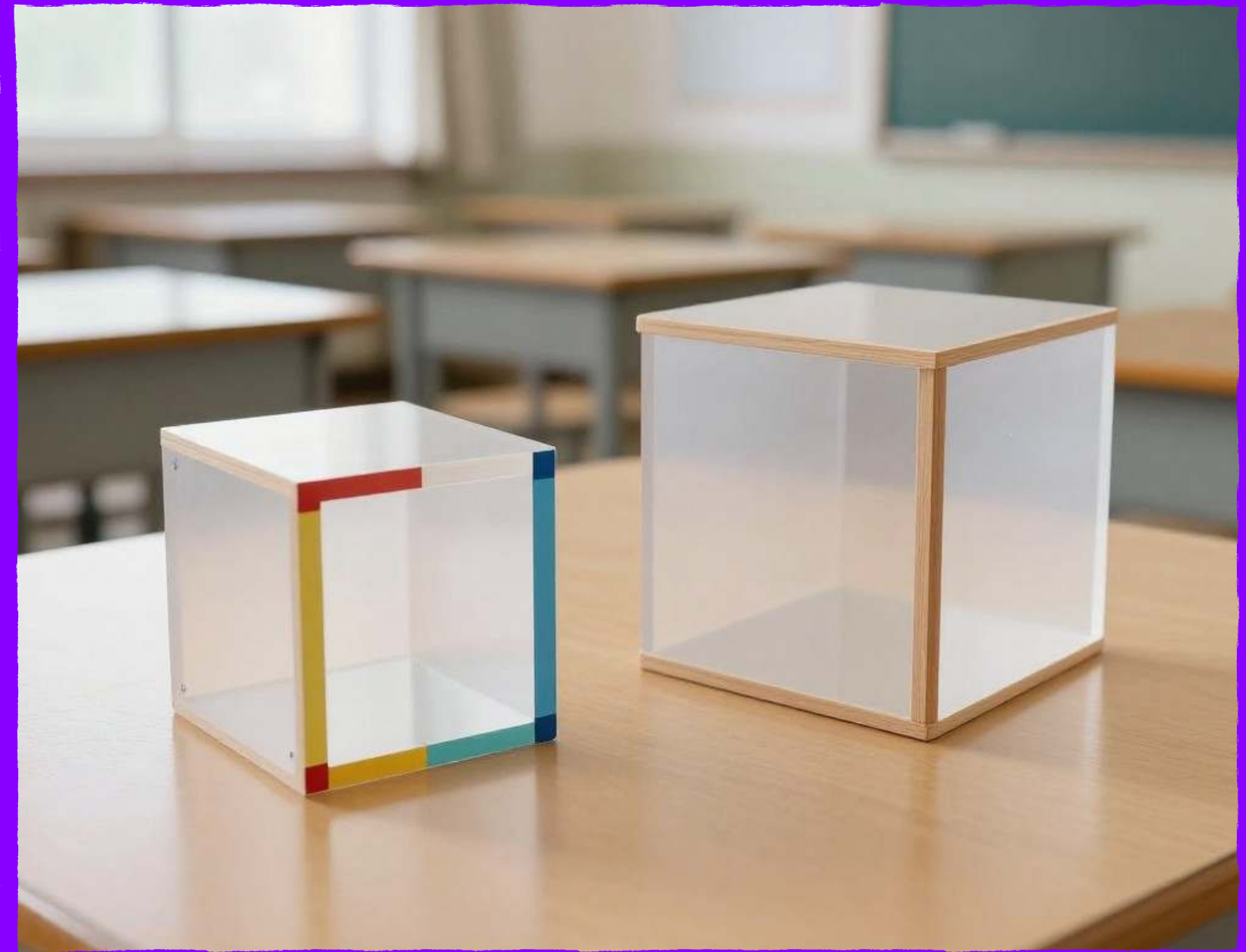
Если длина ребра куба равна a , его объём выражается как a^3 . Это удобный пример, где степень помогает описывать реальную геометрическую величину.

Увеличение ребра

Когда к ребру прибавляют b , получается новая длина $a+b$. Тогда изменяется весь объём, и именно это отражает формула куба суммы.

Уменьшение ребра

Если часть ребра убирают, остаётся $a-b$. Такая запись помогает понять, почему для куба разности знак во второй формуле становится чередующимся.



Сумма кубов

1

Разложение на множители

Сумма кубов раскладывается так: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$. Это не просто запись, а удобный способ заменить сумму произведением.

2

Особенность второго множителя

Во второй скобке крайние члены положительные, а средний член имеет минус. Именно этот знак помогает отличить формулу суммы кубов от других.

3

Когда применять

Формула полезна при упрощении выражений, сокращении дробей и поиске удобного вида для дальнейших вычислений. Она часто встречается в алгебраических преобразованиях.

Разность кубов

1

Запись формулы

Разность кубов удобно сразу узнавать по виду $a^3 - b^3$. Она раскладывается на произведение двух скобок: первой с разностью, второй с квадратным трёхчленом.

2

Структура второго множителя

Во второй скобке стоят a^2 , ab и b^2 . Все члены положительные, потому что знак минус переносится только в первый множитель, а не внутрь квадратного трёхчлена.

3

Где помогает формула

Эта формула особенно полезна при сокращении дробей, упрощении выражений и решении уравнений. Она позволяет заменить разность кубов более простым произведением и быстрее увидеть общий множитель.

Сравнение суммы и разности кубов

Обе формулы превращают сумму или разность кубов в произведение двух множителей, но знак среднего члена меняется.

В обоих разложениях есть квадратный трёхчлен, а главное различие связано со знаком при ab и знаком первого множителя.

Формулы суммы и разности кубов из школьного курса алгебры.

Выражение	Первый множитель	Второй множитель	Знак при ab
a^3+b^3	$a+b$	a^2-ab+b^2	$-$
a^3-b^3	$a-b$	a^2+ab+b^2	$+$

Как не перепутать знаки

1

Куб суммы

В формуле $(a+b)^3$ все четыре члена записываются с плюсами между соседними слагаемыми. Коэффициент 3 появляется у средних членов, потому что одинаковые произведения встречаются три раза.

2

Куб разности

В формуле $(a-b)^3$ знаки чередуются: плюс, минус, плюс, минус. Поэтому особенно важно не забыть, что знак второго слагаемого влияет и на средние члены, и на последний член.

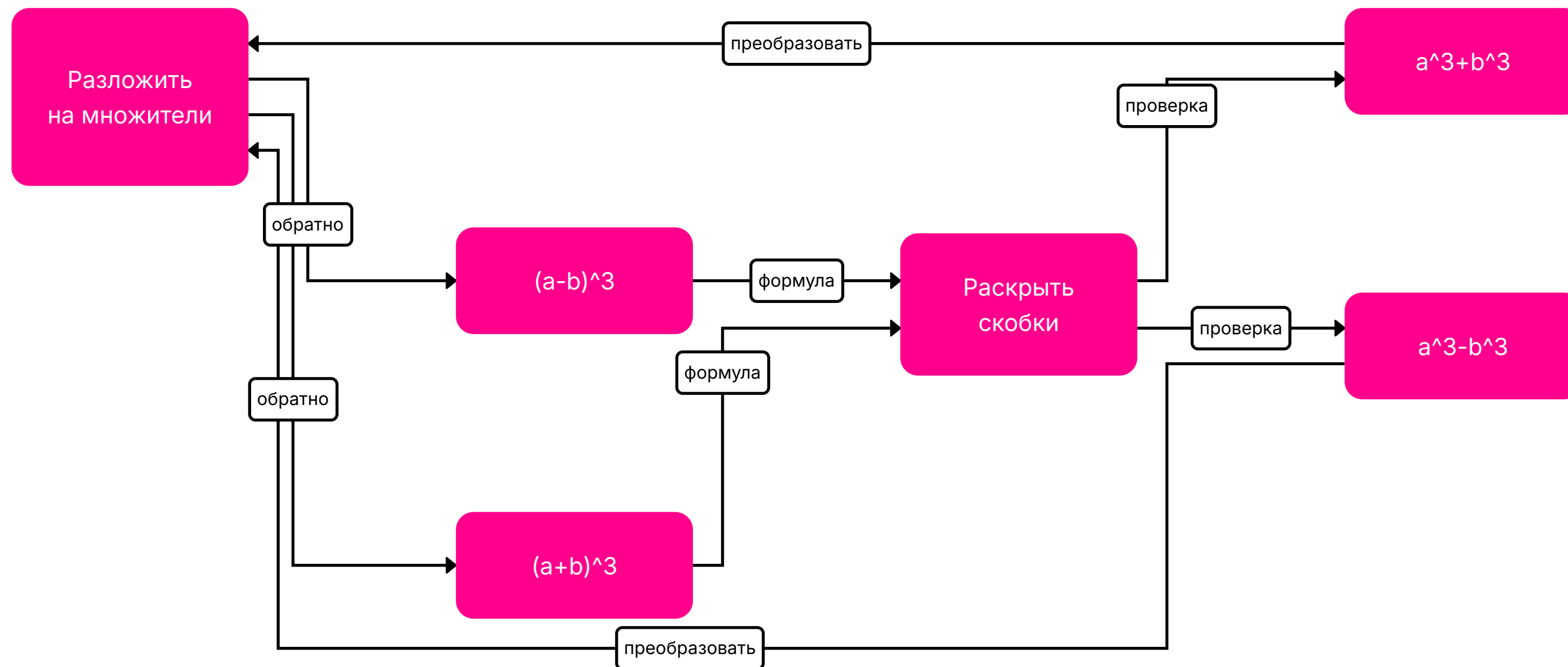
3

Проверка по первому знаку

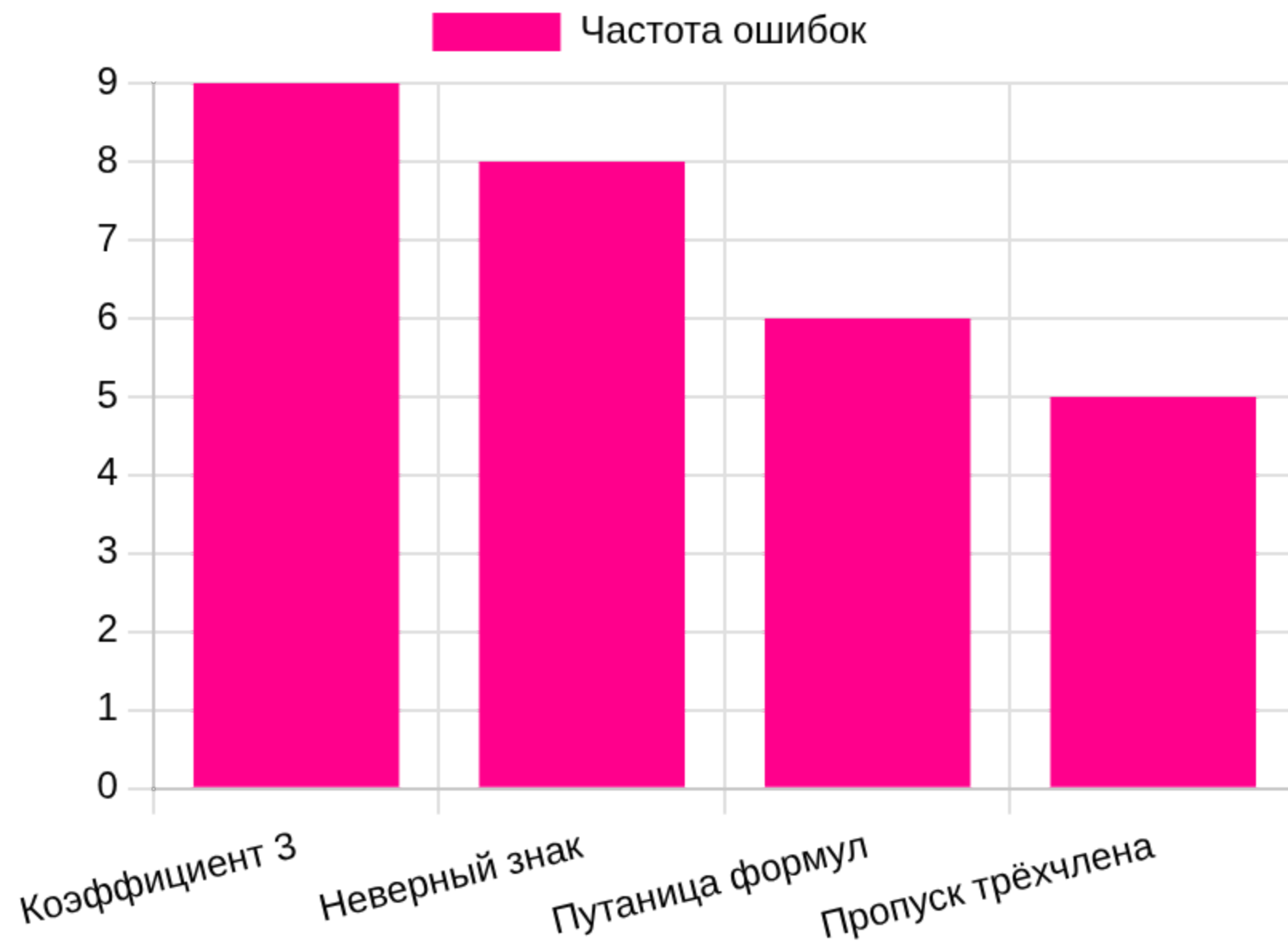
В формулах суммы и разности кубов знак в первом множителе повторяет знак исходной записи: $a+b$ или $a-b$. Это помогает быстро выбрать правильное разложение и избежать путаницы.

Как связаны четыре формулы темы

Схема показывает два направления преобразований: раскрытие скобок и разложение на множители.



Типичные ошибки при работе с формулами



Чаще всего ошибки появляются в средних членах: там нужно одновременно помнить и коэффициент 3, и правильный знак. Проверка каждого члена отдельно помогает избежать лишних исправлений.

Самые заметные трудности связаны не с первым и последним членами, а со средними, где чаще всего допускают ошибки в знаках и коэффициентах.

Учебная практика на уроках алгебры; условная оценка частоты типичных ошибок.

Примеры с числами

Раскрытие куба

При раскрытии скобок можно работать и с буквами, и с числами. Например, $(2+x)^3$ превращается в $8+12x+6x^2+x^3$, если последовательно применить формулу куба суммы.

Вычисление разности

Если выражение состоит только из чисел, формулы тоже помогают. Так, 5^3-2^3 можно вычислить как $125-8$, получая 117 без лишних преобразований и сложных рассуждений.

Разложение суммы

Сумма кубов тоже легко раскладывается на множители: $x^3+27=x^3+3^3=(x+3)(x^2-3x+9)$. Это показывает, как одно выражение заменяется более удобной записью.

Примеры разложения выражений

Разность с числом

Выражение x^3-8 удобно записать как x^3-2^3 . После этого сразу получаем разложение $(x-2)(x^2+2x+4)$, которое часто помогает сократить дальнейшие вычисления.

Разность с переменной

Для $64-y^3$ удобно переписать 64 как 4^3 . Тогда получаем $(4-y)(16+4y+y^2)$. Такое преобразование делает выражение короче и удобнее для последующей работы.

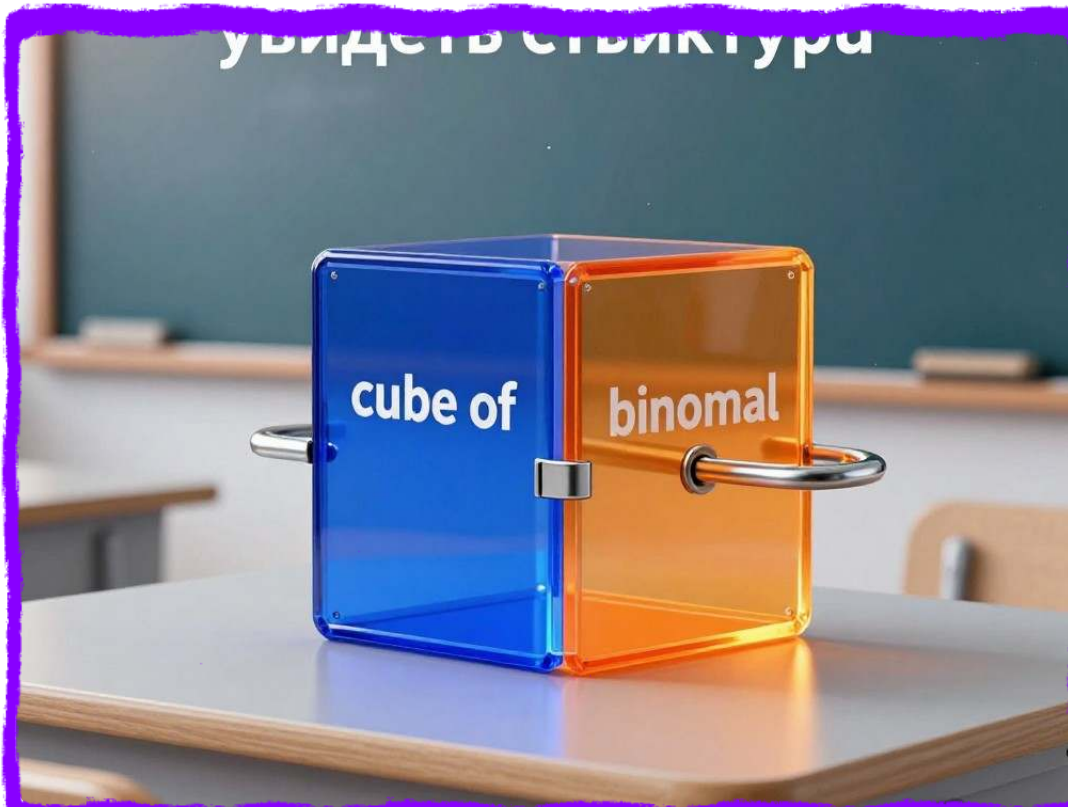
Сумма с буквенным множителем

В выражении $27a^3+b^3$ сначала замечаем, что $27a^3=(3a)^3$. Тогда сумма кубов раскладывается в произведение $(3a+b)(9a^2-3ab+b^2)$, где второй множитель содержит квадратный трёхчлен.

Где формулы встречаются в школьных задачах

Упростить — значит увидеть структуру

В задачах на преобразование многочленов формулы куба двучлена помогают раскрывать скобки без ошибок. Ученик сразу видит, какие члены появятся, и может проверить ответ по порядку слагаемых и знакам.



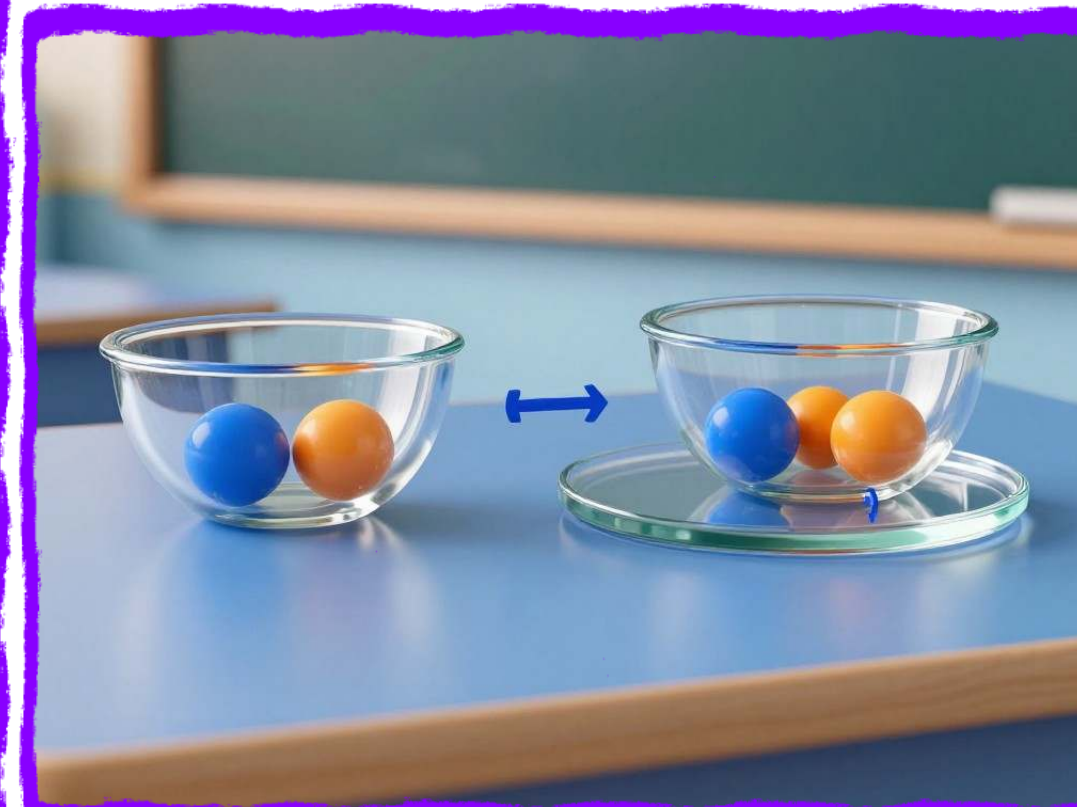
Уравнение становится короче

При решении уравнений суммы и разности кубов позволяют заменить длинное выражение произведением. Это удобно, когда нужно найти общий множитель или выделить простой множитель, равный нулю.



Дроби и проверка вычислений

В сокращении дробей такие формулы особенно полезны, если числитель или знаменатель можно разложить на множители. Они также помогают быстро проверить вычисления, когда ответ должен иметь аккуратный вид.



Короткая памятка по теме

Куб двучлена

У куба суммы и куба разности всегда четыре члена. Первый и последний члены — это кубы слагаемых, а два средних содержат коэффициент 3.

Сумма и разность кубов

Формулы a^3+b^3 и a^3-b^3 всегда раскладываются на два множителя. Один из них — двучлен, второй — квадратный трёхчлен.

Главный знак

В разложении суммы кубов средний член имеет минус, а в разложении разности кубов — плюс. Именно этот знак чаще всего нужно проверять особенно внимательно.

Что запомнить сразу

Если видишь куб двучлена, ожидай четыре члена. Если видишь сумму или разность кубов, ищи произведение двух скобок и не забывай про квадратный трёхчлен.

Формулы, которые упрощают алгебру

Сегодня вы увидели, как куб суммы и куб разности раскрываются по строгим правилам, а сумма и разность кубов раскладываются на множители. Эти формулы делают вычисления быстрее и точнее.