

Умножение одночлена на многочлен

Осваиваем раскрытие скобок без ошибок
и лишних действий.





Зачем это нужно в 7 классе

Это правило помогает упрощать выражения, решать уравнения и работать с формулами. Оно переводит запись со скобками в более короткую форму, не меняя значения выражения.

Что такое одночлен и многочлен

Одночлен

Одночлен — это число, буква или их произведение: $7x$, $-3a^2$, $5mn$. В таком выражении нет знаков сложения или вычитания между частями.

Многочлен

Многочлен состоит из суммы или разности нескольких одночленов: $x+4$, $2a-3b+1$, $5m-2n+7$. Его удобно рассматривать как несколько отдельных слагаемых.

Главная идея

При умножении одночлена на многочлен он должен умножиться на каждый член в скобках отдельно. Именно поэтому раскрытие скобок всегда даёт несколько произведений.

Что важно помнить

После умножения нужно внимательно следить за знаками, правильно перемножать коэффициенты и, если возможно, объединять подобные слагаемые в более простой ответ.

Распределительное свойство умножения

01

Запись правила

Основная формула выглядит так: $a(b+c)=ab+ac$. Она показывает, что множитель перед скобками распределяется на каждое слагаемое внутри.

02

Несколько слагаемых

Если в скобках больше двух членов, правило работает так же: $2(x+y+z)=2x+2y+2z$. Каждый член получает свой множитель.

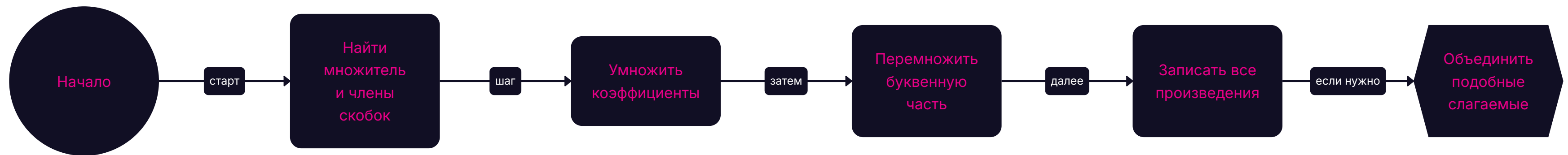
03

Смысл свойства

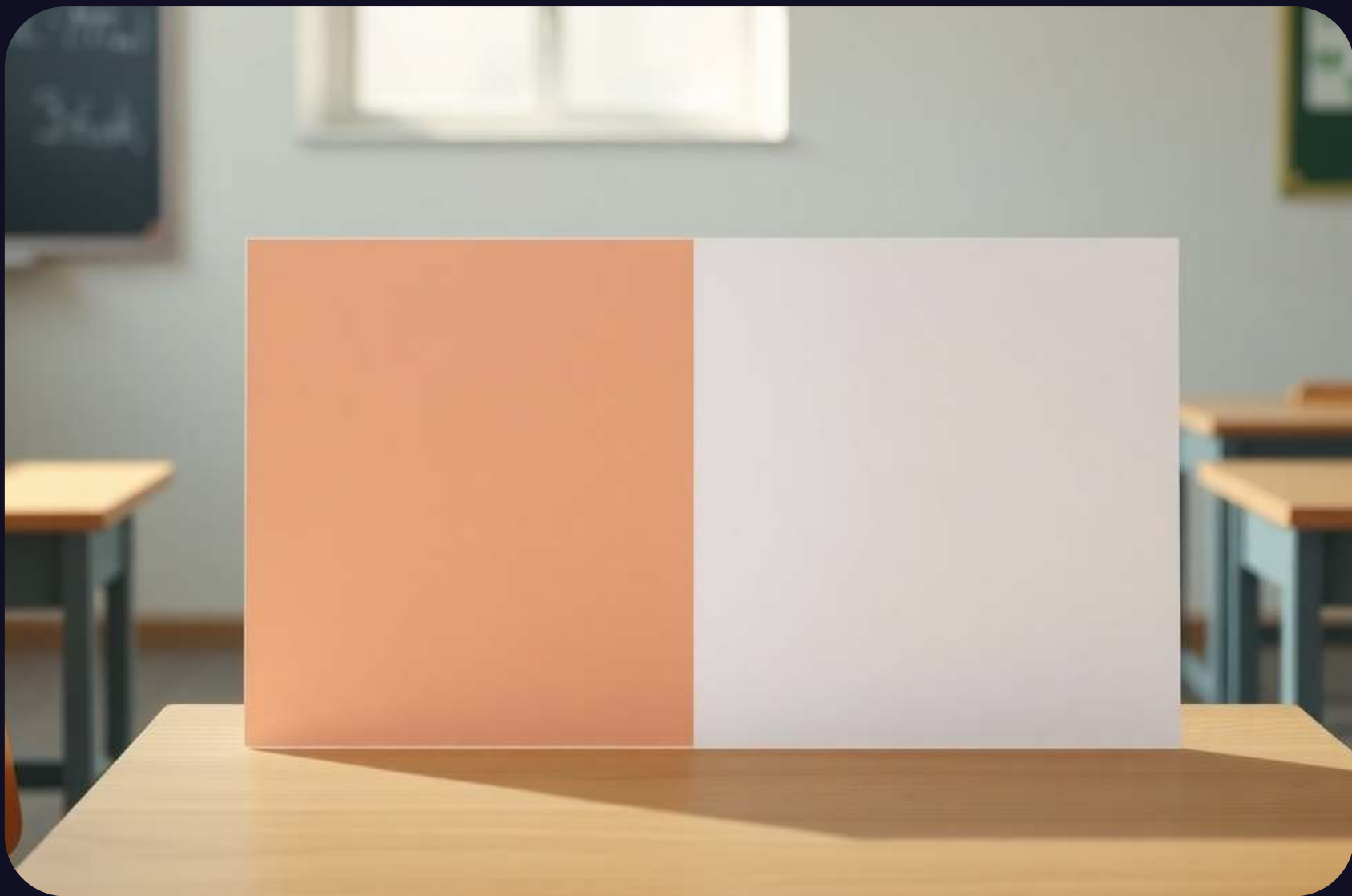
Распределительное свойство объясняет, почему раскрытие скобок не меняет значение выражения. Меняется только форма записи, а не результат вычисления.

Алгоритм раскрытия скобок

Последовательность действий при умножении одночлена на многочлен



Модель прямоугольника



Геометрический смысл

Прямоугольник со сторонами a и $b+c$ можно разбить на две части. Тогда его площадь равна ab и ac вместе, что наглядно подтверждает формулу раскрытия скобок.

Пример с числами

Если одна сторона равна 4 см, а другая — $x+3$, площадь всего прямоугольника записывается как $4(x+3)$. После раскрытия скобок получаем $4x+12$.

Почему это удобно

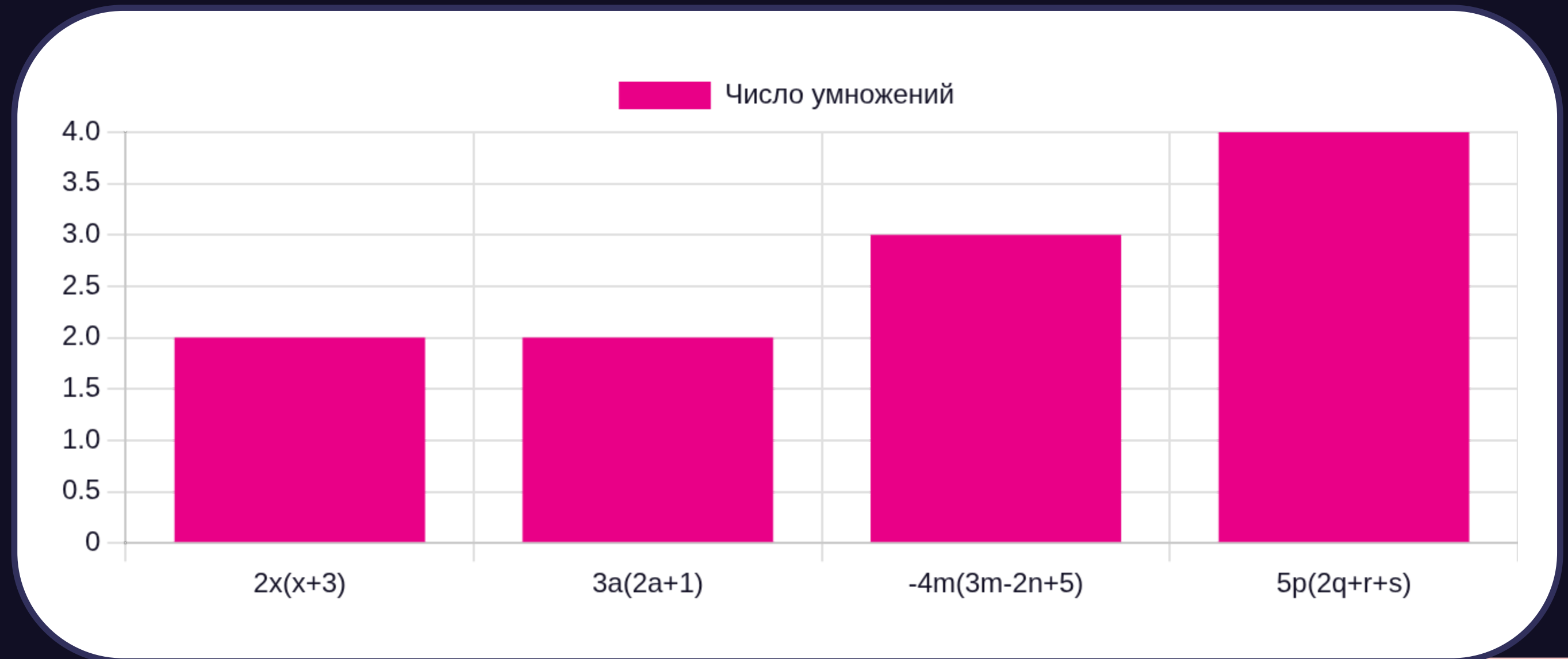
Такой рисунок помогает увидеть, что каждое слагаемое внутри скобок получает свой отдельный множитель. Это делает правило понятным даже без длинных вычислений.

Сколько действий требуется в примерах

Диаграмма показывает, что число произведений зависит от количества слагаемых в скобках и не зависит от их длины.

Чем больше членов в многочлене, тем больше отдельных умножений нужно выполнить при раскрытии скобок.

Примеры из условия задания



Правила знаков при умножении



Плюс и плюс

Если умножаются два положительных множителя, результат остаётся положительным. Это правило помогает быстро записать знак каждого полученного члена без лишних сомнений.



Минус и минус

При умножении двух отрицательных чисел получается положительный результат. Этот случай часто встречается при раскрытии скобок, когда перед выражением стоит минус.



Плюс и минус

Если один множитель положительный, а другой отрицательный, произведение будет отрицательным. Поэтому знак одночлена влияет на каждый член многочлена отдельно.



Проверка знака

Во время вычислений полезно сразу проговаривать правило вслух: знак каждого члена определяется произведением знаков множителей. Это снижает число ошибок при раскрытии скобок.

Примеры раскрытия скобок

В таблице показано, как одночлен распределяется на каждый член многочлена и какой результат получается после умножения.

Во всех случаях каждый член скобок умножается отдельно, а знаки сохраняются по правилам умножения чисел.

Примеры из условия задания

Выражение	Умножение	Ответ
$3(x+5)$	$3x, 15$	$3x+15$
$-2(a-4)$	$-2a, +8$	$-2a+8$
$5m(2m-1)$	$10 m^2, -5m$	$10m^2-5m$
$-4y(3y+2)$	$-12y^2, -8y$	$-12y^2-8y$

Стандартный вид результата

01

Запись без скобок

После раскрытия скобок выражение записывают в виде суммы или разности без скобок. Это делает запись короче и удобнее для дальнейших преобразований.

02

Собрать похожие члены

Если в ответе появились одинаковые слагаемые, их объединяют. Например, $2x+3x=5x$, а $4a-7a=-3a$. Так выражение становится проще.

03

Проверить порядок

Слагаемые обычно располагают по правилам записи многочленов: сначала более старшие степени, затем младшие. Это помогает оформить ответ аккуратно и понятно.

Типичные ошибки учеников

Считают не все слагаемые

- Иногда раскрывают скобки только в первом члене и забывают остальные. Из-за этого выражение теряет смысл: каждый член многочлена должен быть умножен на одночлен отдельно.

Путают знаки

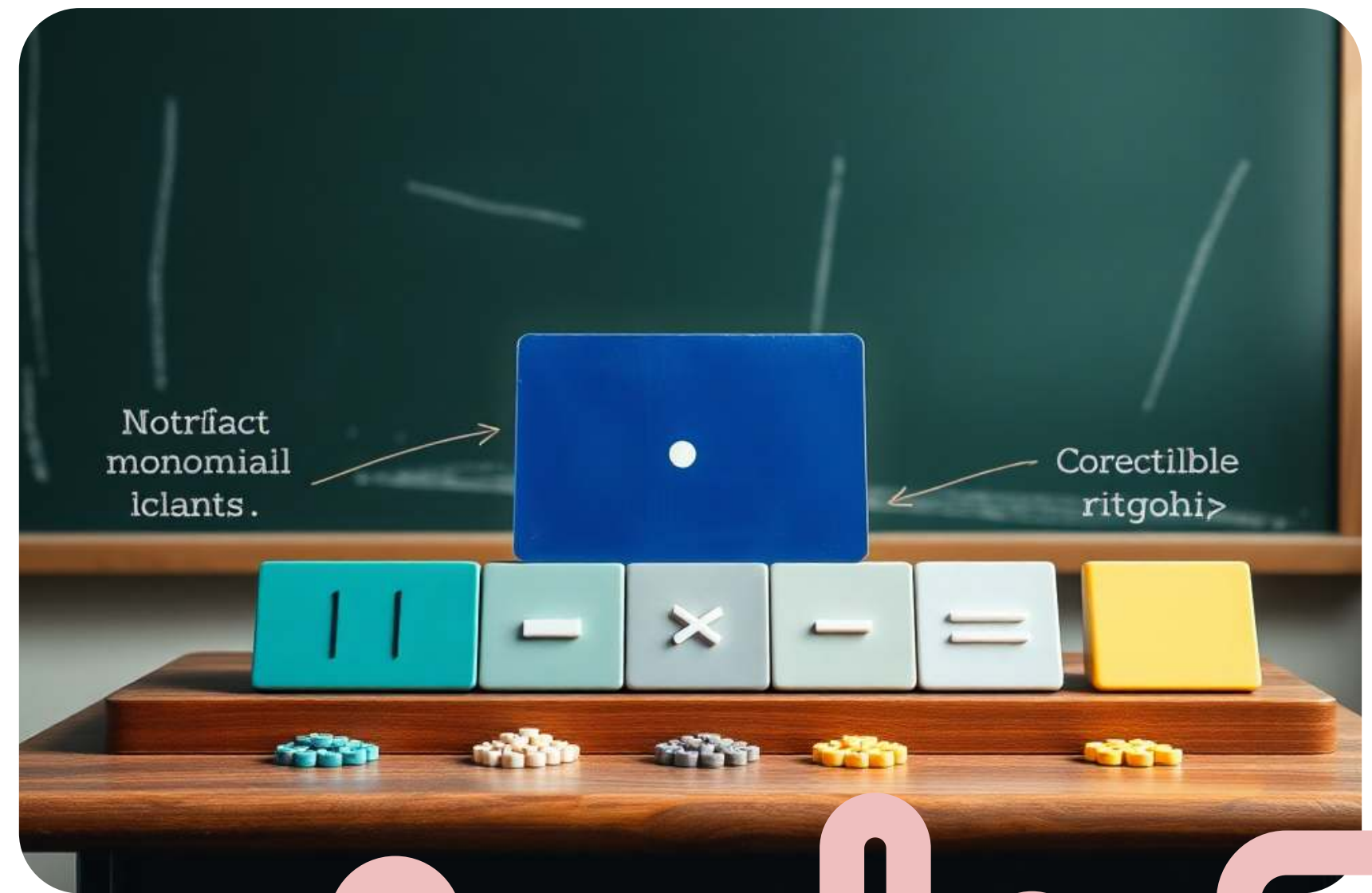
- Особенно часто ошибка возникает рядом с минусом. Если перед скобками стоит отрицательный множитель, он меняет знак у каждого полученного слагаемого, а не только у первого.

Неверно умножают коэффициенты

- Ученик может правильно расставить буквы, но ошибиться в числах. Нужно сначала перемножить коэффициенты, а затем внимательно записать знак результата и проверить вычисление.

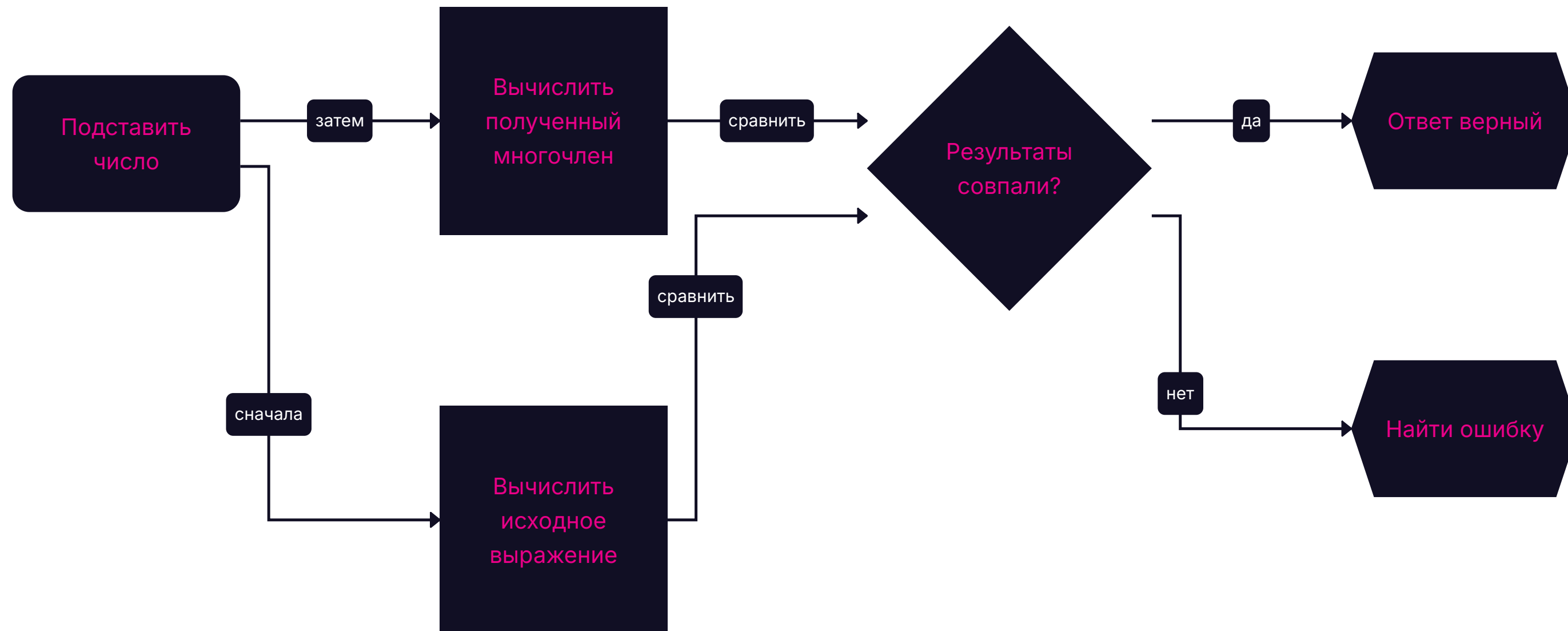
Забывают про степени

- При умножении одинаковых букв их показатели складываются, а не остаются прежними. Поэтому в выражениях вроде $5m \cdot 2m$ получается $10 m^2$, а не $10 m$.



Проверка раскрытия скобок

Схема показывает простой способ сравнить исходное выражение и полученный многочлен на одном значении переменной.



Умножение на многочлены с несколькими буквами

01

Умножаем коэффициент

Сначала перемножают числовые множители и учитывают знак. В примере $2a(3ab-b)$ коэффициент 2 действует на каждый член в скобках, поэтому появляются $6ab$ и $-2a \cdot b$.

02

Сохраняем буквы

Буквенная часть записывается по правилам умножения степеней. Буква a входит в оба произведения, поэтому в первом члене получаем a^2b , а во втором — ab .

03

Записываем результат

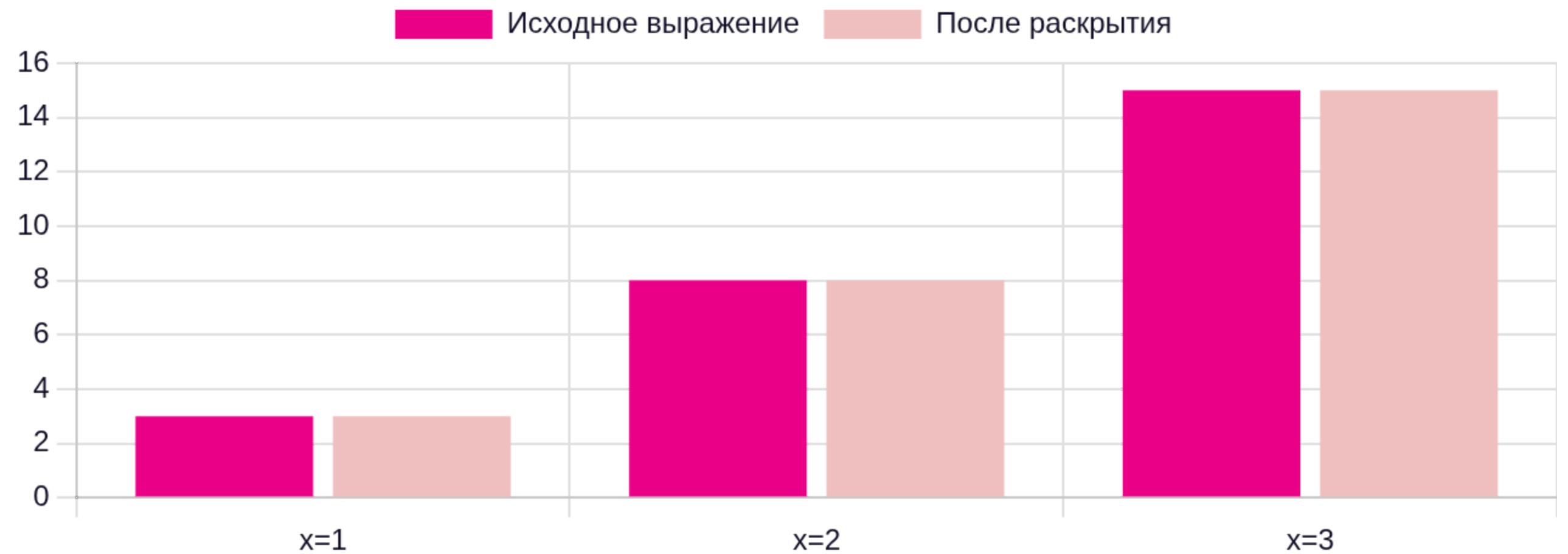
После раскрытия скобок важно привести запись к стандартному виду: $2a(3ab-b)=6a^2b-2ab$. Такой ответ показывает, что правило работает и для выражений с несколькими буквами.

Одинаковое значение до и после преобразования

Для сравнения взяты значения выражения $x(x+2)$ и его записи x^2+2x при одинаковых подстановках. Разница видна только в форме записи.

Столбцы совпадают, значит преобразование не меняет значение выражения. Раскрытие скобок сохраняет равенство, если выполнены все действия и знаки записаны правильно.

Учебный пример для $x(x+2)$; вычисление при $x=1, 2, 3$.



От умножения чисел к алгебре

Счёт на предметах

Сначала рассматривают обычное умножение: одинаковое число берут несколько раз, например $4 \cdot (6+2)$. Это помогает увидеть, что один множитель распределяется по всем частям суммы.

Переход к буквам

Затем числа заменяют буквами и получают выражения вроде $3x(a+b)$. Смысл остаётся тем же: каждый член суммы умножается на общий множитель отдельно.

Правило для скобок

В конце записывают общий вывод: $a(b+c)=ab+ac$. Это уже готовый способ раскрывать скобки в алгебре и быстро упрощать выражения без потери значения.

Короткий тренажёр для закрепления

Выражение	Ответ
$4(x-3)$	$4x-12$
$2a(5-a)$	$10a-2a^2$
$-y(y+7)$	$-y^2-7y$
$3m(2m-4)$	$6m^2-12m$

Проверь, как раскрываются скобки в каждом примере, и сравни свои ответы с готовой записью.

В таблице есть положительный и отрицательный одночлен, а также случаи с одной и несколькими буквами. Все примеры требуют внимательной работы со знаками и степенями.

Подборка учебных примеров по теме «умножение одночлена на многочлен».

Где это правило используется дальше



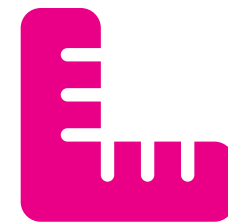
Уравнения

При решении уравнений часто нужно убрать скобки, чтобы собрать неизвестные в одной части. Это делает выражение короче и помогает быстрее найти ответ.



Упрощение формул

В формулах для площади, периметра и других величин раскрытие скобок позволяет привести выражение к удобному виду. После этого легче объединять подобные слагаемые.



Геометрические задачи

В задачах на площадь и длину сторон правило помогает переводить текстовую запись в алгебраическое выражение. Так школьник видит, как связаны части фигуры и её размеры.



Основа для новых тем

Позже этот приём встречается в преобразовании более сложных выражений. Он становится базой для дальнейшей работы с многочленами и помогает избежать ошибок в вычислениях.

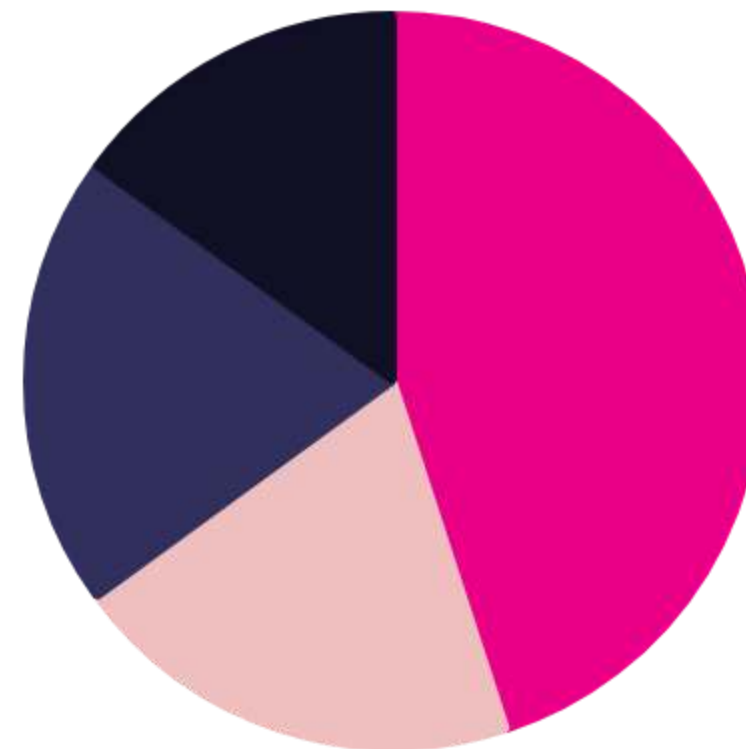
Какие действия встречаются в теме чаще всего

Диаграмма отражает, какие шаги ученик выполняет чаще всего при работе с выражением. Каждый из них нужен для аккуратной записи результата.

Самая большая доля у раскрытия скобок, потому что этот шаг повторяется для каждого члена многочлена. Остальные действия дополняют и проверяют результат.

Учебная схема этапов преобразования выражений по теме урока.

Раскрытие скобок Умножение коэффициентов Умножение буквенной части
Приведение подобных



Мини-кейс: площадь школьного участка

01

Записываем условие

Если длина участка равна 3 м, а ширина выражена как $x+4$, то площадь удобно записать в виде произведения $3(x+4)$. Так формула сразу показывает обе части прямоугольника.

02

Раскрываем скобки

По распределительному свойству получаем $3(x+4)=3x+12$. Первый член показывает часть площади, зависящую от x , а второй — площадь добавленных 4 метров ширины.

03

Делаем вывод

Такой пример показывает, что алгебра помогает описывать реальную ситуацию короткой записью. По формуле легко понять, как изменится площадь, если значение x станет другим.



Итог урока

Умножение одночлена на многочлен помогает быстро раскрывать скобки, правильно ставить знаки и приводить подобные слагаемые. Этот приём делает выражения удобнее и нужен в дальнейшей алгебре.