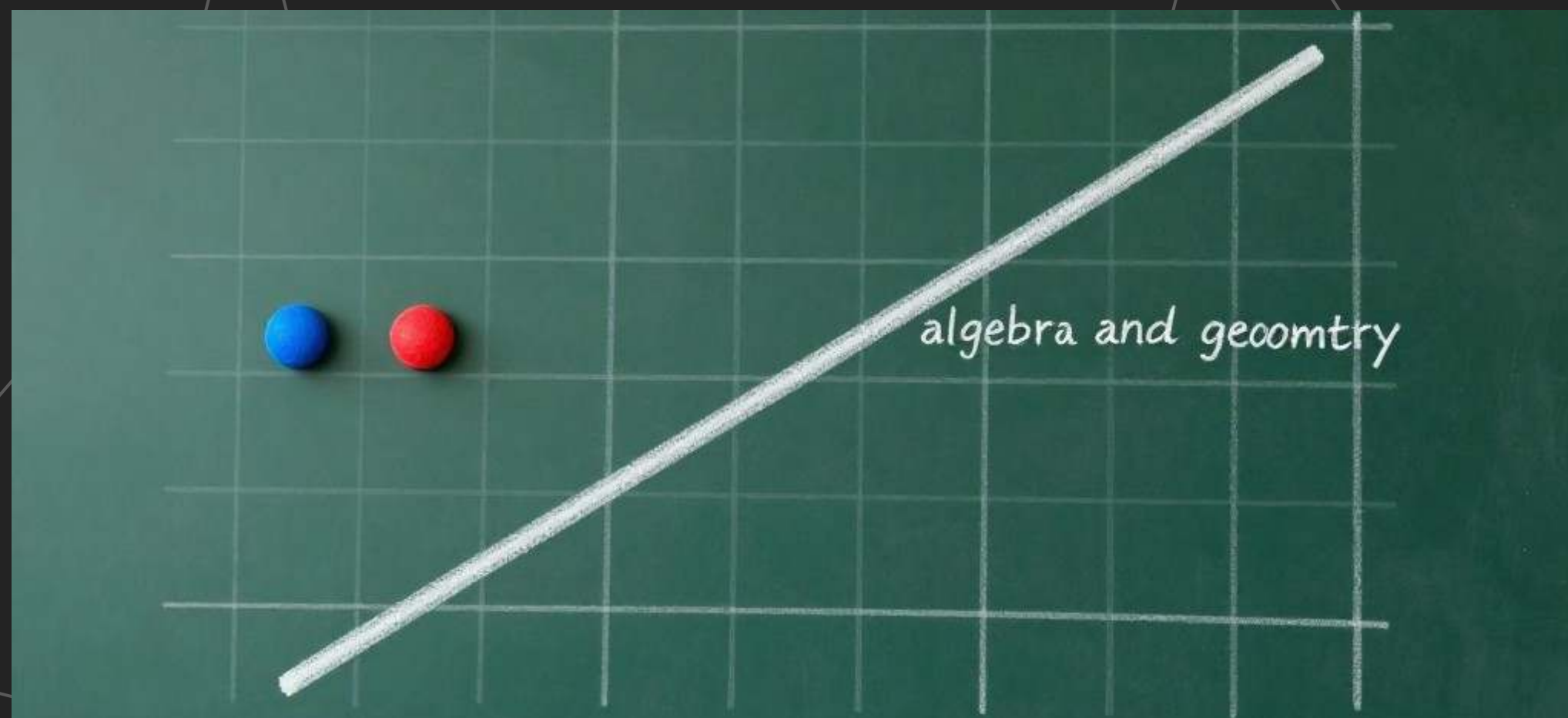


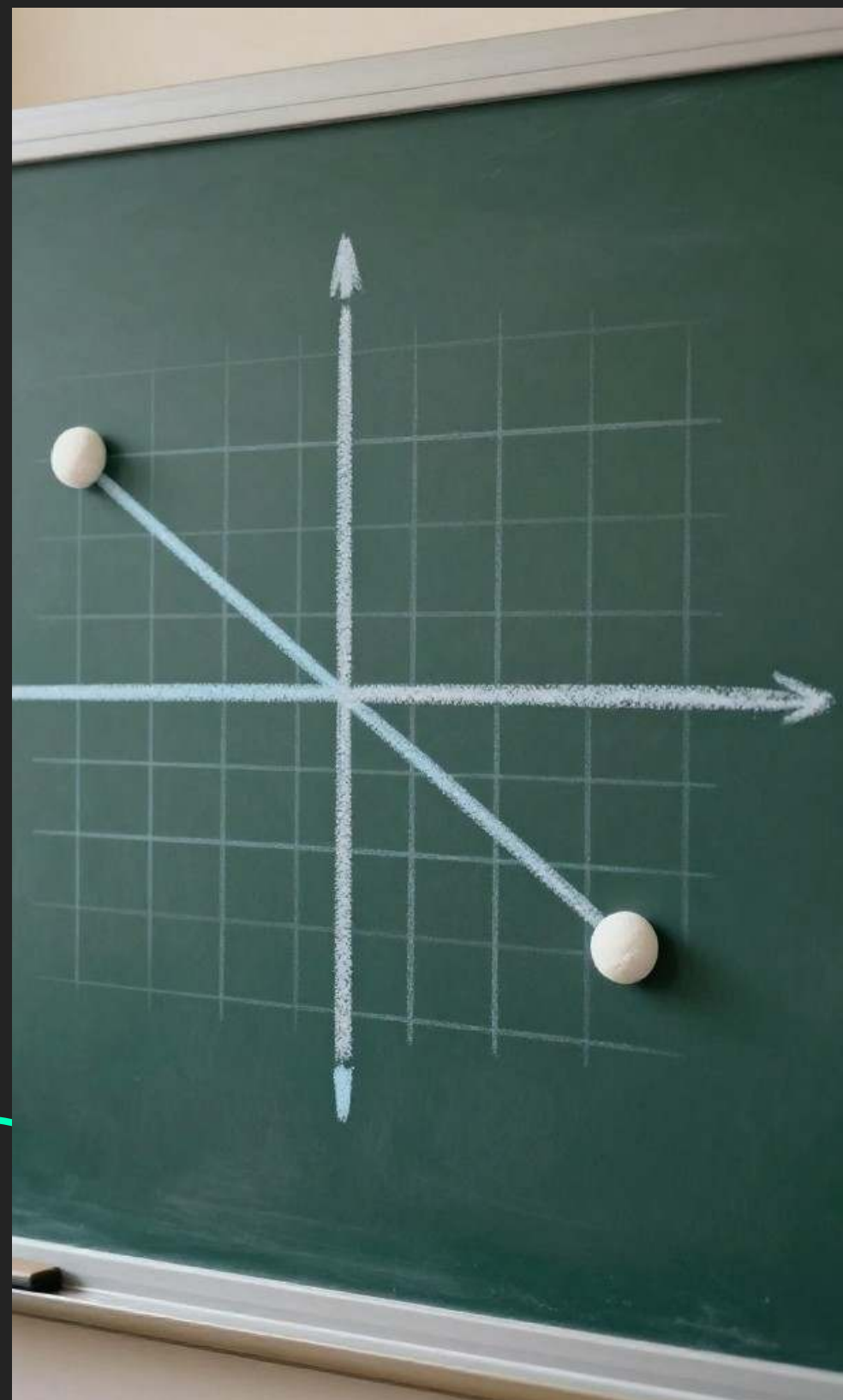


Алгебра и геометрия встречаются
в одной формуле.



Уравнение прямой: две формы записи и их смысл

Координаты и прямая на плоскости



Координатная плоскость помогает увидеть связь чисел и рисунка: каждая точка имеет свои координаты, а прямая показывает, как меняется y при изменении x .



Уравнение вида $y = kx + b$

01. Общий вид

Запись $y = kx + b$ описывает любую прямую, кроме вертикальной. Она сразу показывает, как связаны координаты точек на плоскости и как меняется положение графика.

02. Смысл k

Коэффициент k отвечает за наклон: он показывает, насколько изменится y , если x увеличить на 1. От его знака зависит, возрастает прямая или убывает.

03. Смысл b

Свободный член b задаёт точку пересечения графика с осью Oy . Если x равно нулю, именно b остаётся значением y в этой точке.

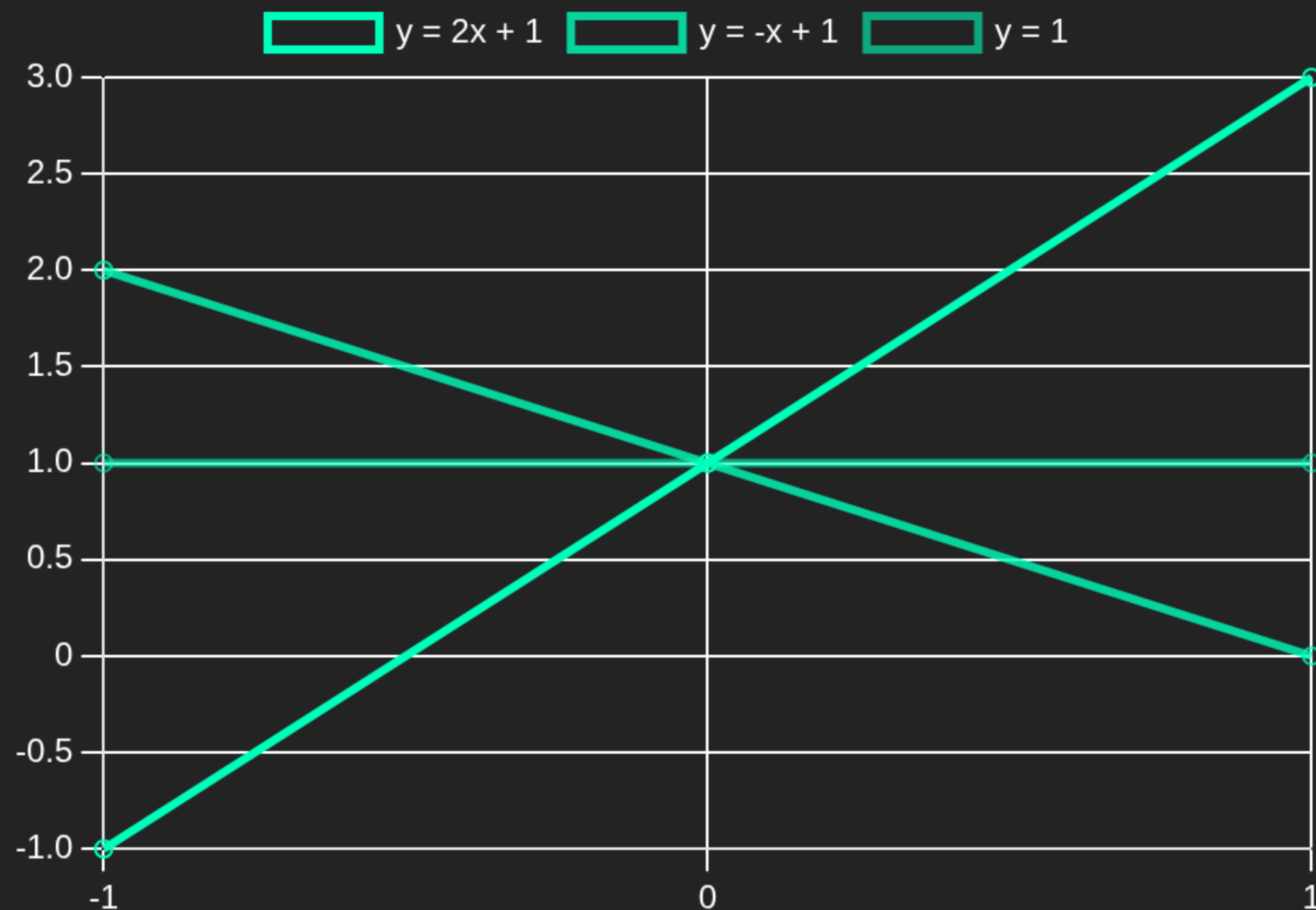
04. Как влияет знак

При k больше нуля прямая поднимается слева направо, при k меньше нуля — опускается. Если k равно нулю, получается горизонтальная линия.

05. Найти b по точке

Когда известны k и одна точка, можно подставить её координаты в формулу и найти b как неизвестное число. Это удобно для быстрого составления уравнения.

Как знак коэффициента k влияет на график

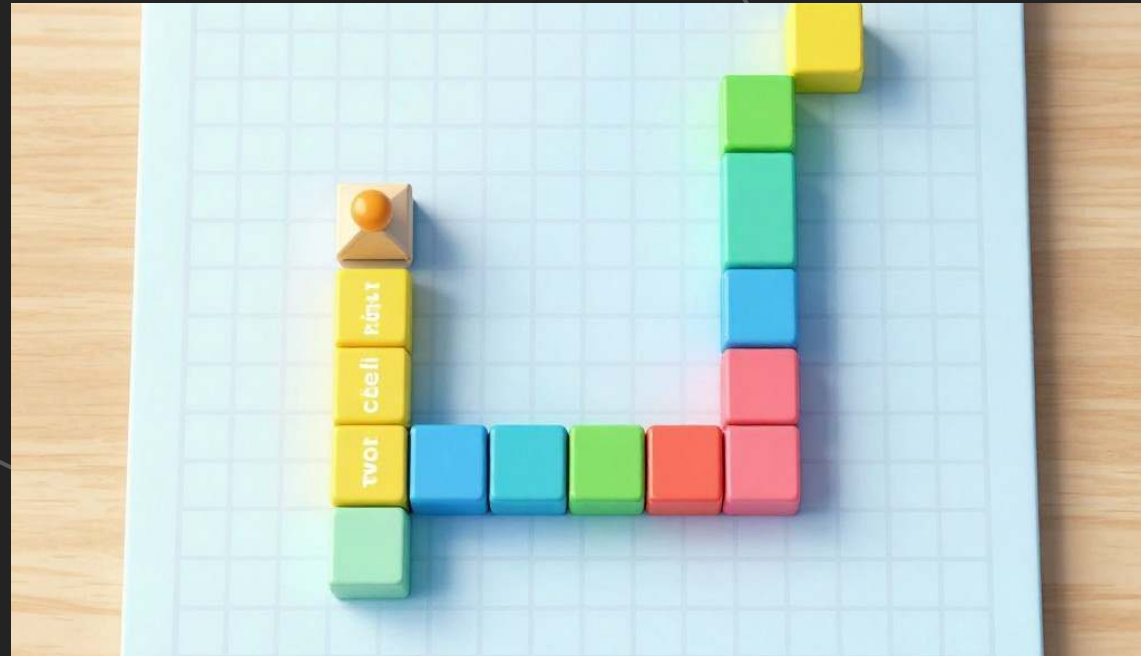


На одном наборе значений x видно, как меняется направление прямой и её высота относительно оси Ox .

Знак k определяет наклон, а значение b сдвигает прямую вверх или вниз.

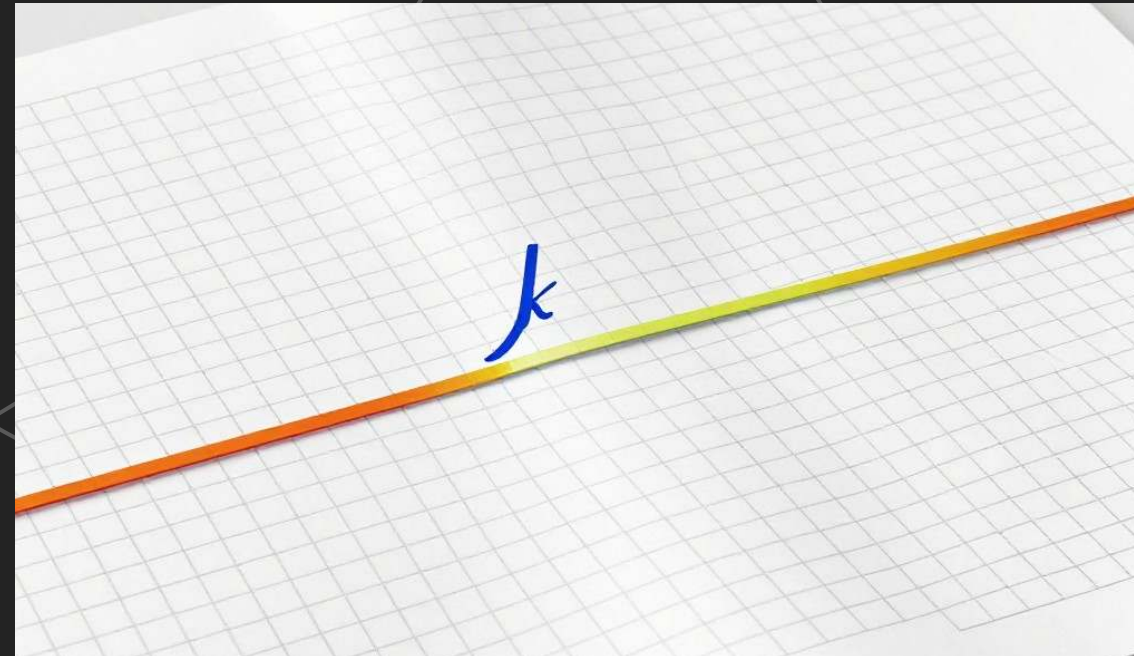
Построено по уравнениям из условия; значения рассчитаны для $x = -1, 0, 1$.

Как читать наклон прямой по клеткам



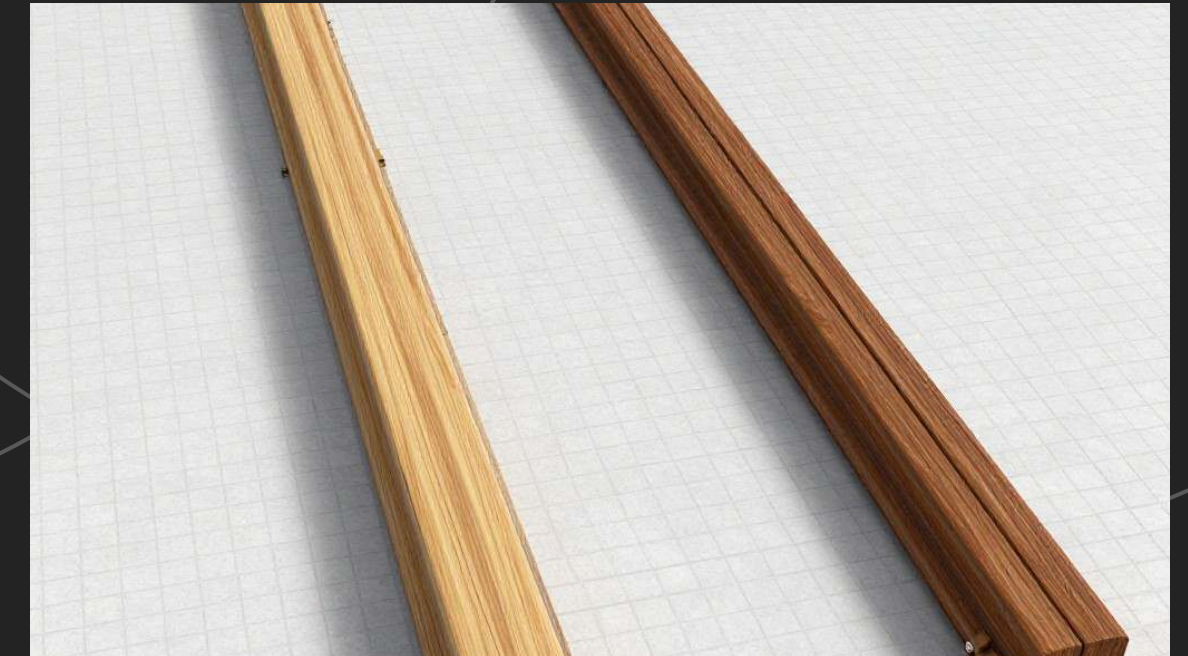
Подъём и шаг

Если идти по прямой на одну клетку вправо и одновременно подниматься на две клетки вверх, то k равно 2. Такое движение по сетке помогает увидеть, насколько круто расположен график, без сложных вычислений.



Почти горизонтальная линия

Когда прямая идёт почти ровно, её модуль k небольшой. Это значит, что y меняется медленно, и на рисунке линия выглядит пологой, будто слегка наклонённой.



Параллельные прямые

Если у двух прямых одинаковый наклон, они не пересекутся. При разных значениях b одна линия будет располагаться выше или ниже другой, оставаясь параллельной ей.

После подстановки точки
в уравнение остаётся одно
неизвестное, и его можно
найти за один шаг.

2

— это значение свободного члена в примере.

Пример из условия: точка (2; 5), $k = 1,5$, уравнение $5 = 1,5 \cdot 2 + b$.

Построение прямой по уравнению $y = kx + b$

Последовательность шагов для построения графика и проверки результата



Примеры уравнений прямых и их характеристики

Уравнение	k и b	Вид
$y = 2x - 3$	$k = 2, b = -3$	возрастающая
$y = -x + 4$	$k = -1, b = 4$	убывающая
$y = 0,5x$	$k = 0,5, b = 0$	через начало
$y = -5$	$k = 0, b = -5$	горизонтальная

Таблица показывает, как по записи уравнения быстро определить наклон, пересечение с осью Oy и вид прямой.

По записи можно сразу увидеть направление прямой и значение точки пересечения с осью Oy .

Преобразование заданных уравнений прямых.

Две точки однозначно задают прямую

Одна-единственная линия

Через две разные точки можно провести только одну прямую. Это свойство позволяет восстановить уравнение графика, даже если сам рисунок не дан.

Находим наклон

Сначала сравнивают изменения координат и вычисляют k по формуле разности y , делённой на разность x . Важно не перепутать порядок точек и знаки.

Переходим к b

Когда k найден, подставляют координаты одной из точек в $y = kx + b$. Так получают свободный член и записывают полное уравнение прямой.

Проверяем результат

Найденное уравнение стоит проверить на второй точке. Если её координаты тоже подходят, значит, вычисления выполнены верно, и график построен правильно.

Формула уравнения прямой по двум точкам

02

Затем запись через точку

После нахождения k используют форму $y - y_1 = k(x - x_1)$. Она связывает одну точку прямой с её наклоном и помогает избежать лишних вычислений.

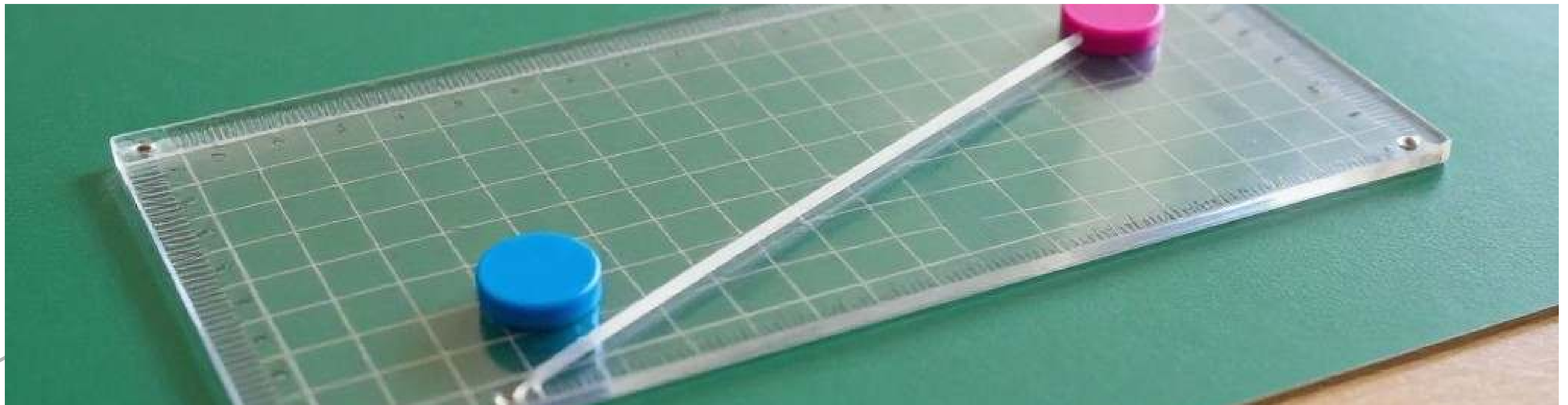
03

Получаем готовое уравнение

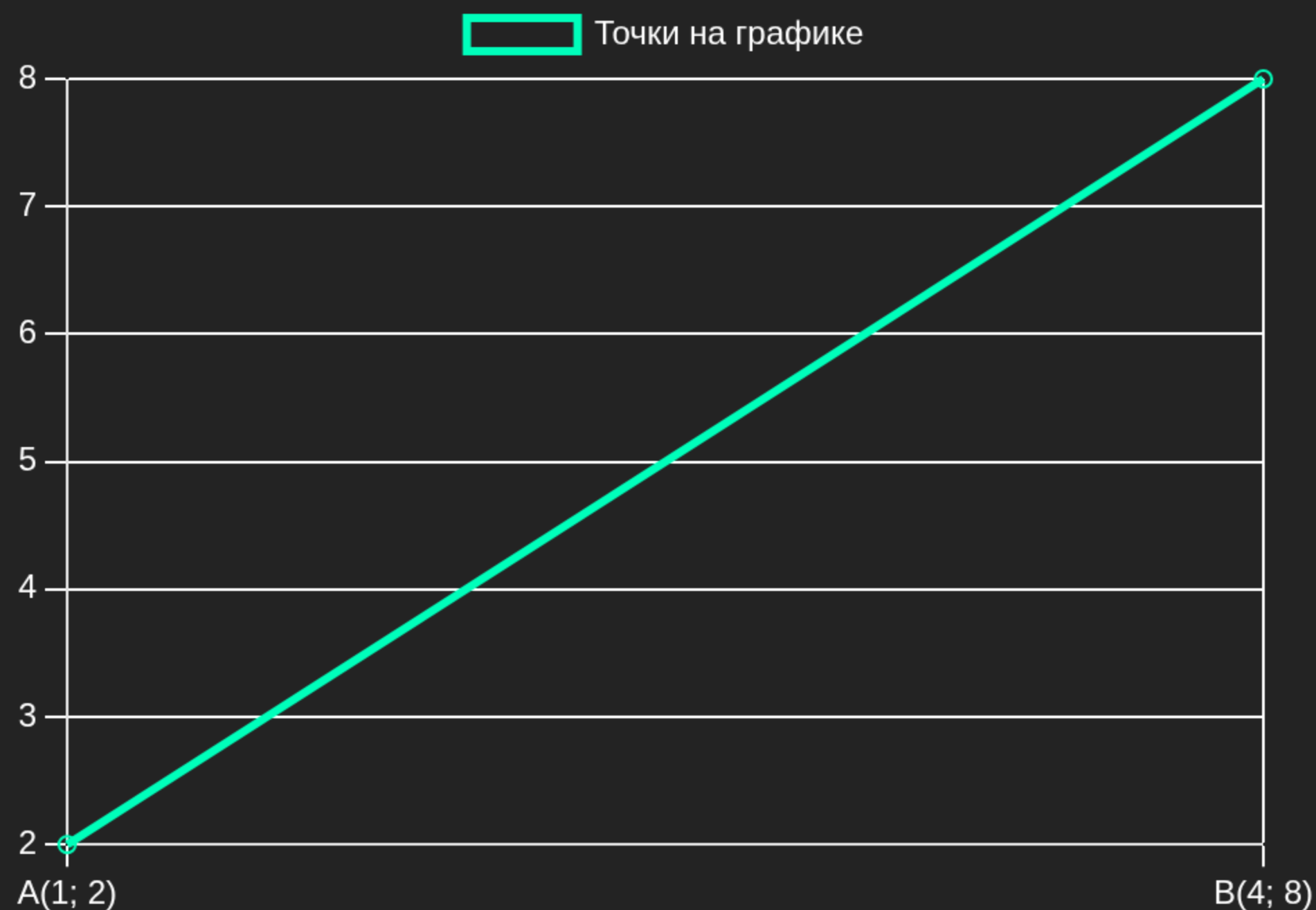
Подставив координаты точек $A(1; 2)$ и $B(3; 6)$, получают $k = 2$ и уравнение $y = 2x$. Такой способ особенно удобен при быстрых расчётах.

Сначала наклон

Для точек A и B находят k по формуле $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$. Эта величина показывает, как изменяется y при изменении x .



Вычисление наклона по двум точкам на графике

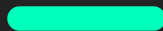


По клеткам видно, что при переходе от А к В прямая поднимается на 6 единиц и смещается вправо на 3.

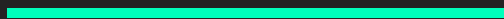
Отношение приращений равно 2, значит, на каждый шаг вправо на 1 значение y увеличивается на 2.

Данные из условия задачи: точки $A(1; 2)$ и $B(4; 8)$.

Особые случаи, которые нельзя путать



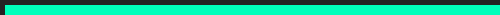
Горизонтальная прямая



Если ординаты точек одинаковы, график не поднимается и не опускается. Тогда $k = 0$, а уравнение принимает вид $y = c$, где c показывает постоянное значение.



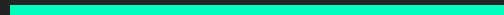
Вертикальная прямая



Если обе точки имеют одинаковую абсциссу, прямая идёт строго вверх или вниз. Её уравнение записывают как $x = c$, потому что угловой коэффициент здесь не определяется.



Выбор правильной формулы



Формула $y = kx + b$ подходит только для наклонной прямой. Для вертикальной линии нужна отдельная запись, иначе вычисления дают ошибку уже на первом шаге решения.

Типичные ошибки при составлении и уравнения прямой

В таблице показано, где чаще всего возникают ошибки и как сразу выбрать верную запись.

Ошибка	Причина	Правильно
Путаница x и y	Неверный порядок	Проверять координаты
Неверный знак	Ошибка вычитания	Следить за разностью
Вертикальная прямая	Не та формула	Запись $x = c$

Большинство ошибок связано не с формулами, а с невнимательностью: порядком координат, знаками и выбором подходящей записи.

Обобщение типичных ошибок при решении задач на уравнение прямой.

Проверка найденного уравнения

1. Подстановка точки А

В найденное уравнение подставляют координаты первой заданной точки. Если равенство выполняется, это уже хороший признак, что вычисления сделаны верно.

2. Подстановка точки В

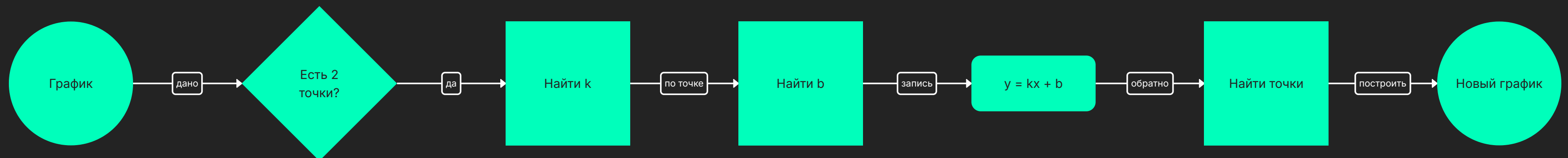
Затем проверяют вторую точку. Совпадение для обеих точек подтверждает, что уравнение действительно описывает нужную прямую, а не случайную линию.

3. Итоговый контроль

Если ответ не совпал, ищут ошибку в знаках, арифметике или выборе формулы. Для вертикальной прямой проверяют именно значение $x = c$.

Как перейти от графика к уравнению и обратно

Схема показывает, как данные с графика превращаются в формулу, а формула снова помогает построить график.



Где уравнение прямой встречается в жизни



Тариф и стоимость

Магазин продаёт одинаковые тетради по одной цене, поэтому стоимость растёт ровно вместе с количеством. Если известно, сколько стоит одна тетрадь и есть ли фиксированная плата, зависимость легко описать уравнением прямой.



Движение без ускорения

Когда поезд или велосипед движется с постоянной скоростью, путь увеличивается одинаково за равные промежутки времени. На графике получается прямая линия, а по ней удобно находить путь в нужный момент.



Температура и время

Температура в некоторых задачах меняется постепенно и предсказуемо. Если известно начальное значение и скорость изменения, можно записать линейную зависимость и по ней быстро получать нужные значения из таблицы или графика.

Три прямые на одной координатной плоскости

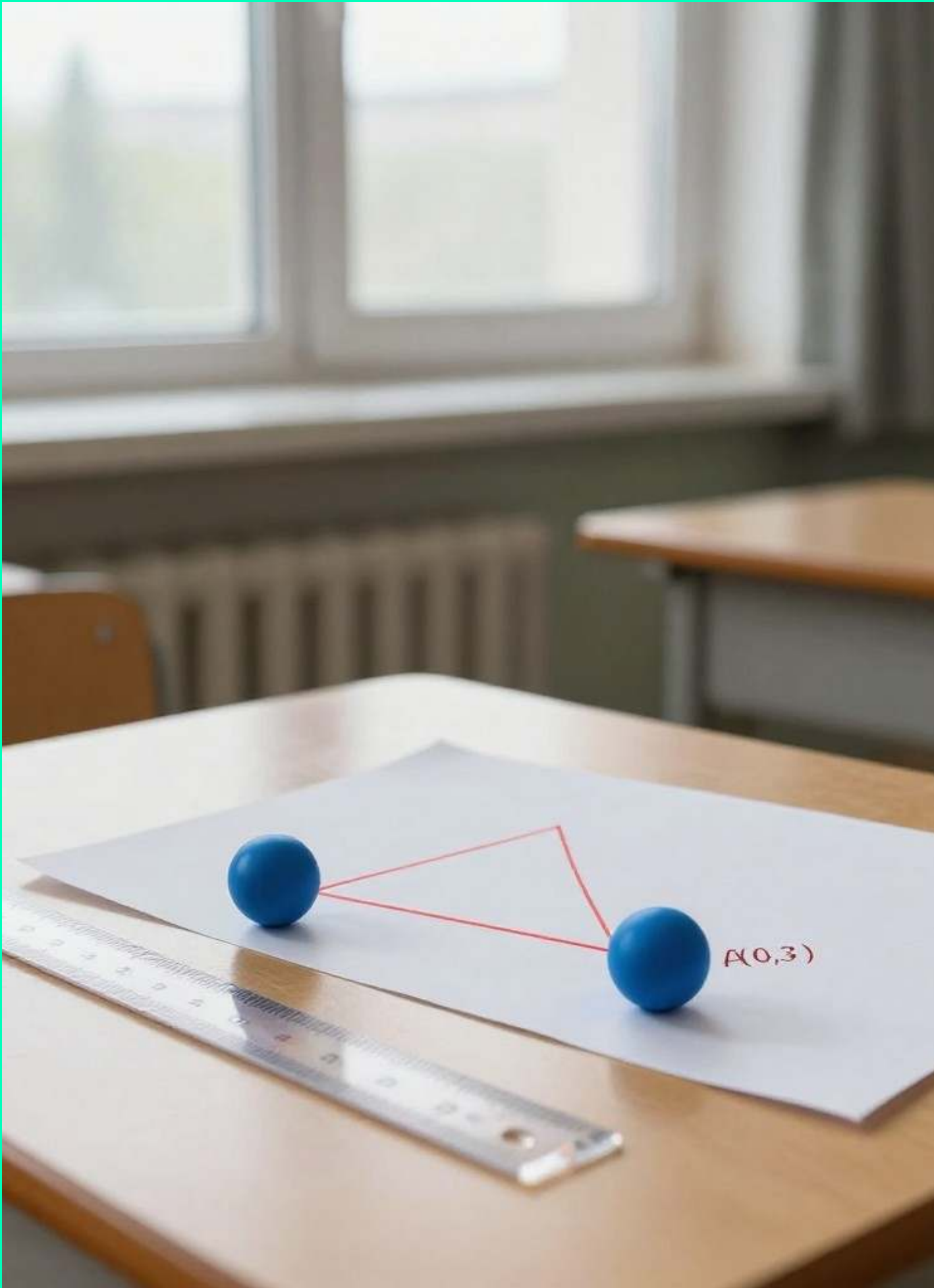


На одном наборе точек видно, что одинаковое значение b может сочетаться с разным направлением прямой, а одинаковый k — с параллельностью.

Знак k определяет направление, а b задаёт вертикальный сдвиг. По графику это видно сразу, без длинных вычислений.

Иллюстрация построена по уравнениям $y = 2x + 1$, $y = -x + 1$ и $y = 1$.

Пошаговый пример решения задачи



01. **1. Находим наклон**
Сначала сравниваем координаты двух точек $A(0; 3)$ и $B(2; 7)$. Разность ординат равна 4, разность абсцисс равна 2, значит, угловой коэффициент $k = 2$.
02. **2. Подбираем свободный член**
Теперь используем точку A , у которой $x = 0$. Подставляем её в формулу $y = kx + b$ и получаем $3 = 2 \cdot 0 + b$, поэтому $b = 3$.
03. **3. Записываем уравнение**
После нахождения k и b получаем полное уравнение прямой: $y = 2x + 3$. Это уже можно использовать для построения графика и решения задач.
04. **4. Проверяем ответ**
Подставляем точку B : $2 \cdot 2 + 3 = 7$. Равенство верно, значит, уравнение составлено правильно и действительно проходит через обе заданные точки.

Мини-справка по основным формулам темы

Ситуация	Формула	Результат
Наклон и b	$y = kx + b$	Прямая
Две точки	$k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$	Найти k
Точка и k	$y - y_1 = k(x - x_1)$	Уравнение
Вертикаль/горизонталь	$x = c / y = c$	Особый случай

Таблица помогает быстро выбрать нужную запись в зависимости от того, что известно в задаче.

Выбор формулы зависит от исходных данных: наклона, одной точки, двух точек или особого случая с вертикальной либо горизонтальной прямой.

Сводка основных формул темы уравнения прямой.

Уравнение прямой: кратко о главном

Сегодня мы связали график и формулу: по двум точкам находят k и b , записывают уравнение прямой и проверяют его подстановкой. Эти навыки помогают уверенно решать задачи и читать графики.