

Разность квадратов. Сумма и разность кубов

Три формулы для быстрого разложения
на множители



Зачем нужны формулы разложения



Эти формулы помогают превращать громоздкие выражения в удобные произведения. С ними проще сокращать дроби, упрощать записи и решать уравнения без лишних вычислений.



Разность квадратов

1. Главная формула

Если перед нами разность двух квадратов, её можно записать как произведение двух скобок: одна со знаком минус, другая со знаком плюс. Это самый короткий путь к разложению.



2. Почему это работает

При раскрытии скобок средние слагаемые взаимно уничтожаются, и остаётся исходная разность. Поэтому формула удобна ещё и как быстрая проверка правильности ответа.



3. Примеры в записи

Например, $x^2 - 9$ превращается в $(x - 3)(x + 3)$, а $25y^2 - 4$ — в $(5y - 2)(5y + 2)$. Здесь важно заметить полные квадраты в обеих частях.



Разность квадратов: примеры разложения



Ниже показаны выражения,
их разложение и краткая проверка
по формуле.



В каждом случае оба слагаемых
являются полными квадратами, а знаки
в скобках всегда разные.



Выражение	Разложение	Проверка
$x^2 - 16$	$(x - 4)(x + 4)$	4^2
$9a^2 - b^2$	$(3a - b)(3a + b)$	квадраты

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, примеры для 7 класса

Геометрический смысл разности квадратов

Две площади

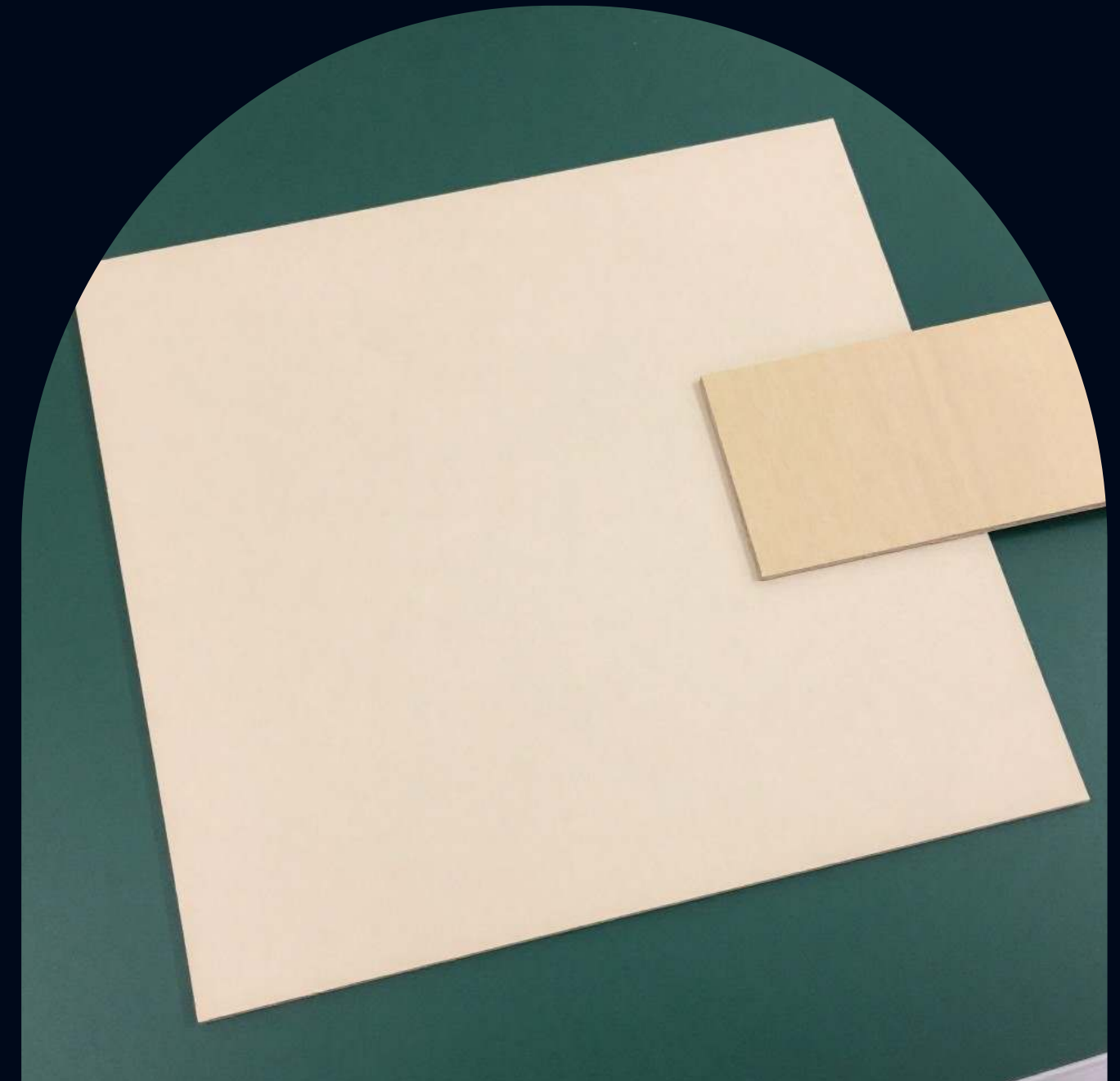
Разность площадей двух квадратов можно увидеть как оставшуюся часть большого квадрата после вырезания меньшего. Так абстрактная формула становится наглядной и понятной.

Два прямоугольника

Оставшаяся фигура раскладывается на два прямоугольника, и их стороны связаны с выражениями $a - b$ и $a + b$. Поэтому в ответе появляются именно два множителя.

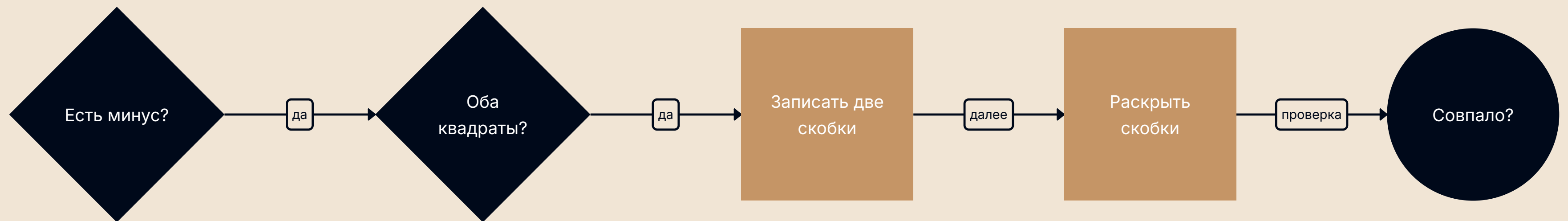
Почему это полезно

Геометрическая модель помогает запомнить, что формула не случайна. Она показывает, откуда берутся знаки и почему произведение точно возвращает исходную разность квадратов.

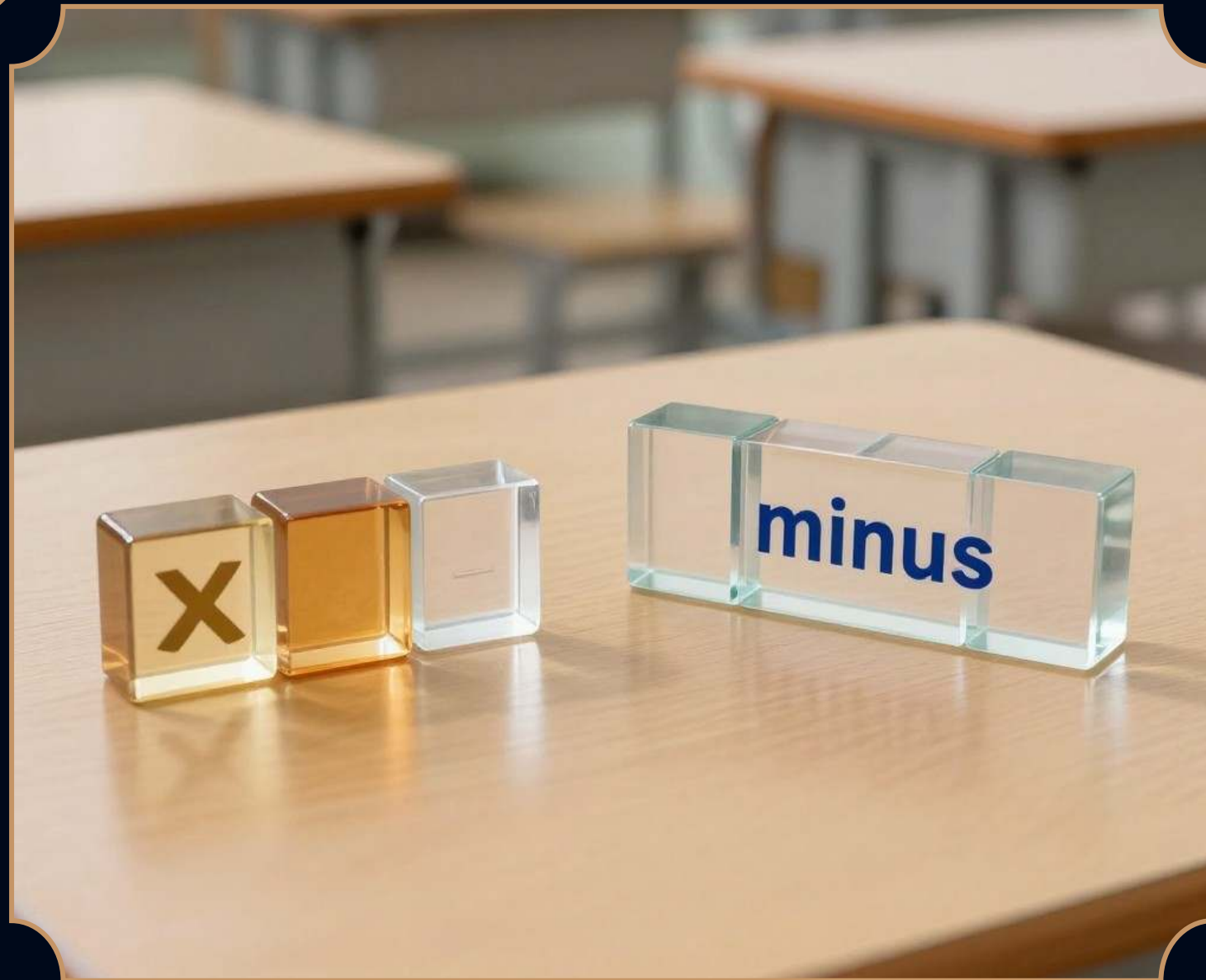


Как распознавать разность квадратов

Пошаговая проверка вида выражения и результата разложения



Сумма кубов



Форма записи



01



Сумма кубов раскладывается на два множителя: первый двучленный, второй трёхчленный. В первой скобке стоит сумма, а во второй обязательно появляется средний член со знаком минус.

Что важно запомнить



02



Во второй скобке идут квадрат первого числа, затем произведение двух чисел с минусом, а потом квадрат второго числа. Порядок членов менять нельзя.

Примеры разложения



03



Например, $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$, а $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$. Проверка раскрытием скобок подтверждает формулу.

Сумма кубов: структура формулы

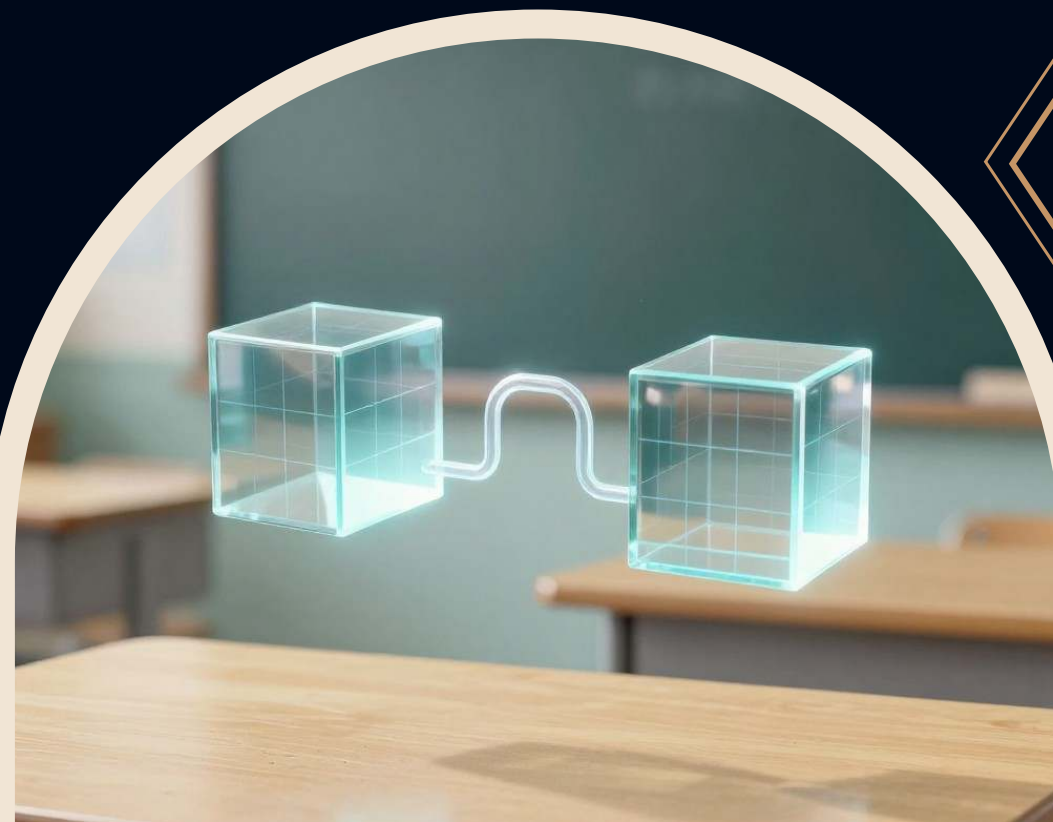
Исходное	Первый множитель	Второй множитель
$1^3 + 2^3$	$1 + 2$	$1^2 - 1 \cdot 2 + 2^2$
$a^3 + 5^3$	$a + 5$	$a^2 - 5a + 25$

В таблице видно, как строится каждая часть разложения и как она проверяется.

Во второй скобке всегда три части: квадрат первого числа, отрицательное произведение и квадрат второго числа.

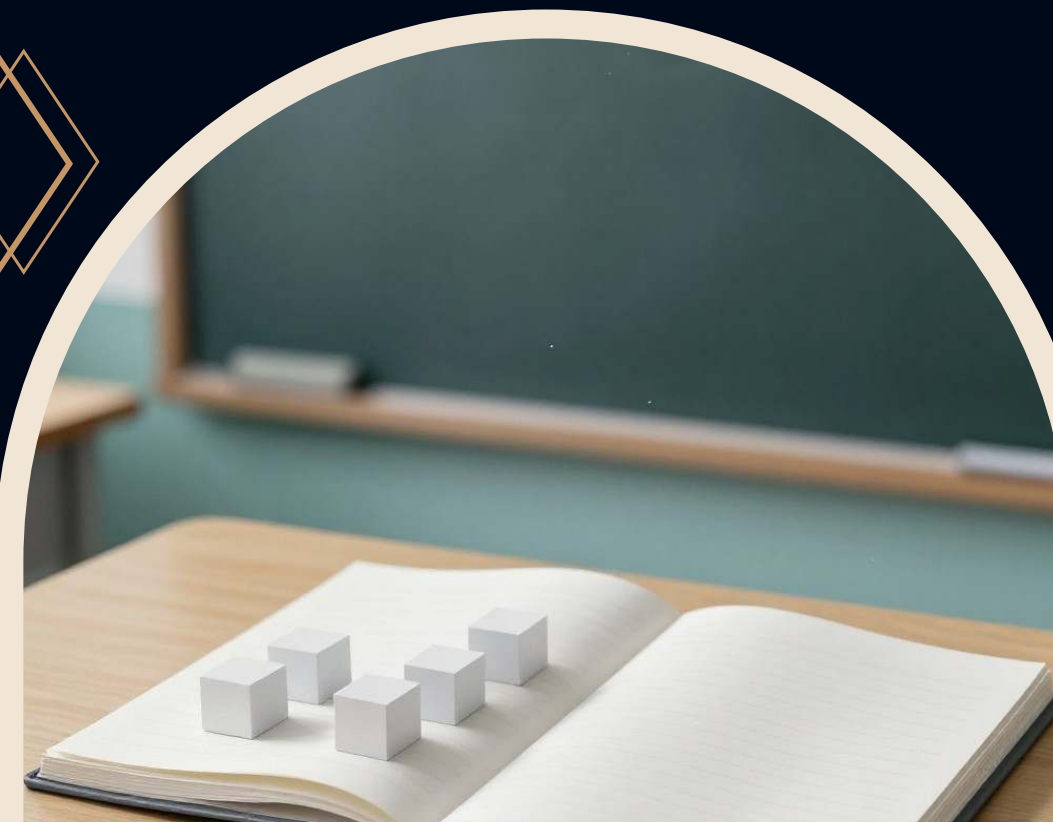
Формула $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, примеры для 7 класса

Как запомнить формулу суммы кубов



Три части одной идеи

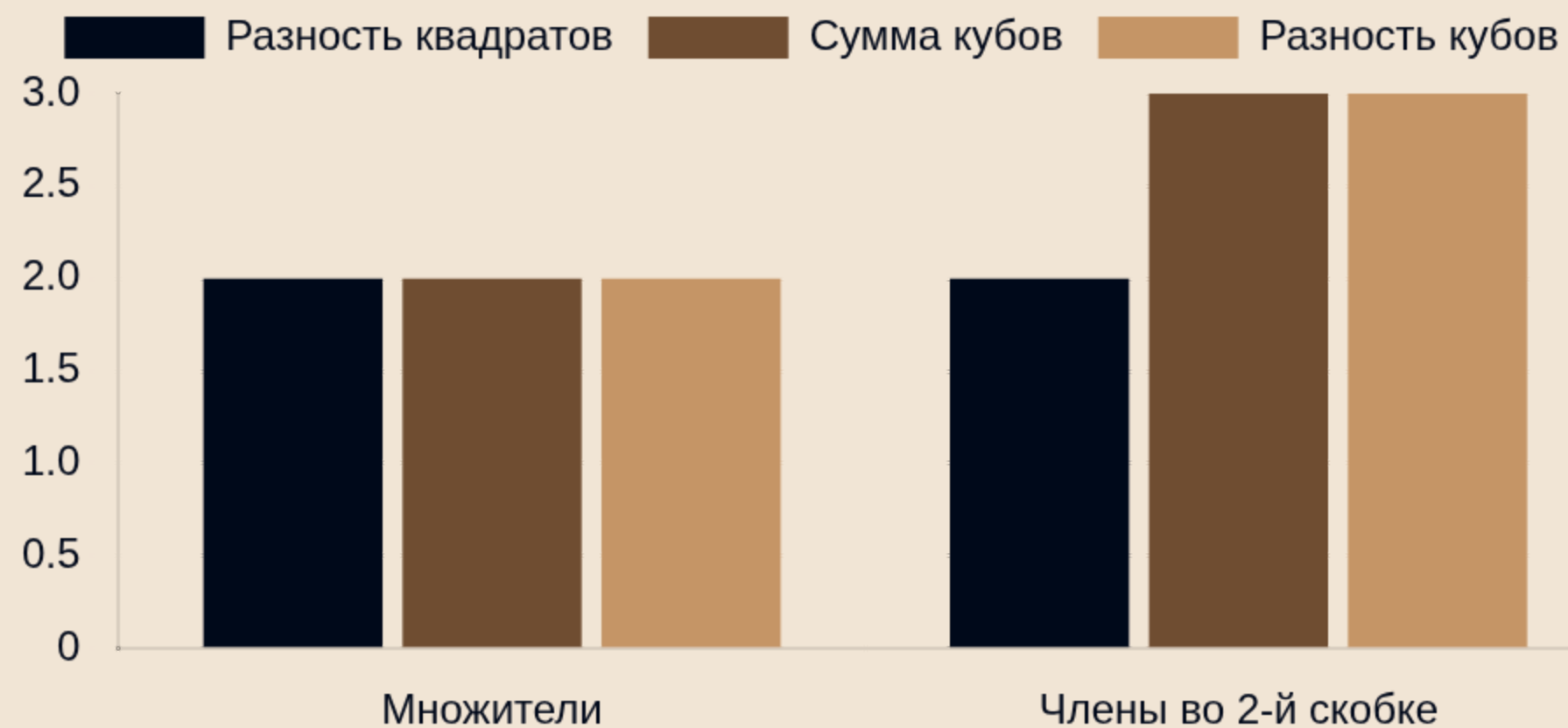
Представьте два куба и соединяющую их формулу. В первой скобке всегда складываются сами числа, а во второй нужно помнить строгий порядок: квадрат первого, потом минус произведение, затем квадрат второго. Такой ритм помогает не перепутать знаки.



Проверка на слух и на бумаге

Если заменить буквы конкретными числами, формула становится заметнее и легче проверяется. Раскрытие скобок показывает, что лишние члены исчезают, а остаётся ровно сумма кубов. Это хороший способ убедиться в правильности разложения.

Сравнение трёх заметных формул



Сравнение помогает быстро выбрать нужную формулу по строению скобок и числу членов.

У разности квадратов оба множителя двучленные, а у кубов второй множитель всегда трёхчленный.



Формулы сокращённого умножения для 7 класса

Разность кубов



Формула разложения

Разность кубов раскладывается по схеме $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$. Первая скобка повторяет знак исходного выражения, а во второй все слагаемые записываются с плюсом.

Почему это работает

При перемножении скобок средние члены взаимно уничтожаются, поэтому после раскрытия получается именно $a^3 - b^3$. Такая проверка помогает не путать формулу с суммой кубов.

Примеры записи

Выражение $x^3 - 27$ удобно представить как $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$, а $8a^3 - 1$ — как $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$.

Разность кубов: примеры и проверка



Примеры показывают, как распознавать полные кубы и быстро записывать правильные множители без лишних преобразований.

Во всех примерах первый множитель повторяет знак разности, а во второй скобке каждый член записывается со знаком плюс.

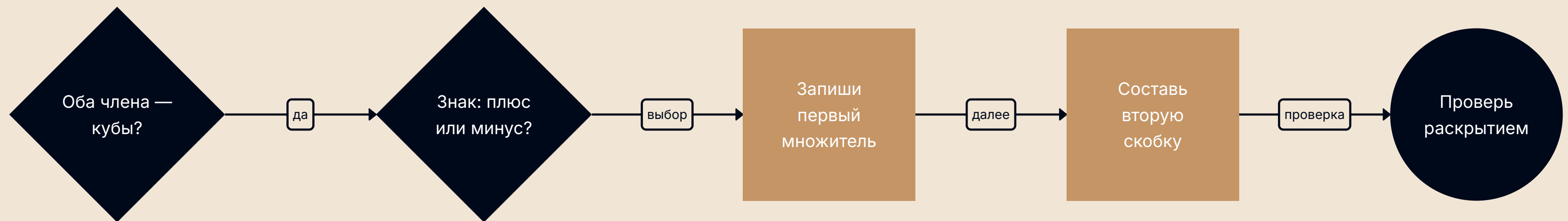


Выражение	Разложение	Проверка
$y^3 - 64$	$(y - 4)(y^2 + 4y + 16)$	всё сходится
$125m^3 - n^3$	$(5m - n)(25m^2 + 5mn + n^2)$	знаки верны
$27p^3 - 8$	$(3p - 2)(9p^2 + 6p + 4)$	кубы совпали

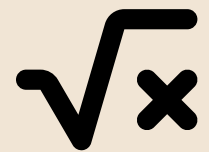
Преобразования по формуле разности кубов в школьной алгебре

Алгоритм разложения кубов

Последовательность действий при разложении суммы и разности кубов в школьных заданиях.



Частые ошибки при разложении



Путают степень

Иногда квадрат принимают за куб или наоборот. Из-за этого выбирают неверную формулу, хотя достаточно сначала проверить показатель степени у каждого члена выражения.



Неверные знаки

В разности квадратов должны стоять разные знаки, а в формулах кубов — строго определённая схема. Ошибка в одном знаке меняет весь результат разложения.



Пропускают средний член

Во второй скобке у кубов всегда есть член ab . Если его забыть, раскрытие скобок не даст исходное выражение, и разложение окажется неверным.



Не делают проверку

Даже правильный на вид ответ стоит раскрыть обратно. Эта простая проверка быстро показывает, совпадают ли все коэффициенты, степени и знаки с исходным многочленом.

Связь с вынесением общего множителя

2. Получаем знакомую форму

После вынесения множителя внутри скобок нередко остаётся разность квадратов или кубов. Тогда применяют уже изученную формулу сокращённого умножения.

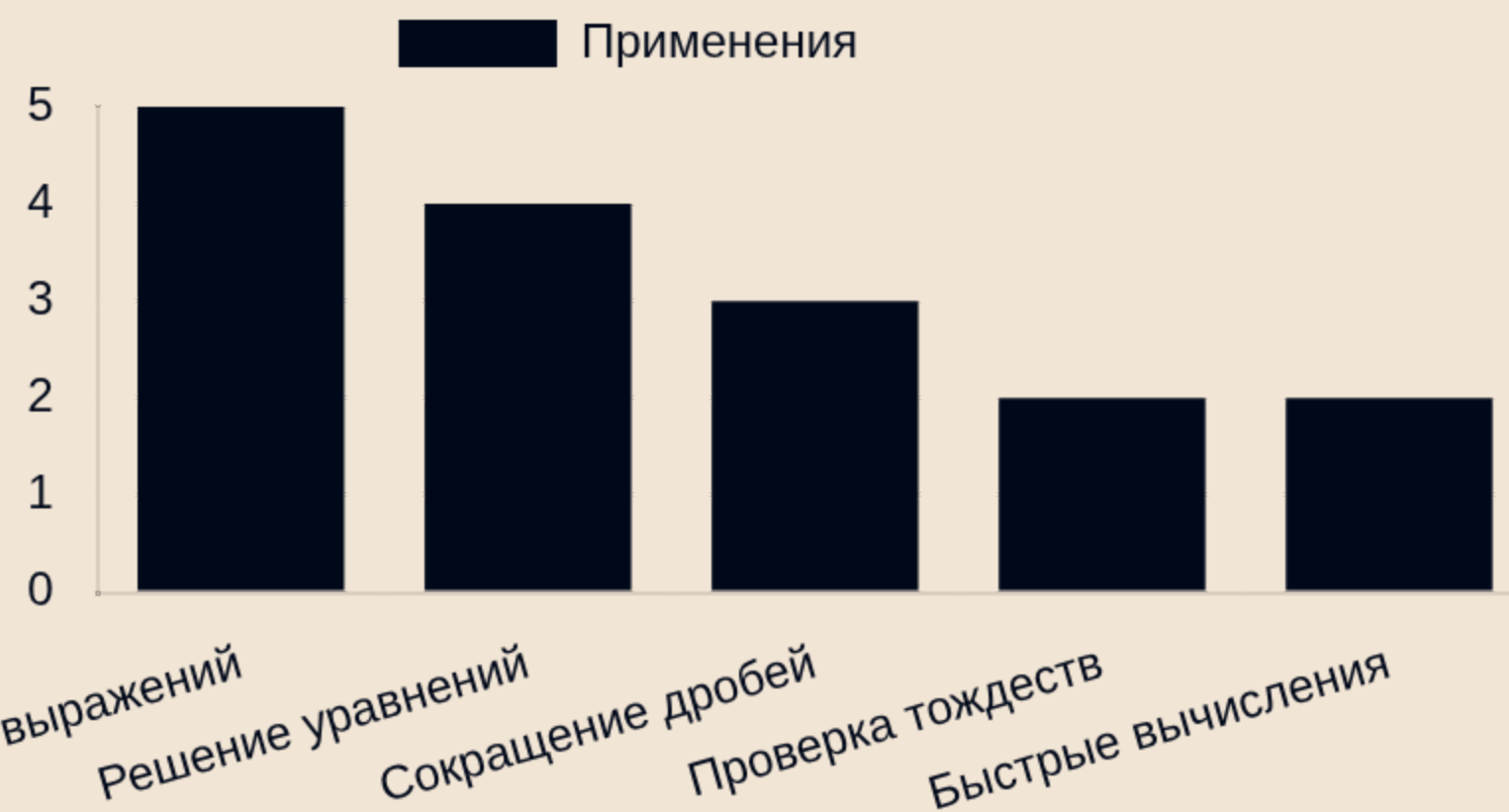
1. Находим общий множитель

Сначала проверяют, есть ли у всех членов выражения общий множитель. Его выносят за скобки, чтобы упростить запись и увидеть структуру выражения.

3. Разлагаем до конца

Например, $2x^3 - 18x = 2x(x^2 - 9)$, а затем $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. Так два приёма работают последовательно.

Где используются эти формулы в школьной алгебре



Эти приёмы чаще всего встречаются в задачах на преобразование многочленов, где важно быстрее увидеть удобную форму выражения.

Формулы полезны не только для разложения, но и для дальнейших преобразований: они сокращают число действий и облегчают решение задач.



Содержание темы «Разность квадратов. Сумма и разность кубов»

Проверка разложения через раскрытие скобок

Обратное умножение

Чтобы проверить разложение, нужно раскрыть скобки и сравнить полученный многочлен с исходным выражением. Если все члены совпали, запись составлена правильно.

Смотрим на детали

Важно проверять не только сами слагаемые, но и коэффициенты, степени, а также знаки. Даже маленькая ошибка меняет результат и делает разложение неверным.

Удобный способ самопроверки

Если после раскрытия скобок появляется именно исходное выражение, можно быть уверенным в ответе. Такой приём особенно полезен при решении самостоятельных и контрольных работ.



Мини-тренажёр: выбрать нужную формулу

Выражение	Формула
x^2-49	разность квадратов
a^3+27	сумма кубов
$64m^3-n^3$	разность кубов
$100y^2-1$	разность квадратов

Сначала определите степень каждого члена и знак между ними, затем сопоставьте выражение с подходящей формулой разложения.

Если оба члена — полные квадраты, выбирают формулу разности квадратов; если оба — полные кубы, используют формулу суммы или разности кубов по знаку.

Учебные примеры по теме сокращённого умножения

Три формулы закрывают почти все стандартные задания темы:
одна для квадратов и две для кубов. Главное — не путать
их структуру и знаки.



3

формулы нужно держать в памяти, чтобы быстро выбирать
нужный знак и число скобок.

Свод правил темы «Разность квадратов. Сумма и разность
кубов»



Что важно запомнить в этой теме

Формулы разности квадратов, суммы кубов и разности кубов помогают быстро упрощать выражения. Если уверенно распознавать степени, знаки и структуру скобок, разложения становятся простыми и надёжными.