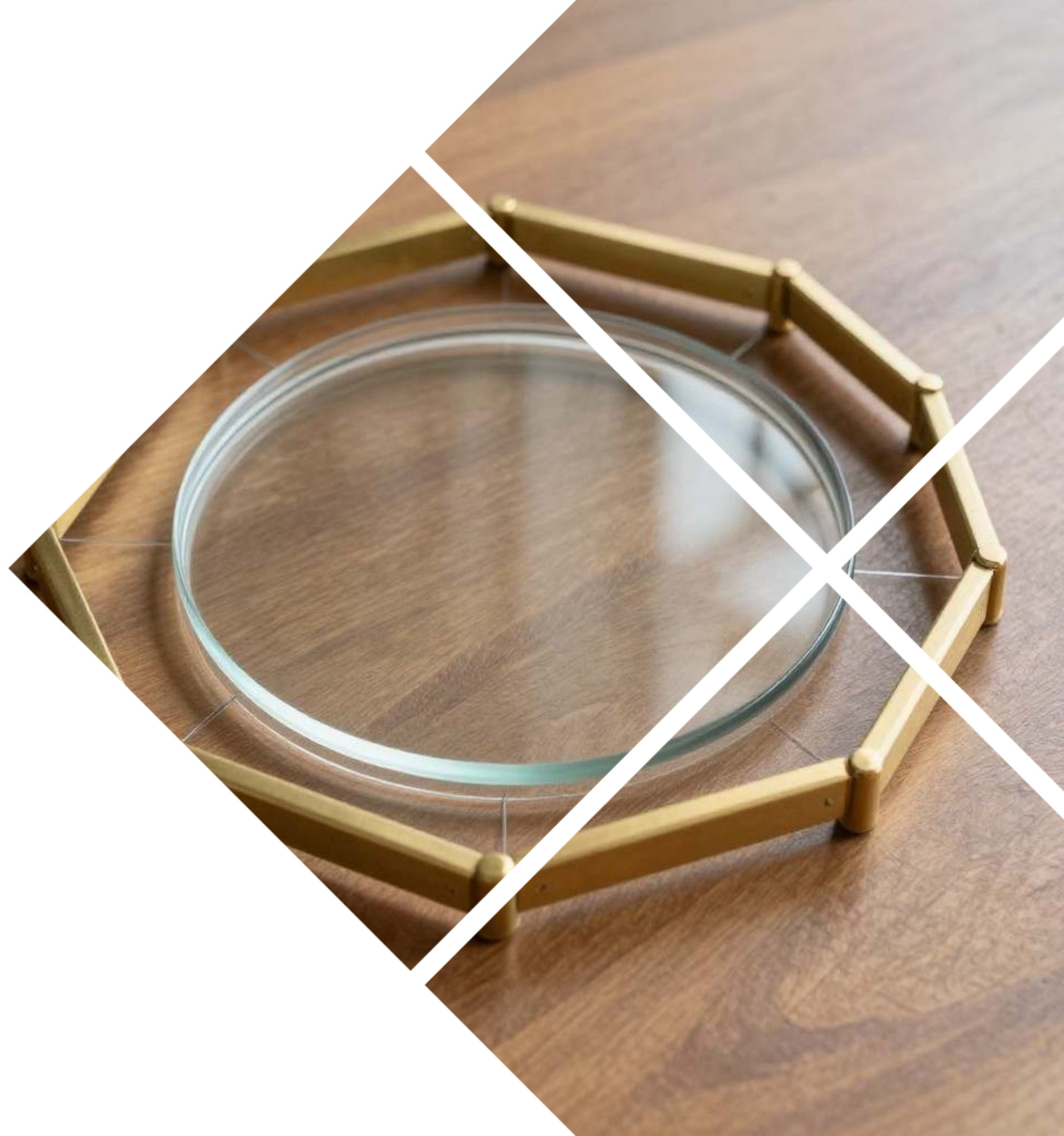


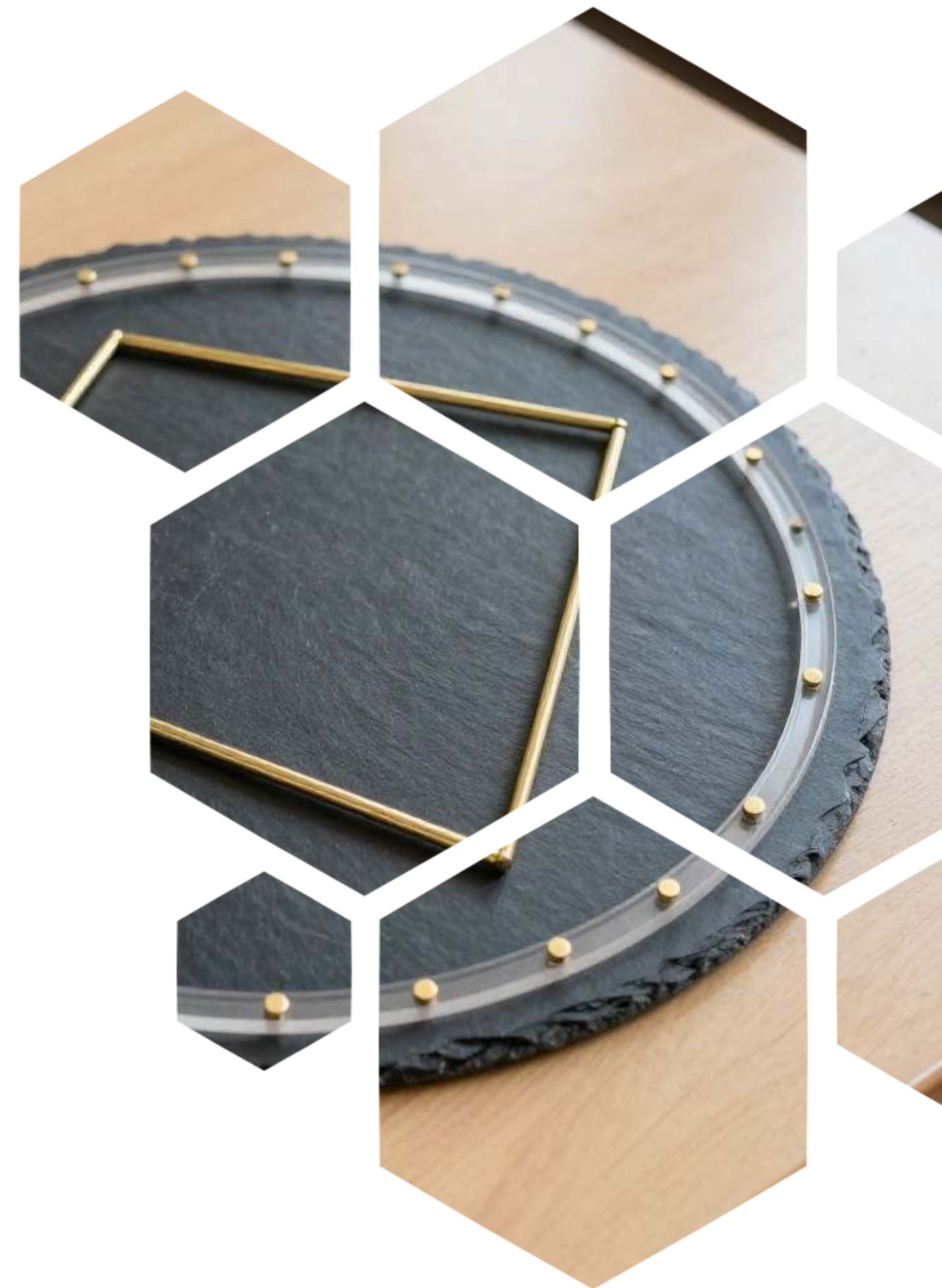
Многоугольники , описанные около окружности

Стороны касаются одной окружности —
и появляются новые свойства.

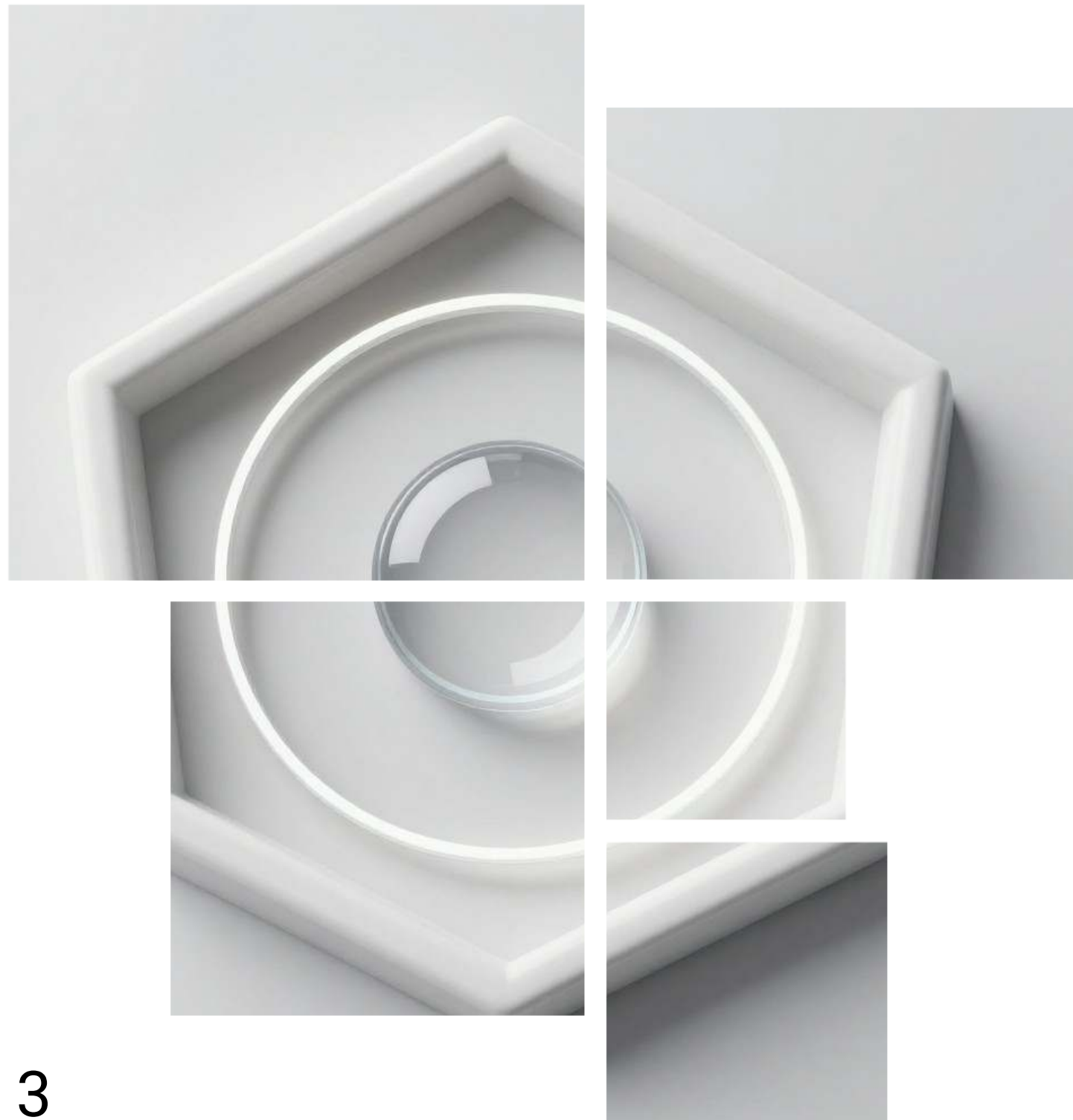


Окружность как опора для геометрии

Такие фигуры встречаются в построениях, чертежах и орнаментах. Их изучают, чтобы находить неизвестные отрезки, проверять свойства фигур и быстрее вычислять площадь.



Что значит «многоугольник описан около окружности»



■ Окружность внутри фигуры

Если окружность касается каждой стороны многоугольника, она становится вписанной в него. Тогда сам многоугольник называют описанным около этой окружности.

■ Одинаковое расстояние

Центр окружности находится на одном и том же расстоянии от всех сторон. Это расстояние равно радиусу и помогает связывать окружность с фигурой.

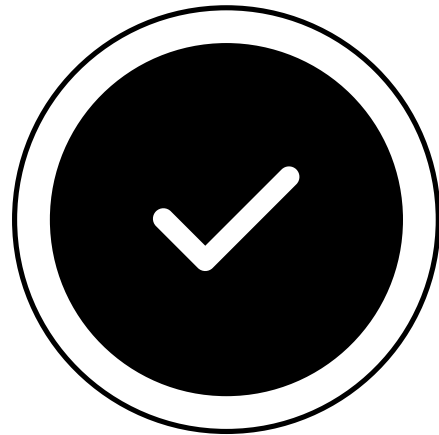
■ Точка касания

У каждой стороны есть своя точка касания. В ней окружность и сторона имеют только одну общую точку, без пересечения и без перескока через границу.

■ Геометрический смысл

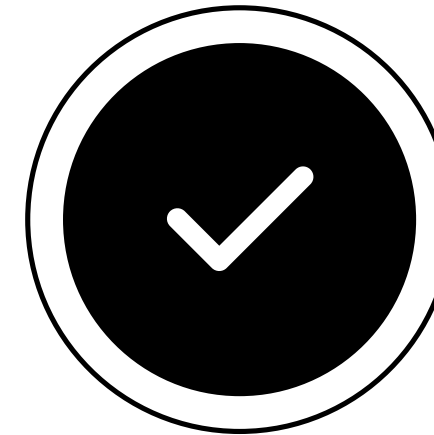
Такое расположение удобно для построений и доказательств: по касаниям можно находить длины, углы и проверять, действительно ли фигура описана около окружности.

Касательная и радиус в точке касания



Радиус к касанию

Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Поэтому на чертеже сразу появляется прямой угол, который удобно использовать в доказательствах.



Связь со сторонами

Это свойство помогает связывать центр окружности со сторонами многоугольника. По нему легко находить направление радиуса и проверять взаимное положение линий.

Равенство отрезков касательных из одной вершины

01

Две касательные

Если из одной точки к окружности проведены две касательные, то их отрезки до точек касания равны. Это одно из самых полезных свойств темы.

02

Что происходит у вершины

Для вершины описанного многоугольника равными оказываются части соседних сторон от вершины до точек касания. Благодаря этому можно восстанавливать неизвестные длины.

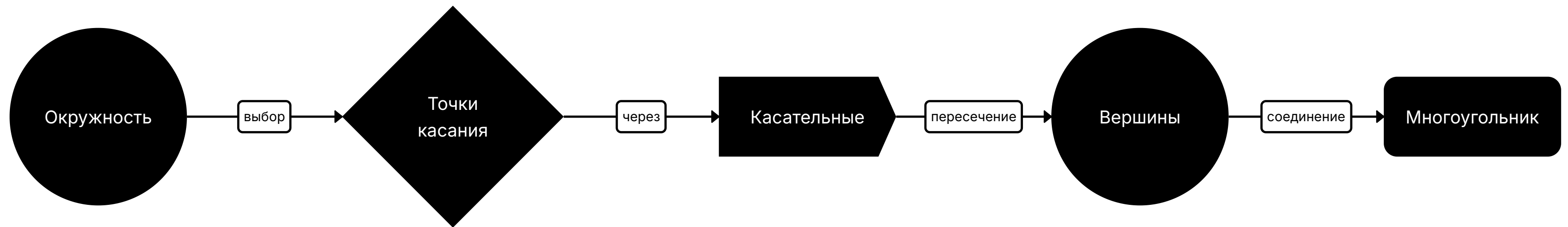
03

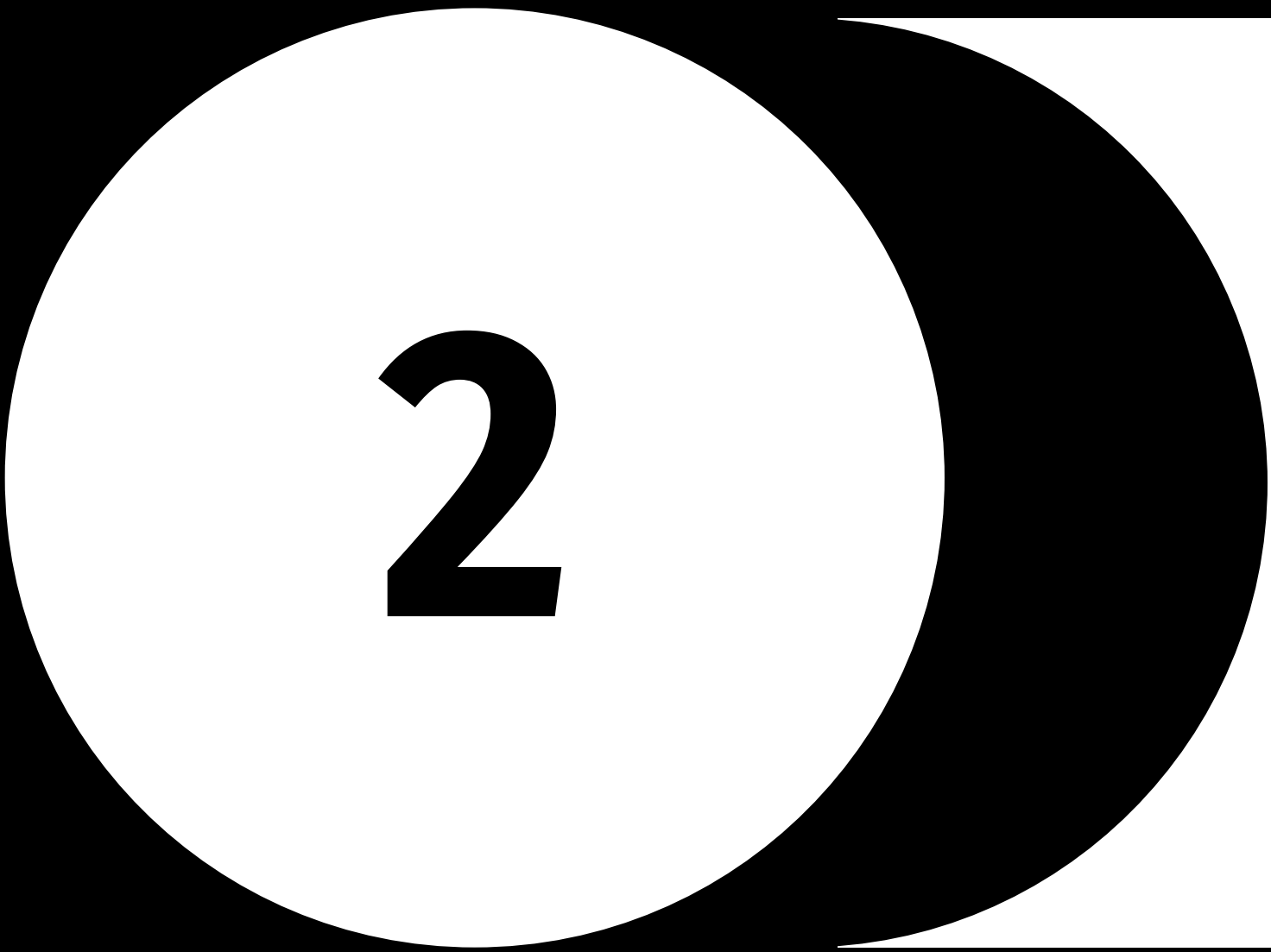
Где применяют чаще всего

Особенно часто свойство используют в задачах с четырёхугольниками. Оно позволяет быстро составлять уравнения для отрезков и проверять правильность построения.

Как строится многоугольник, описанный около окружности

Последовательность построения: от окружности к вершинам многоугольника.





2

Для четырёхугольника этот признак позволяет быстро понять, можно ли описать фигуру около окружности, не выполняя лишних построений.

пары
противоположных
сторон сравнивают
при проверке
вписанной окружности.

Геометрия, 7 класс: признак описанного
четырёхугольника

Основные свойства описанного четырёхугольника

Короткая таблица помогает сравнить главные свойства и увидеть, что каждое из них решает свою задачу.

Эти свойства вместе позволяют проверять фигуру, строить её и находить неизвестные отрезки без громоздких вычислений.

Свойство	Формулировка	Помогает найти
Касательные	равны	длины
Стороны	$a+c=b+d$	проверку
Радиусы	перпендикулярны	прямые углы
Центр	равно удалён	местоположение

Свойства описанного четырёхугольника,
курс геометрии 7 класса

Где находится центр вписанной окружности

01

Равные расстояния

Центр вписанной окружности одинаково удалён от всех сторон многоугольника. Поэтому он связан не с одной стороной, а сразу со всей фигурой.

02

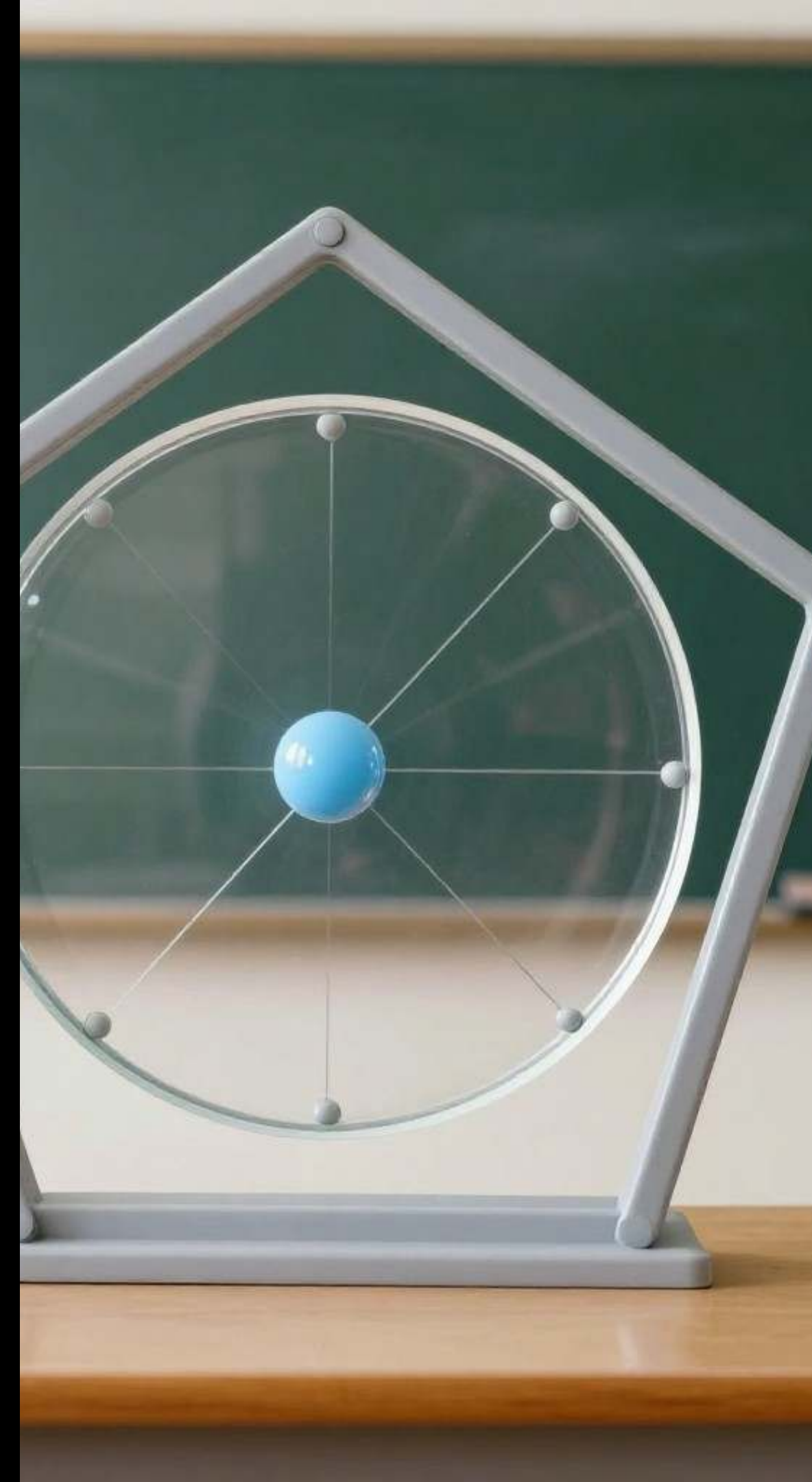
Биссектрисы углов

В описанном многоугольнике центр лежит на биссектрисах углов. Биссектриса делит угол на две равные части, и именно это свойство определяет его положение.

03

Как его находят

В 7 классе центр удобно искать как точку пересечения биссектрис соседних углов. Такая точка сразу показывает, где находится вписанная окружность.

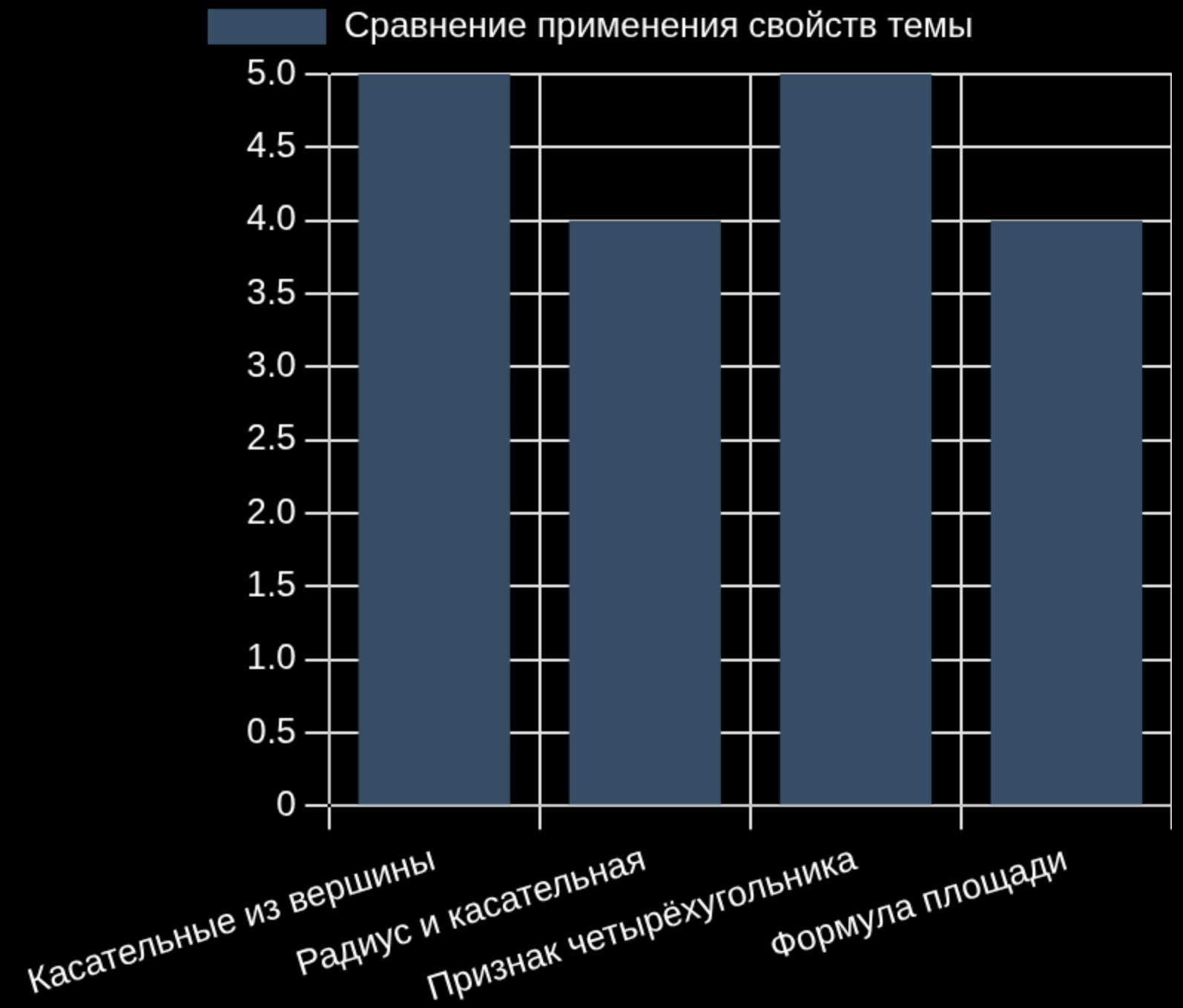


Какие свойства темы используются чаще всего

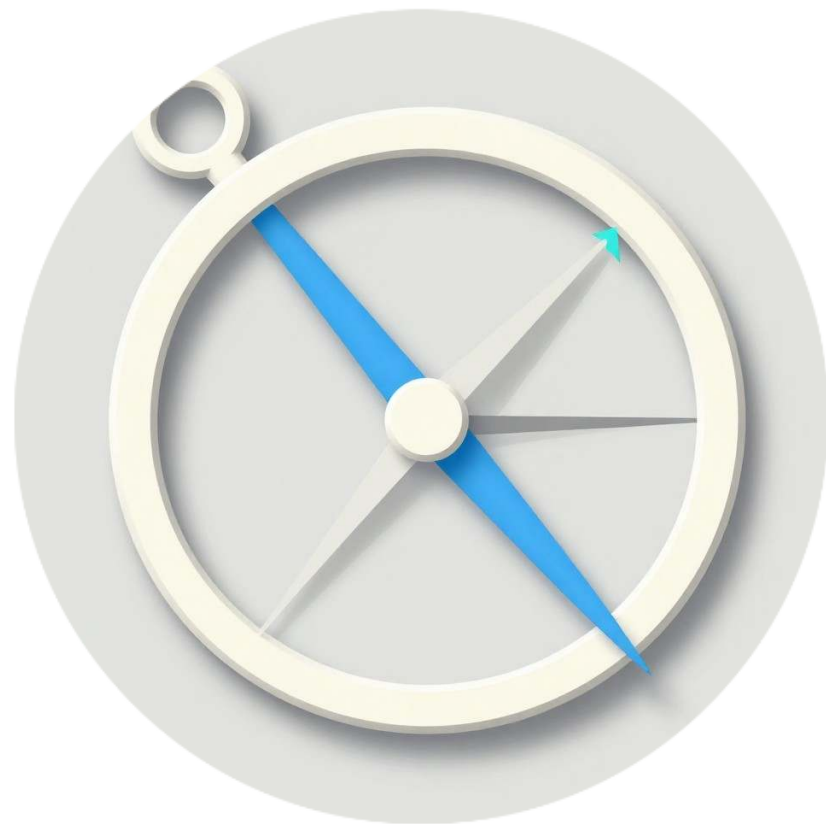
Диаграмма показывает, что в школьных задачах особенно часто сочетаются проверки и вычисления.

Самыми универсальными оказываются свойства касательных и признак четырёхугольника: они помогают и в построении, и в вычислениях, и в проверке ответа.

Сравнительная оценка по типовым задачам
темы, 7 класс

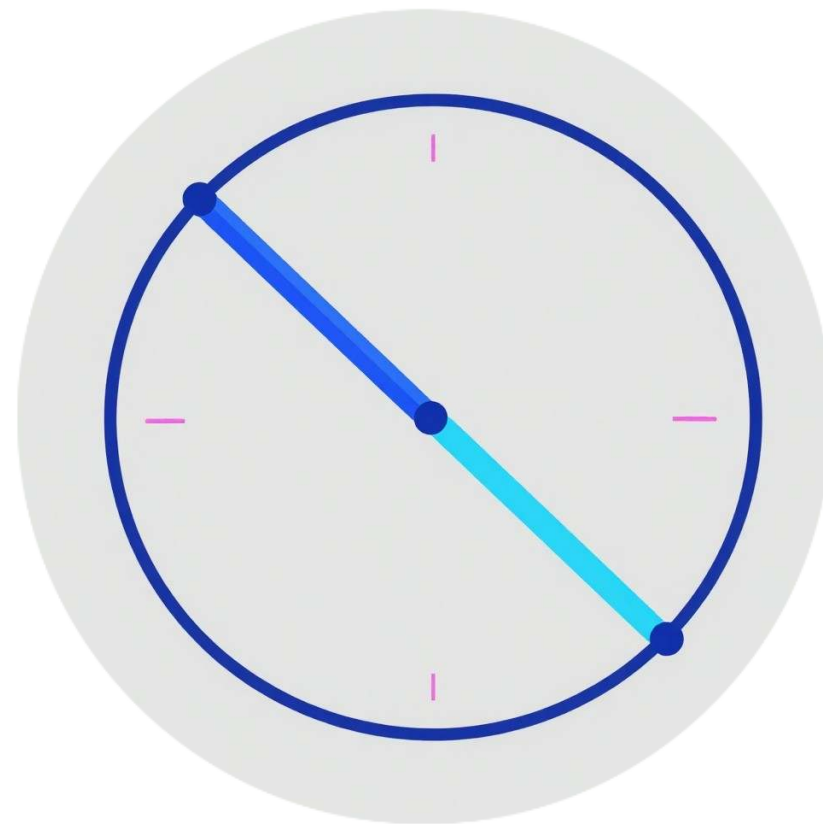


Точка касания, радиус и прямой угол



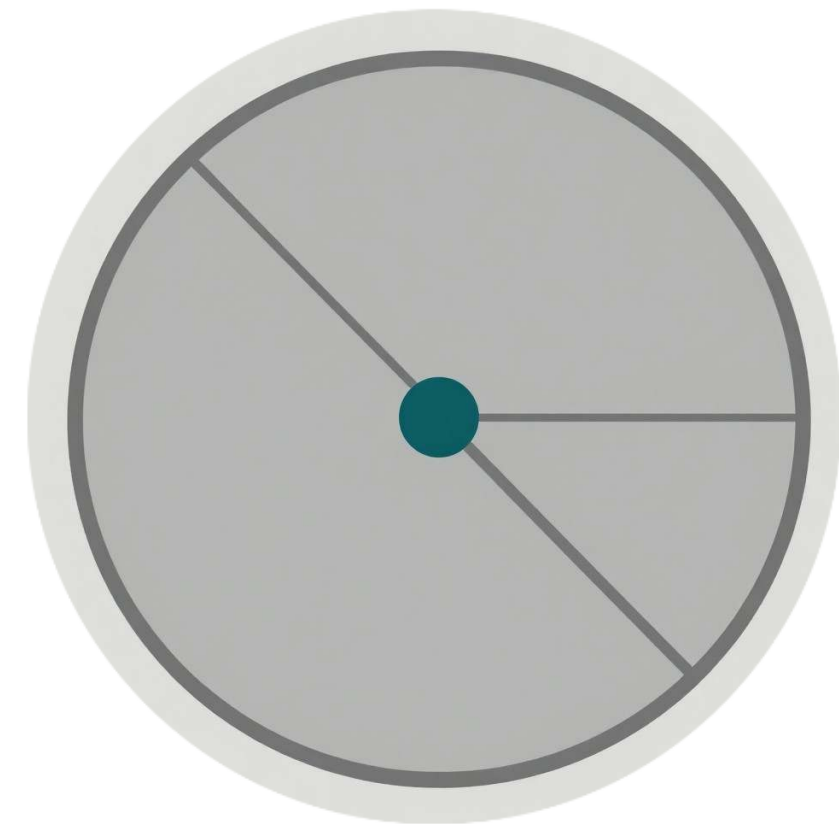
Радиус встречает сторону под прямым углом

На чертеже видно, как радиус тянется от центра окружности к точке касания. В этой точке он образует со стороной прямой угол, поэтому сразу понятно, где проходит перпендикуляр.



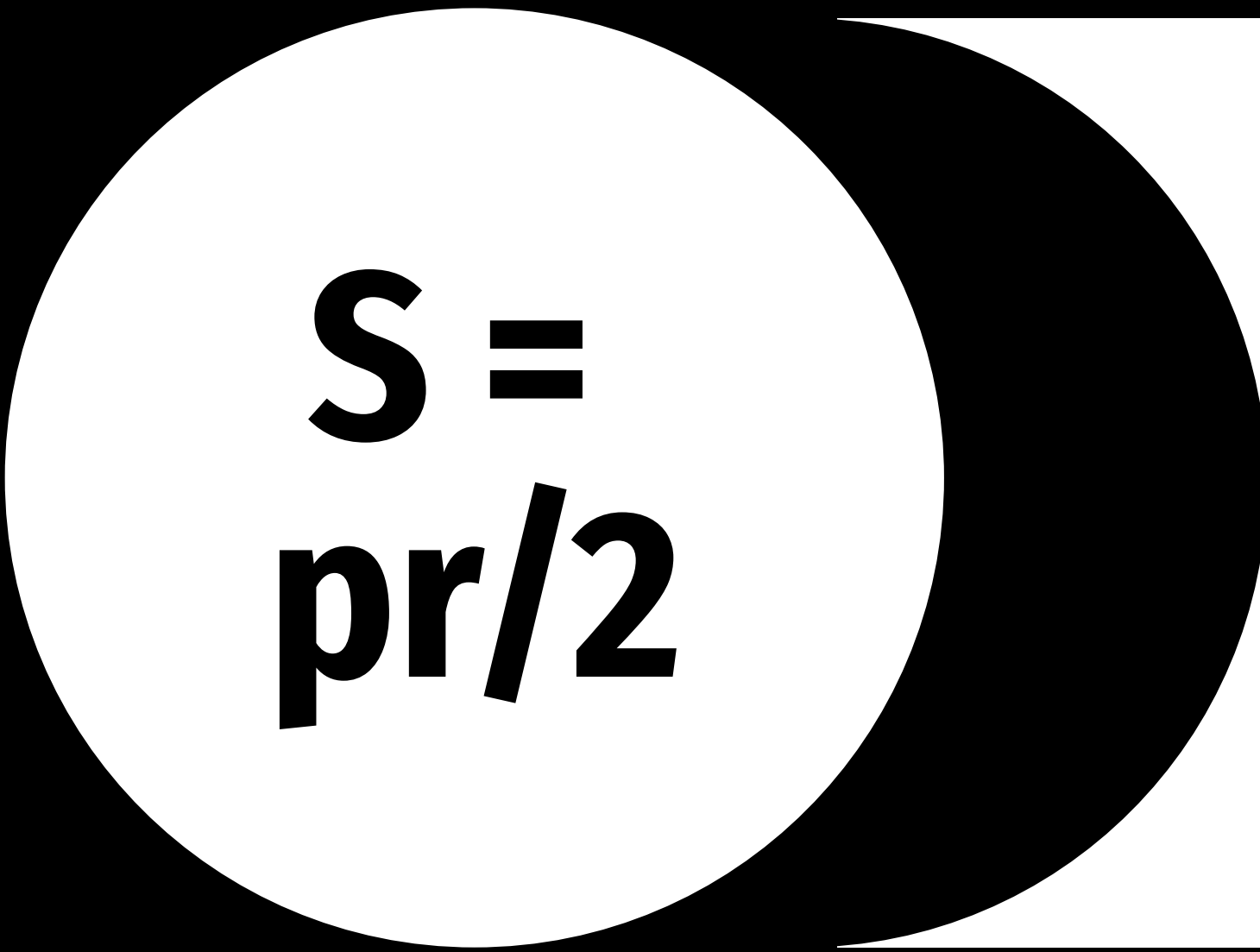
Две касательные — две равные части

Если из одной вершины провести две касательные к окружности, их отрезки до точек касания окажутся равными. Это удобно отмечать на рисунке разными цветами или одинаковыми штрихами.



Одна схема, много свойств

На одном изображении можно показать окружность, центр, стороны многоугольника и точки касания. Такой рисунок помогает не только увидеть прямой угол, но и быстро проверить равенство отрезков.


$$S = pr/2$$

Формула делает вычисления короче: сначала находят полупериметр, затем умножают его на радиус и делят на 2.

показывает, что площадь равна половине произведения полупериметра на радиус вписанной окружности.

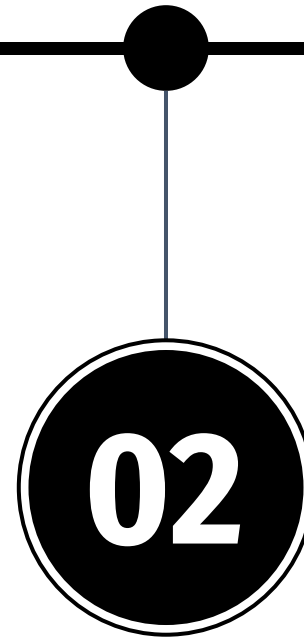
Формула площади описанного многоугольника $S = pr/2$

Правильные многоугольники как частный случай



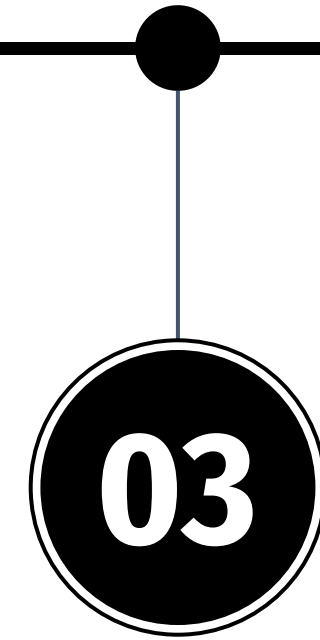
Равные стороны и углы

У правильного многоугольника все стороны и углы одинаковы, поэтому его легко распознать и удобно рассматривать как особый вид описанной фигуры.



Центр и окружность

В такой фигуре центр вписанной окружности совпадает с центром симметрии. От него до каждой стороны проводится одинаковое расстояние.



Точки касания на сторонах

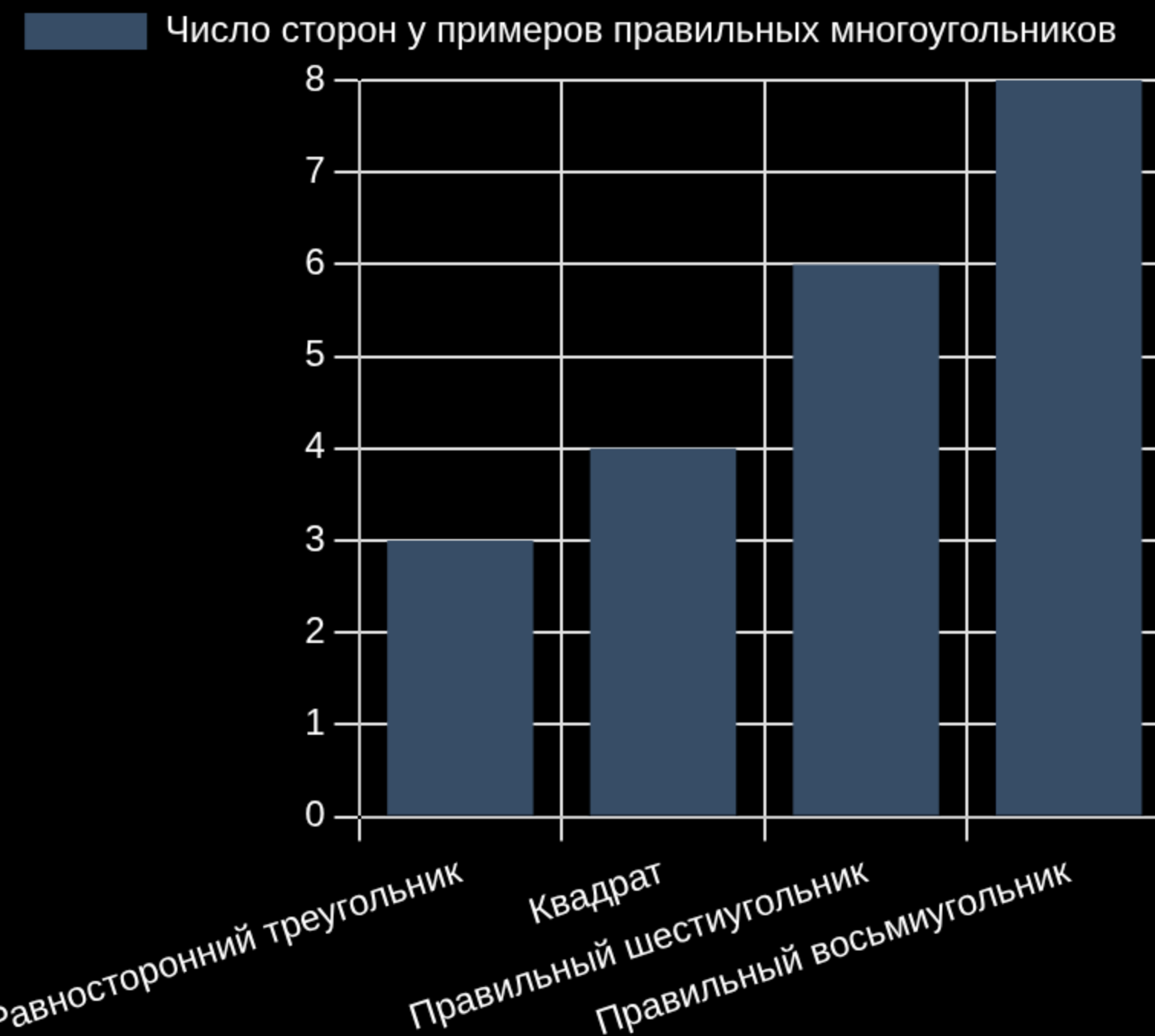
Окружность касается всех сторон, а точки касания делят их пополам. Поэтому равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник всегда подходят под правило.

Примеры правильных многоугольников и их окружностей

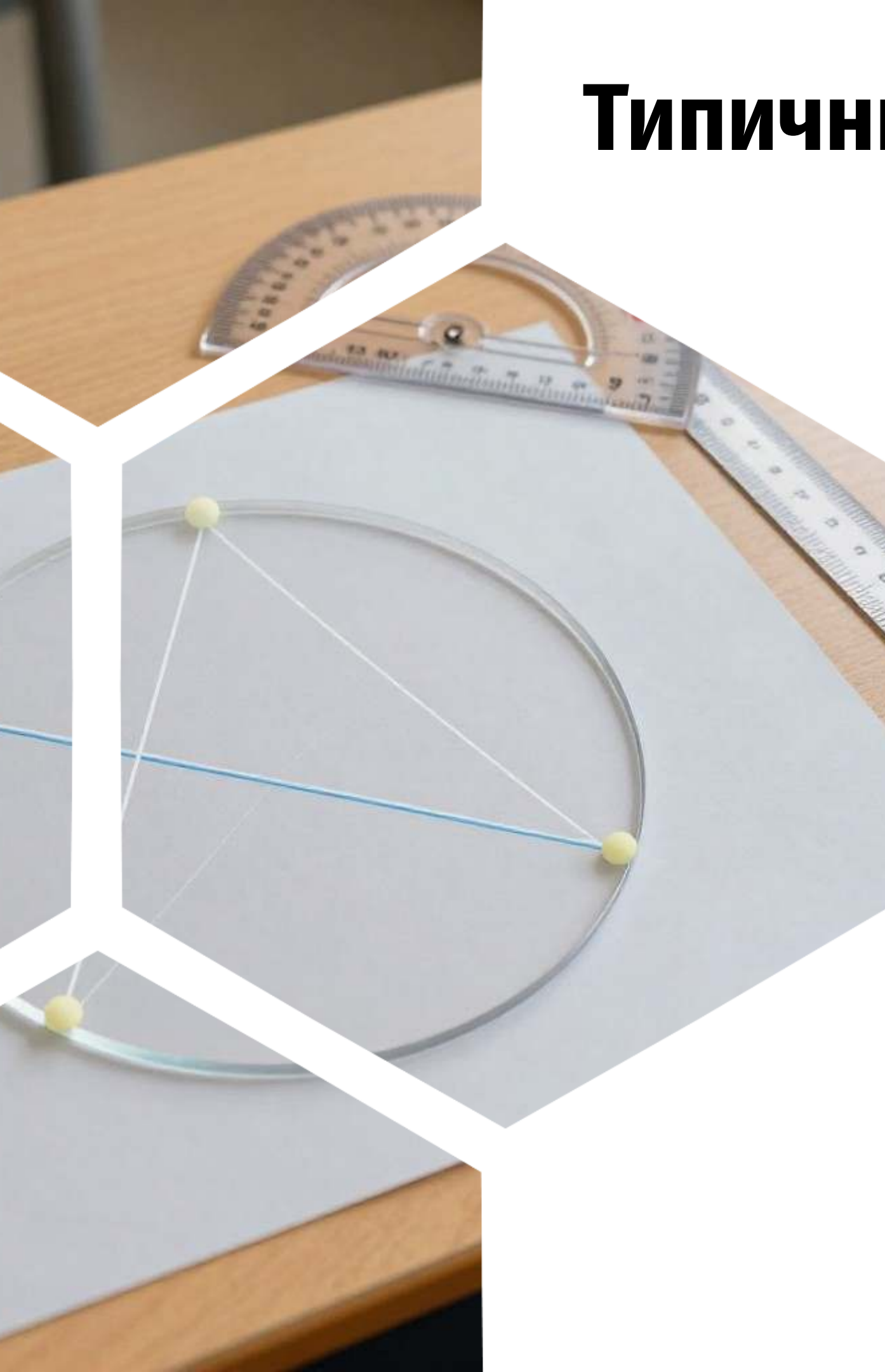
Чем больше равных сторон у фигуры, тем заметнее её симметрия и тем проще находить центр.

Во всех примерах окружность вписывается одинаково по смыслу, а увеличение числа сторон делает фигуру ближе к кругу.

Свойства правильных многоугольников;
числа сторон 3, 4, 6 и 8



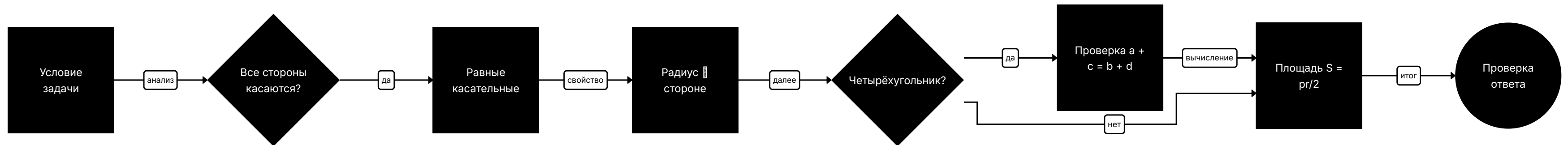
Типичные задачи на уроке геометрии



- **Найти неизвестный отрезок**
По равенству касательных из одной вершины можно быстро вычислить недостающую длину. Обычно такую задачу решают, когда на чертеже уже отмечены точки касания и известна одна часть стороны.
- **Проверить четырёхугольник**
Если даны длины сторон, сравнивают суммы противоположных сторон. Равенство $a + c = b + d$ подсказывает, можно ли описать окружность около четырёхугольника.
- **Вычислить площадь**
Когда известны периметр и радиус вписанной окружности, используют формулу $S = pr/2$. Это позволяет обойтись без длинного разбиения фигуры на треугольники.
- **Работать с построением**
В задачах на построение важны касательные, точки касания и прямые углы. Такой рисунок помогает сразу увидеть, где искать центр окружности и как проверить ответ.

Порядок решения задач по теме

Последовательность действий помогает связать чертёж, свойства и вычисления в одной задаче.



Частые ошибки при работе с темой

■ Путают два понятия

Описанный многоугольник и вписанный многоугольник — не одно и то же. Важно помнить, что в первом случае окружность касается сторон, а во втором фигура расположена внутри окружности.

■ Сравнивают не те отрезки

Равными являются отрезки касательных от одной вершины до точек касания, а не сами соседние стороны. Если это перепутать, ответ получится неверным уже в начале решения.

■ Забывают про перпендикуляр

Радиус в точке касания всегда перпендикулярен стороне. Без этого свойства трудно верно отмечать прямые углы, строить чертёж и объяснять, почему линии расположены именно так.

■ Неверно используют формулу

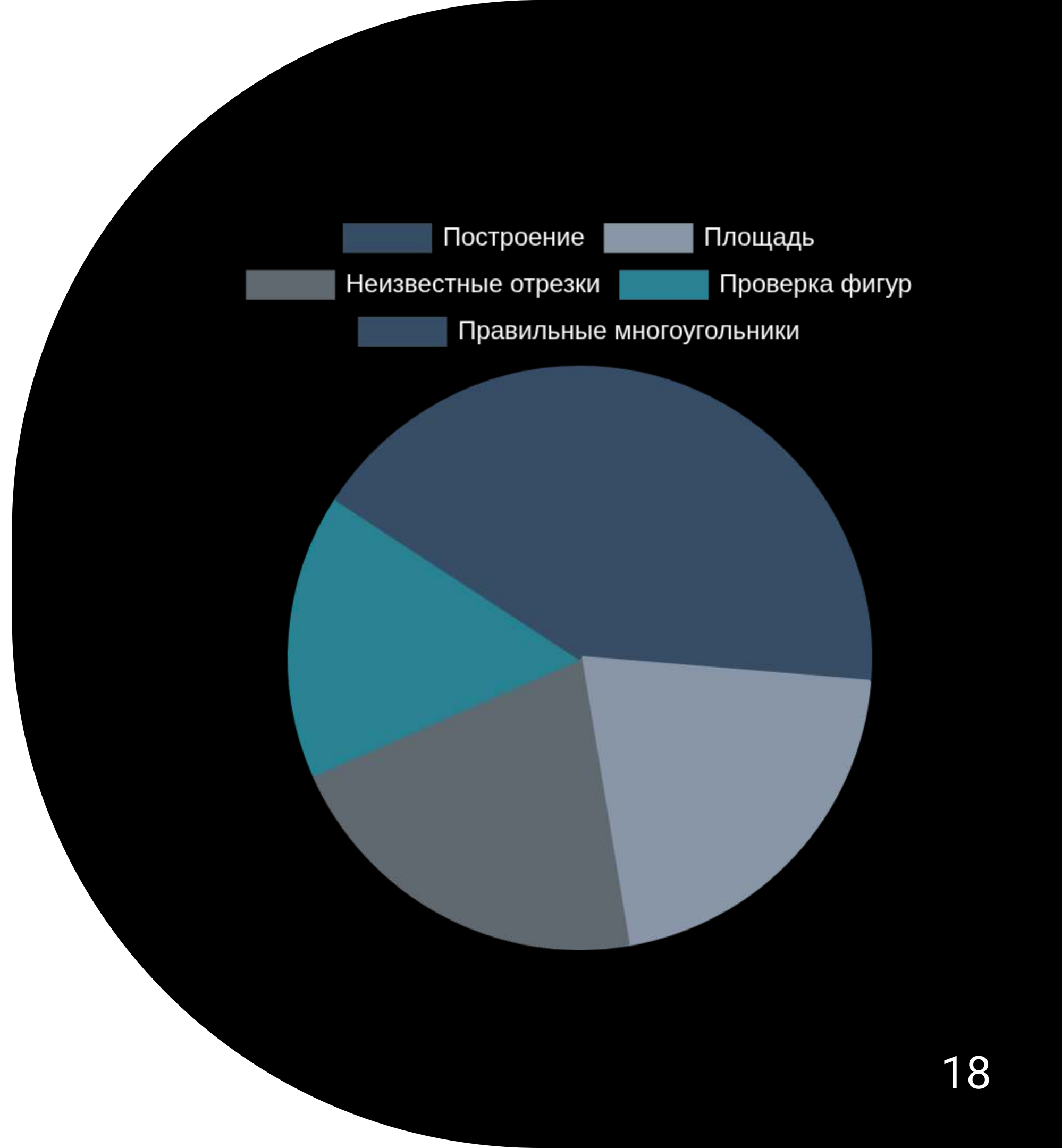
Формулу $S = pr/2$ применяют только через полупериметр. Если подставить полный периметр вместо p , площадь окажется вдвое больше правильного значения.

Где используются свойства описанных многоугольников

На уроках эти свойства часто соединяют построение с вычислениями, поэтому одна задача может требовать сразу нескольких шагов.

Сильнее всего тема помогает в задачах на построение и четырёхугольники, но полезна и при работе с площадью и симметрией.

Содержимое темы и типовые школьные задачи по геометрии



Главные факты, которые нужно запомнить

▶ Короткая таблица помогает быстро повторить самые важные свойства темы перед решением задач.

▶ Все ключевые признаки связаны между собой: они помогают и доказывать свойства, и выполнять вычисления, и проверять построения.

Факт	Свойство	Зачем
Радиус и касательная	Перпендикуляр	Углы
Касательные из точки	Равны	Длины
Четырёхугольник	$a + c = b + d$	Проверка
Площадь и центр	$S = pr/2$; на биссектрисах	Вычисления

Основные свойства описанных
многоугольников

Главное, что нужно унести с урока

Описанные около окружности многоугольники объединяют красивую геометрию и удобные правила для решения задач. Если помнить про касательные, радиус, признак четырёхугольника и формулу площади, ошибки будут встречаться гораздо реже.