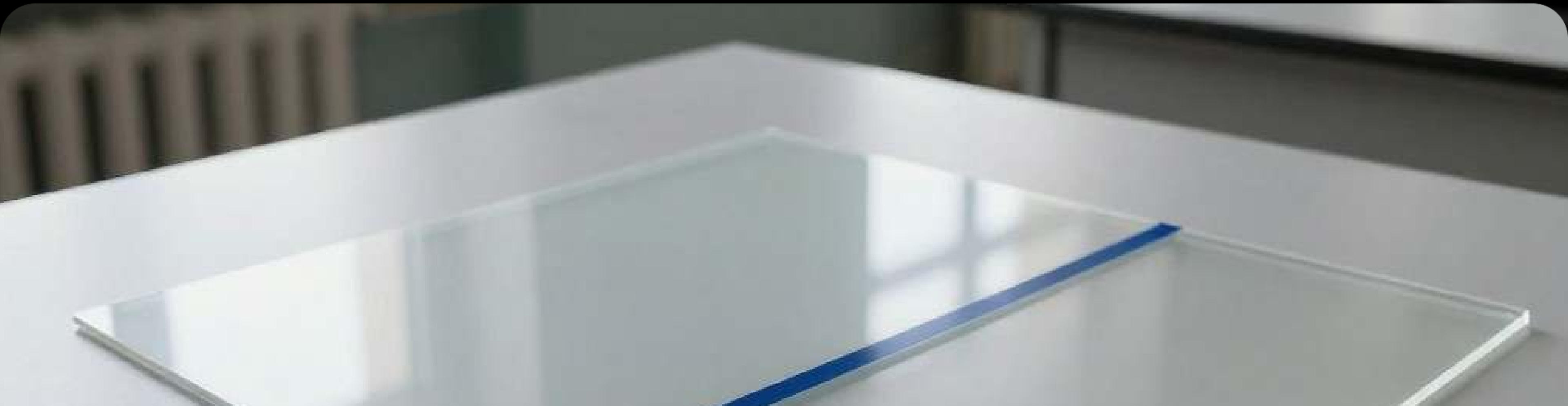
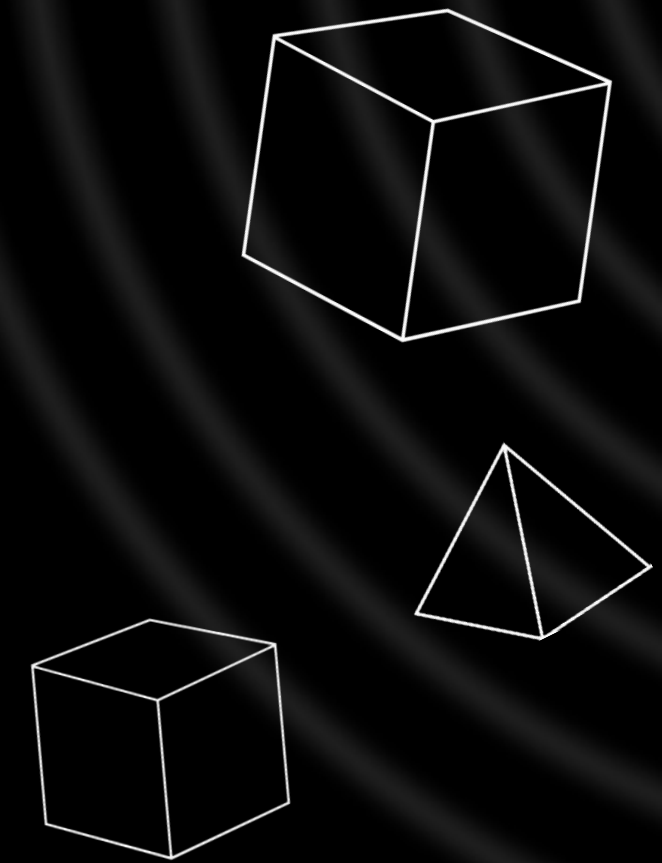


Полуплоскость: граница, стороны и примеры из геометрии

Полуплоскость — часть плоскости, которую делит прямая на две области.



Зачем полуплоскость нужна в 7 классе

В 7 классе полуплоскость связывает «прямая», «луч», «угол», «координатная плоскость» и «неравенства». Так учатся точно описывать сторону прямой, выбирать нужную область на рисунке и читать графики простых неравенств.



Плоскость и деление её прямой

1

Плоскость в геометрии представляют как бесконечную ровную поверхность. На ней можно строить прямые, точки и другие фигуры без «изменения высоты» или направления.

2

Любая прямая на плоскости делит её на две части. Эти части называют полуплоскостями: у каждой есть внутренняя область и общая граница.

3

Обе полуплоскости имеют общую границу — саму прямую. Точка, которая не лежит на прямой, относится ровно к одной из двух полуплоскостей.

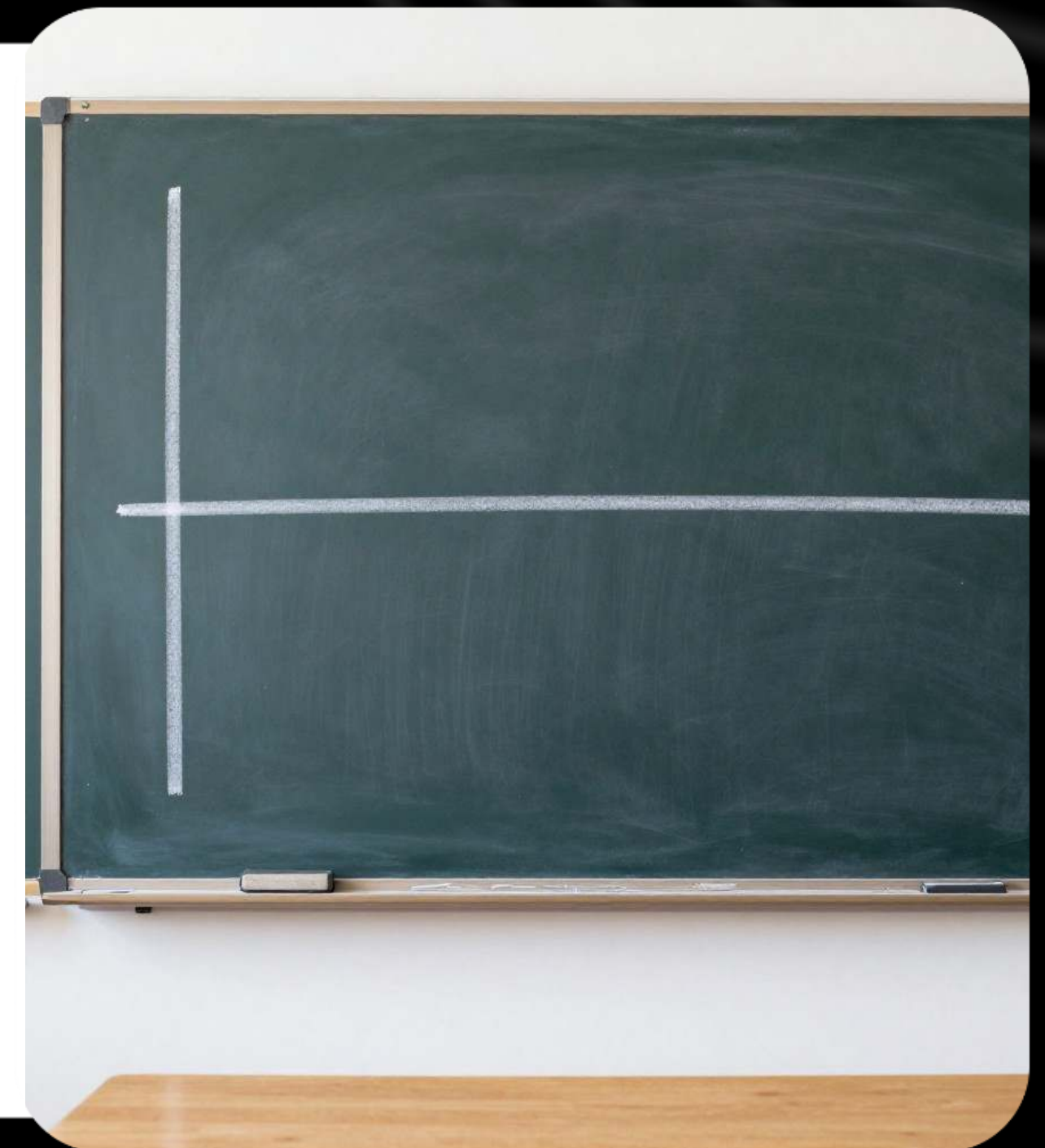
Граница полуплоскости на чертеже

Что означает линия

На чертеже изображают прямую и две области по разные стороны от неё. Эта прямая выступает границей полуплоскостей: она отделяет одну область от другой и задаёт «разделительную линию».

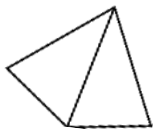
Как читать точки по сторонам

Точки, расположенные по одну сторону прямой, принадлежат одной полуплоскости. По другую сторону — второй полуплоскости. Точки на самой прямой считаются лежащими на границе.

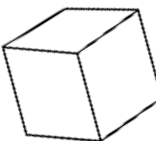


Положение объектов относительно прямой

Объект	Смысл положения
Точка А	на одной стороне прямой
Точка В	на другой стороне прямой
Точка С	на самой прямой (на границе)
Отрезок	пересекает прямую: часть по одну сторону, часть — по другую
Луч	в одной полуплоскости: все точки по одну сторону



Один и тот же объект относят к полуплоскости только относительно выбранной прямой: по какую сторону он находится.

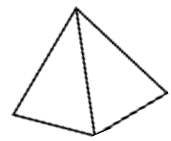


Положение определяется относительно выбранной прямой, а граница — это именно сама прямая.

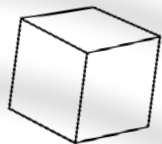
Как определить, в какой полуплоскости находится точка

Алгоритм основывается на стороне прямой и проверке по выбранной точке

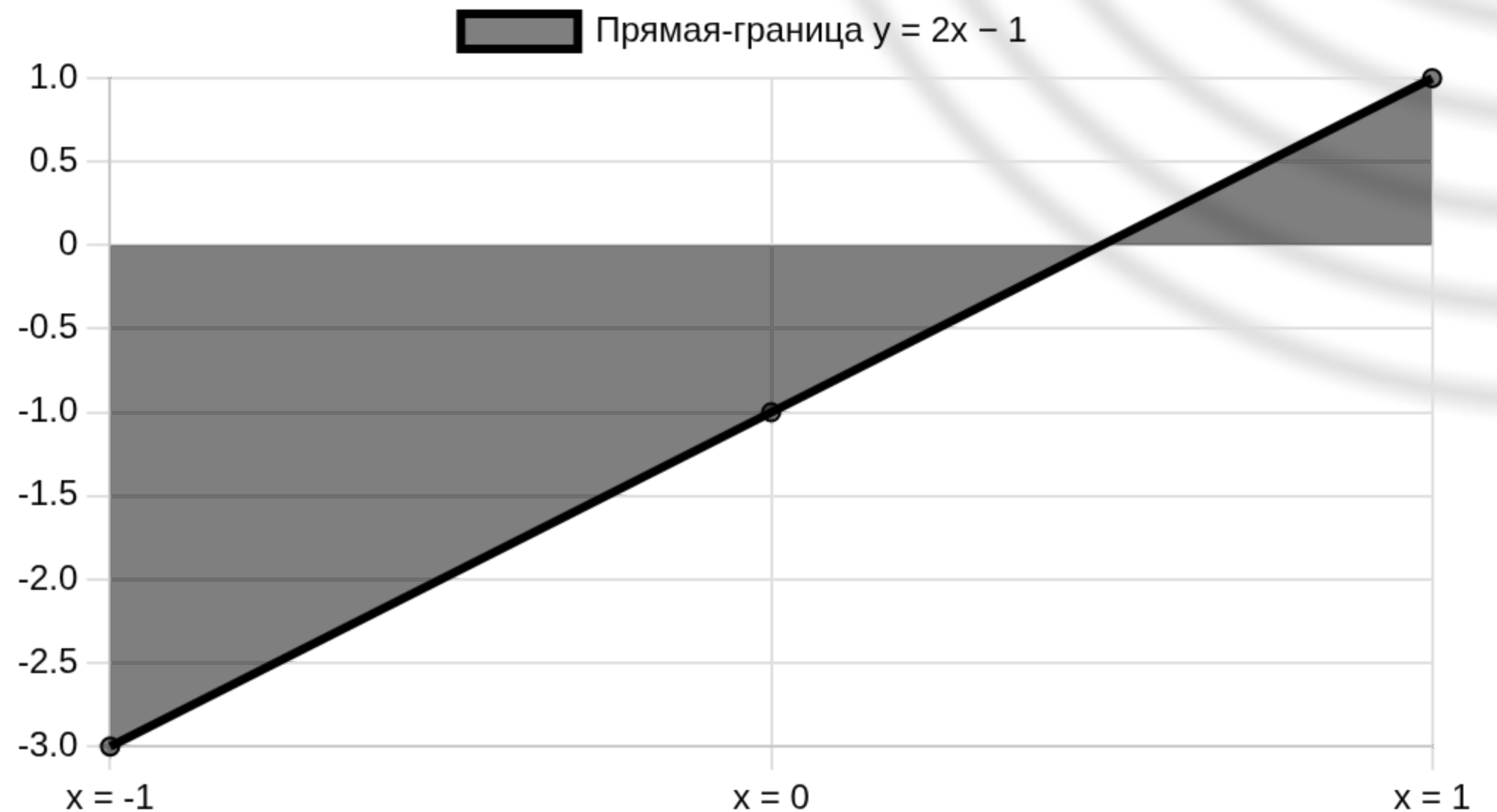
Полуплоскости на координатной плоскости



Линия $y = 2x - 1$ — это граница. Выбор полуплоскости зависит от знака неравенства и от того, находится точка выше или ниже линии.



Точки выше прямой удовлетворяют $y > 2x - 1$, а точки ниже — $y < 2x - 1$. На самой прямой получается равенство и граница не относится к ни одной «стороне».



Полуплоскость и неравенство с двумя переменными

1

Любое линейное неравенство с двумя переменными задаёт полуплоскость. В примере $x + y > 4$ берутся все точки, где сумма координат больше 4.

2

Граница такого неравенства определяется заменой знака на равенство: прямая $x + y = 4$ отделяет «подходящие» точки от «неподходящих».

3

Знаки $<$ и $>$ означают, что граница не входит в область решения. А знаки $\leq$ и $\geq$ включают границу: точки на прямой тоже считаются подходящими.

Уравнение прямой и запись области

1

На координатной плоскости прямая задаётся уравнением, а полуплоскость — неравенством. Поэтому одно и то же правило можно записать либо «через линию», либо «через область».

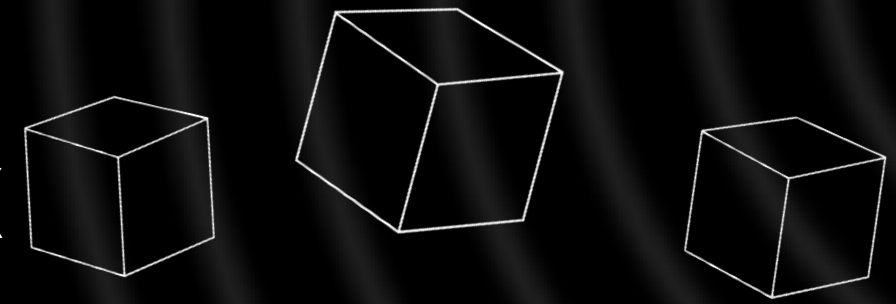
2

Например, запись $y \geq 3$ включает все точки на прямой $y = 3$ и те, что находятся выше. Значит, границу следует считать частью ответа.

3

Запись $x < -2$ описывает все точки левее вертикальной прямой $x = -2$ и исключает саму прямую. Такой способ позволяет обозначить область точно, даже без рисунка.

Полуплоскость в жизненных примерах



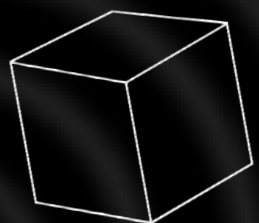
Разделительная линия дороги

Представьте план города: дорога проходит линией, а по обе стороны от неё находятся тротуары. Если дом стоит «по одну сторону» дороги, его можно описать как принадлежащий одной полуплоскости. Перейдя за разделительную линию, мы оказываемся в другой.



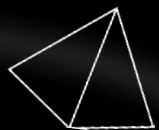
Река и граница двух берегов

Берег реки на схеме часто рисуют как линию, отделяющую два участка местности. Одна полуплоскость — это территория «с этой стороны», другая — «с противоположной». В задачах такая картинка помогает быстро определить, где находится объект относительно границы.

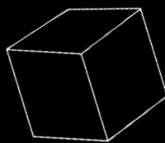


Примеры неравенств и соответствующих полуплоскостей

Неравенство	Граница	Полуплоскость
$y \geq 3$	$y = 3$	выше (включая)
$x < -2$	$x = -2$	слева
$y < -x + 1$	$y = -x + 1$	ниже
$x + y \leq 5$	$x + y = 5$	на/ниже



Сопоставьте знак неравенства с видом области: граничная прямая задаёт границу, а включение или исключение этой прямой определяется типом знака.



Строгий знак ($<$, $>$) исключает границу, а нестрогий ($\leq$, $\geq$) включает её в область решения.

Внутренние точки и точки границы

1

Внутренними называют точки полуплоскости, которые не лежат на граничной прямой. Они полностью «принадлежат» выбранной стороне, поэтому их положение однозначно определяется относительно прямой.

2

Точки границы — это все точки, лежащие на самой прямой. Их удобно представлять как «линию-разделитель»: ни одна точка границы не может быть одновременно строго по одну сторону.

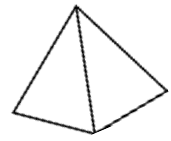
3

В задачах со строгими неравенствами подходят только внутренние точки. При нестрогих неравенствах ($\leq$ или $\geq$) к решению добавляются и точки границы, поэтому область становится шире.

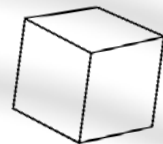
Построение полуплоскости по неравенству

Логика построения: граница задаётся прямой, знак определяет, какая сторона подходит и включается ли прямая.

Проверка стороны с помощью точки



Если проверочная точка не лежит на границе, она помогает выбрать «правильную сторону» без разбирательств по рисунку.



Подстановка в неравенство показывает, к какой полуплоскости относится точка; затем выбирается соответствующая область решения.

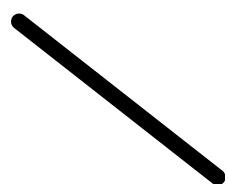


Связь полуплоскости с углами и лучами



Углы задаются лучами

Две пересекающиеся прямые образуют четыре угла. Каждый угол удобно связывать с нужной частью плоскости, ведь он «смотрит» в определённую сторону от каждой прямой.



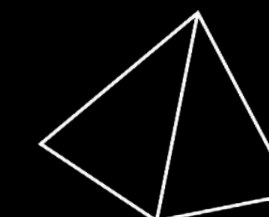
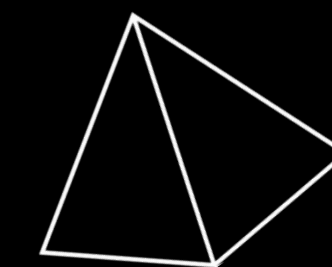
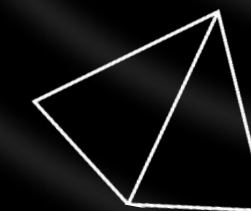
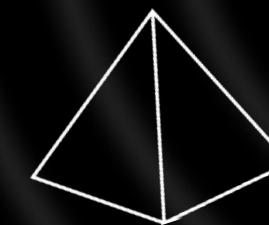
Каждая прямая даёт две полуплоскости

Даже одна прямая делит плоскость на две противоположные области. Поэтому любой луч или фигуру нужно относить к конкретной стороне, чтобы описание было точным.

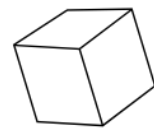


Положение точки решает, куда относится луч

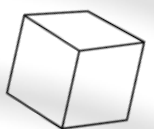
Когда точка или луч находятся по одну сторону от прямой, они попадают в одну полуплоскость. Если же менять сторону, меняется и область, которую нужно описать в ответе.



Полуплоскости на карте и в схеме местности



На карте дорога, река или граница участка часто изображаются линией. Эта линия может работать как прямая, которая разделяет пространство на две части — например, «по одну сторону дороги» и «по другую».

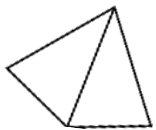


Тогда дом можно описать как расположенный в одной полуплоскости относительно дороги, а парк — в другой. Такой приём помогает быстро указать местоположение объектов в схемах, не добавляя лишних пояснений.

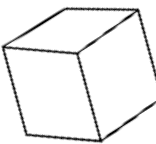


Типичные ошибки при изучении полуплоскости

Ошибка	Почему неверно	Правило
Граница всегда входит	Игнорируется вид знака	Входит только при $\leq$ и $\geq$
Точка на прямой в полуплоскости	Точка лежит на границе	Точка на прямой — это граница
Не учитывают знак	Неясна включённость границы	Знак показывает сторону и вход/выход границы
Проверяют без подстановки	Нельзя однозначно выбрать сторону	Используют проверочную точку

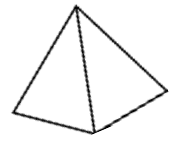


Сравните ошибку и исправление: правильный ответ зависит одновременно от стороны относительно прямой и от того, включается ли сама граница.

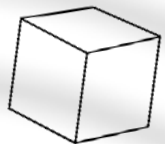


Главная причина ошибок — подмена двух условий одним: нельзя забывать и про сторону, и про тип знака неравенства.

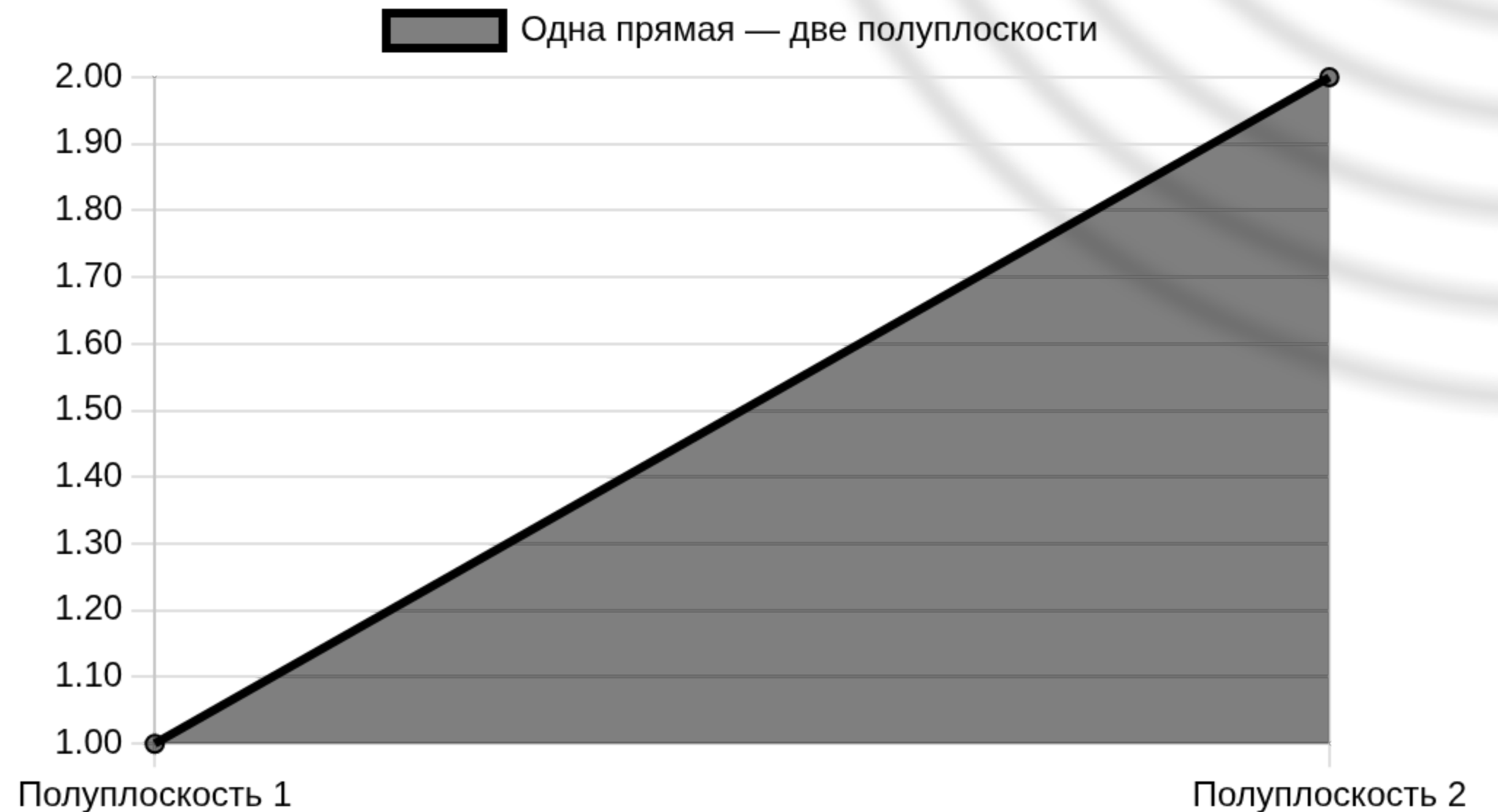
Одна прямая — две полуплоскости



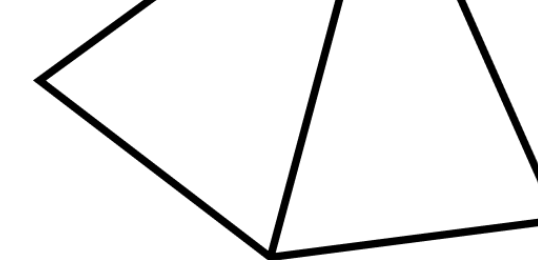
Если записать неравенство «в одну сторону», получится одна область; если поменять знак неравенства на противоположный, выберется вторая полуплоскость относительно той же прямой.



Одинаковая граница даёт два разных решения: одна часть плоскости относится к одному неравенству, а другая — к противоположному.



Короткая проверка понимания



1

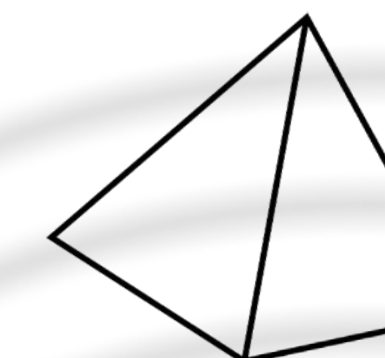


Если две точки находятся по одну сторону от прямой, то они принадлежат одной полуплоскости. Их можно считать «одинаково расположенными» относительно границы.

2



Если точка лежит на прямой, она не относится к внутренней части ни одной полуплоскости. Такая точка является точкой границы.



3



Неравенство позволяет записать положение точек и области без рисунка. Для любой прямой на плоскости действительно существует ровно две полуплоскости.



Полуплоскость — инструмент точного описания места на плоскости

Полуплоскость — это одна из двух частей плоскости, образующихся при делении прямой. У неё есть граница, внутренняя область и запись через неравенство. В 7 классе это помогает точно описывать расположение точек и фигур на координатной плоскости.

