



Движение и равенство фигур

Фигуры равны, если их можно совместить движением.

Почему эта тема важна

Движения помогают понять, когда фигуры совпадают по форме и размеру, даже если расположены по-разному. Они встречаются в узорах, чертежах и симметричных изображениях, а в геометрии нужны для сравнения фигур и точных построений.



Что такое геометрическое движение

1 Сохраняется расстояние

Геометрическое движение переводит фигуру так, что расстояние между любыми двумя её точками остаётся прежним. Поэтому форма не искажается, а размеры элементов не меняются.

2 Не меняются углы

При движении сохраняются величины углов и длины отрезков. Если у фигуры были равные стороны или прямые углы, они останутся такими же и после преобразования.

3 Меняется только положение

Фигура может оказаться в другом месте плоскости, но её геометрические свойства не нарушаются. Именно поэтому движение не создаёт новую фигуру, а только переносит её.

4 Равенство фигур

Если одну фигуру можно совместить с другой с помощью движения, то они считаются равными. Это основной вывод темы, который используют при сравнении и доказательствах.

Признак равенства фигур

Совмещение без искажений

Две фигуры равны, если одну можно наложить на другую движением без растяжения, сжатия или изгиба. Тогда совпадают все соответствующие элементы.

Совпадают стороны и углы

У равных фигур одинаковы соответствующие стороны, углы и вершины. Это означает, что их можно рассматривать как одну и ту же фигуру в разных положениях.

Особый случай — треугольники

Для треугольников равенство особенно удобно проверять через наложение. Если все три вершины совпали, значит, совпали и все стороны с углами.

Практическое значение

Этот признак помогает доказывать равенство треугольников и проверять правильность построений. Он делает сравнение фигур точным и наглядным.

Три основных вида движений

Вид	Что происходит	Что сохраняется	Пример
Перенос	Сдвиг	Длины, углы	Орнамент
Поворот	Вращение	Длины, углы	Часы
Симметрия	Отражение	Длины, углы	Бабочка

Таблица показывает, как разные движения изменяют положение фигуры и что при этом остаётся неизменным.

Все три движения сохраняют форму и размеры, поэтому переводят фигуру в равную ей фигуру.

Параллельный перенос

Сдвиг по вектору

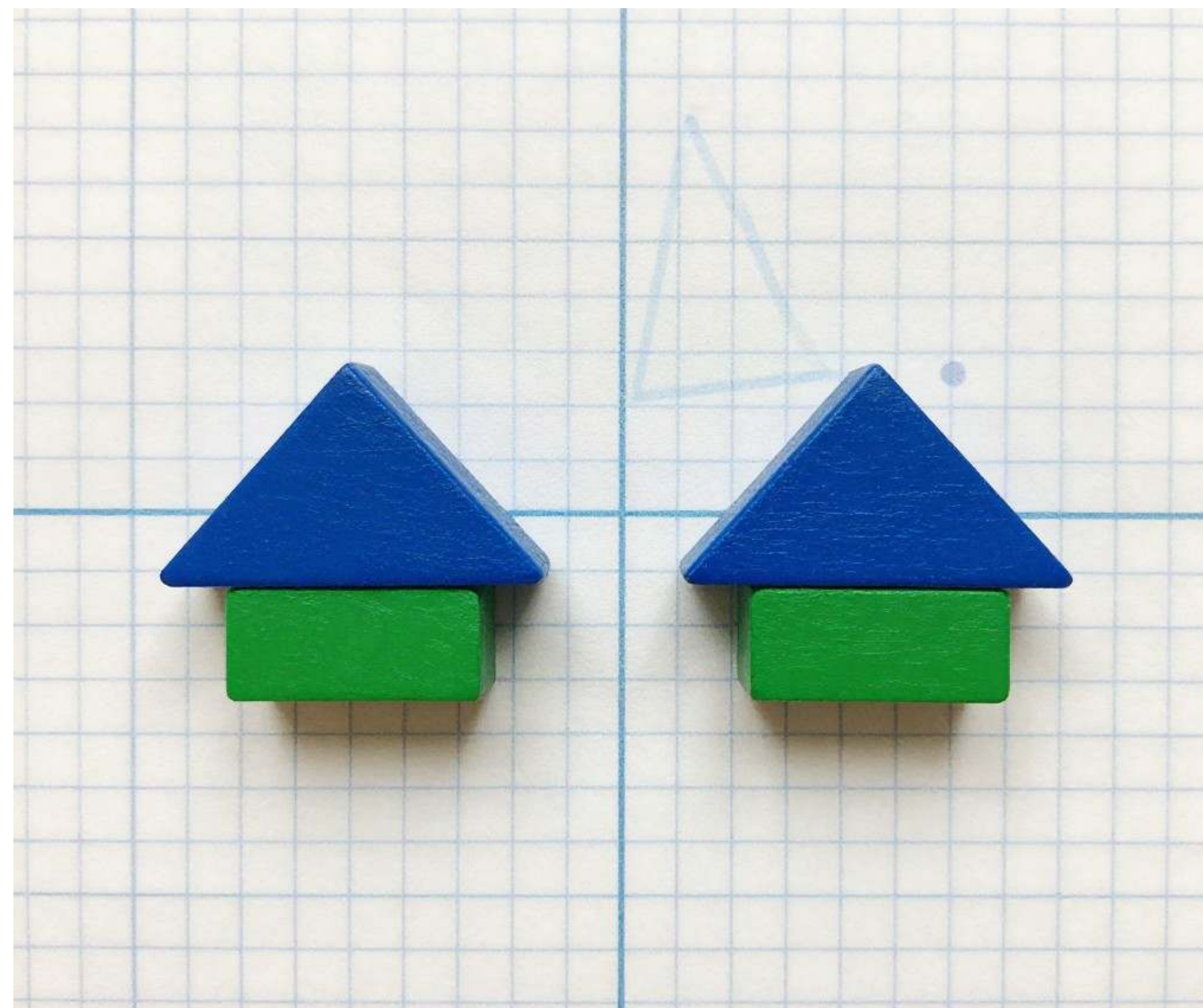
Параллельный перенос перемещает каждую точку фигуры на один и тот же вектор. Все точки проходят одинаковое расстояние и движутся в одном направлении.

Без поворота и отражения

При таком движении фигура не разворачивается и не отражается. Она остаётся той же самой по форме, меняется только её положение на плоскости.

Где встречается

Параллельный перенос легко заметить на клетчатой бумаге, в орнаментах и повторяющихся узорах. Он часто используется там, где одинаковые элементы идут цепочкой.



Свойства параллельного переноса

1

Сохраняются длины

Любой отрезок после параллельного переноса остаётся равным самому себе. Поэтому расстояния между точками фигуры не изменяются, а сама фигура не деформируется.

2

Сохраняются углы

Величины углов при переносе не меняются. Если в исходной фигуре был прямой, острый или тупой угол, он останется таким же и после сдвига.

3

Сохраняется параллельность

Прямые после переноса переходят в параллельные прямые. Это свойство особенно важно при построении чертежей, где нужно сохранить взаимное расположение линий.

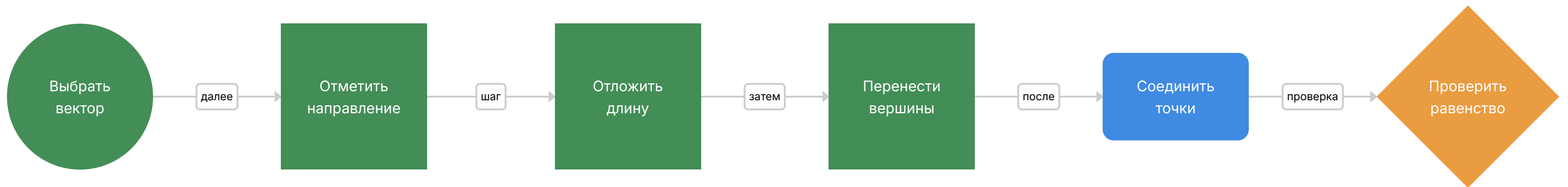
4

Меняется только место

Фигура не поворачивается и не отражается, а лишь перемещается в другое положение. Поэтому параллельный перенос удобен для точного копирования фигуры.

Построение параллельного переноса

Последовательность действий для переноса фигуры по заданному вектору



Осевая симметрия

Отражение относительно прямой

Осевая симметрия — это отражение фигуры относительно прямой, которую называют осью симметрии. Каждая точка переходит на другую сторону оси.

Равные расстояния

Точка и её образ находятся на одинаковом расстоянии от оси. Между ними и осью всегда можно провести перпендикуляр, на котором лежат обе точки.

Примеры в природе

Ось симметрии можно увидеть у бабочки, снежинки, листа, а также в некоторых буквах, например А и М. Такие формы легко узнаются визуально.

Зачем это нужно

Осевая симметрия помогает строить отражённые фигуры и проверять их равенство. Она часто встречается в рисунках, орнаментах и геометрических задачах.



Как работают свойства осевой симметрии

1. Точка и её образ

Точка и её отражение лежат на одном перпендикуляре к оси и находятся от неё на одинаковом расстоянии.

2. Сохраняются элементы фигуры

При отражении не меняются длины отрезков и величины углов, поэтому фигура остаётся такой же по форме и размеру.

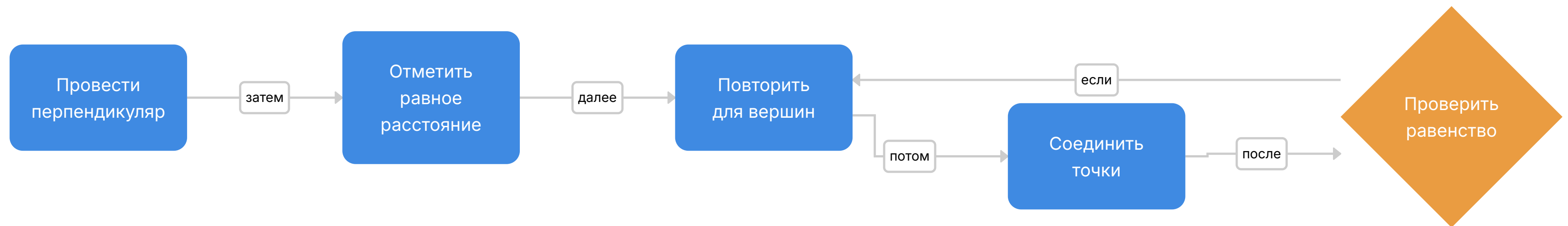
3. Симметрия в целом

Если мысленно сложить фигуру по оси, её части совпадут. Это означает, что у фигуры есть ось симметрии.



Построение отражения по шагам

Алгоритм построения по школьному курсу геометрии 7 класса



Поворот

1 Вращение вокруг точки

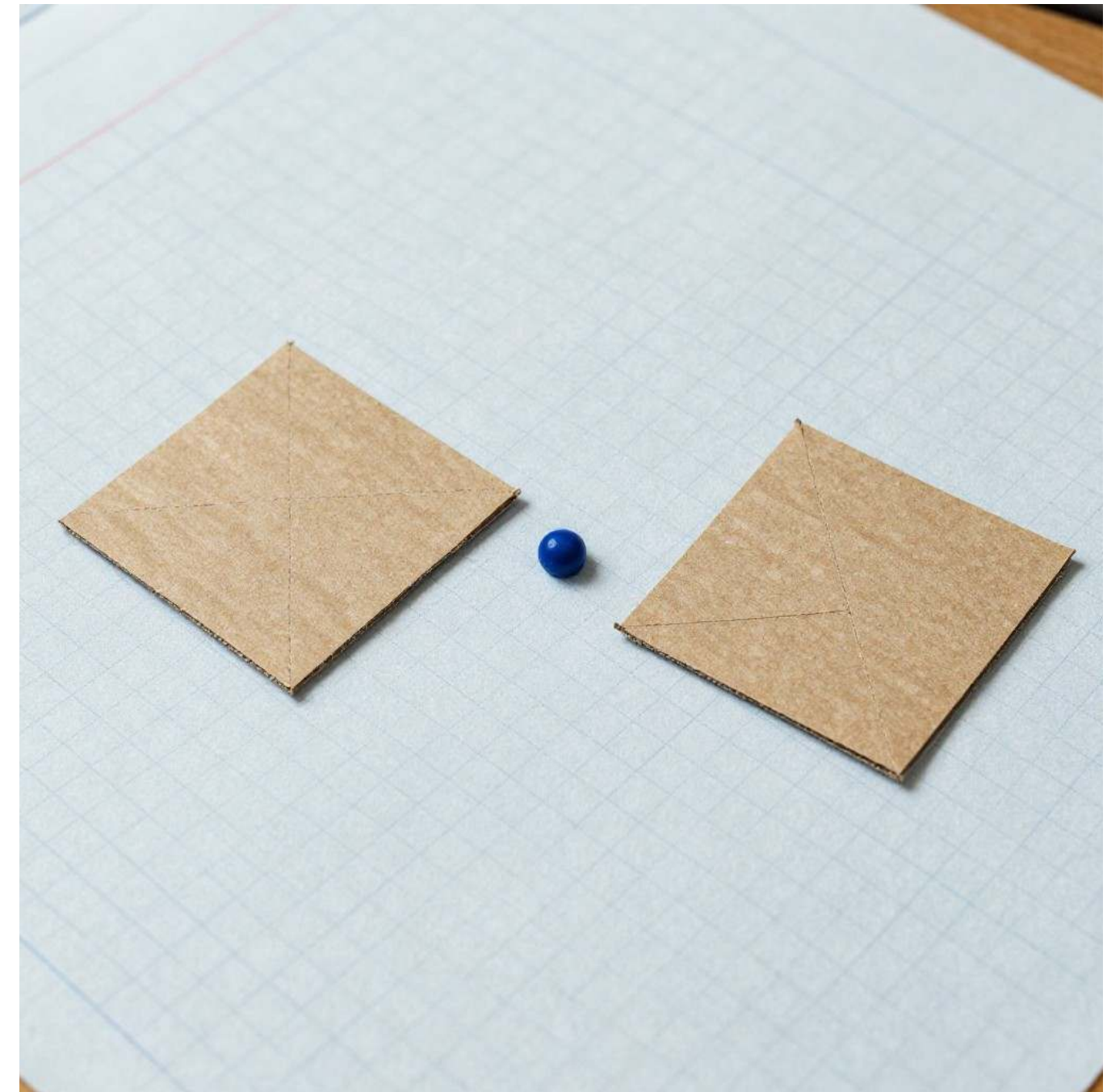
Поворот — это перемещение фигуры вокруг одной фиксированной точки. Каждый её элемент меняет положение, но не меняет размеры, поэтому итоговая фигура полностью равна исходной.

2 Частые углы

В школьных задачах чаще всего рассматривают повороты на 90° , 180° и 270° . Такие случаи удобно строить на клетчатой бумаге и проверять по положению вершин.

3 Наглядный пример

Если квадрат повернуть вокруг своего центра на четверть оборота, его стороны окажутся по-новому расположены, но длины сторон и углы останутся прежними, а фигура сохранит равенство.



Свойства поворота

Сохраняются расстояния



Расстояния между любыми двумя точками фигуры после поворота остаются теми же. Поэтому отрезки не удлиняются и не укорачиваются, а сама фигура не искажается.

Не меняются стороны



Каждая сторона фигуры после поворота имеет ту же длину, что и до него. Это позволяет сравнивать многоугольники и уверенно делать вывод о их равенстве.

Сохраняются углы



Все углы фигуры при повороте остаются равными исходным. Благодаря этому форма не нарушается, даже если фигура занимает на плоскости совсем другое положение.

Движение по окружности



Каждая точка фигуры движется по окружности с центром в точке поворота. Чем дальше точка находится от центра, тем больше дуга, которую она проходит.

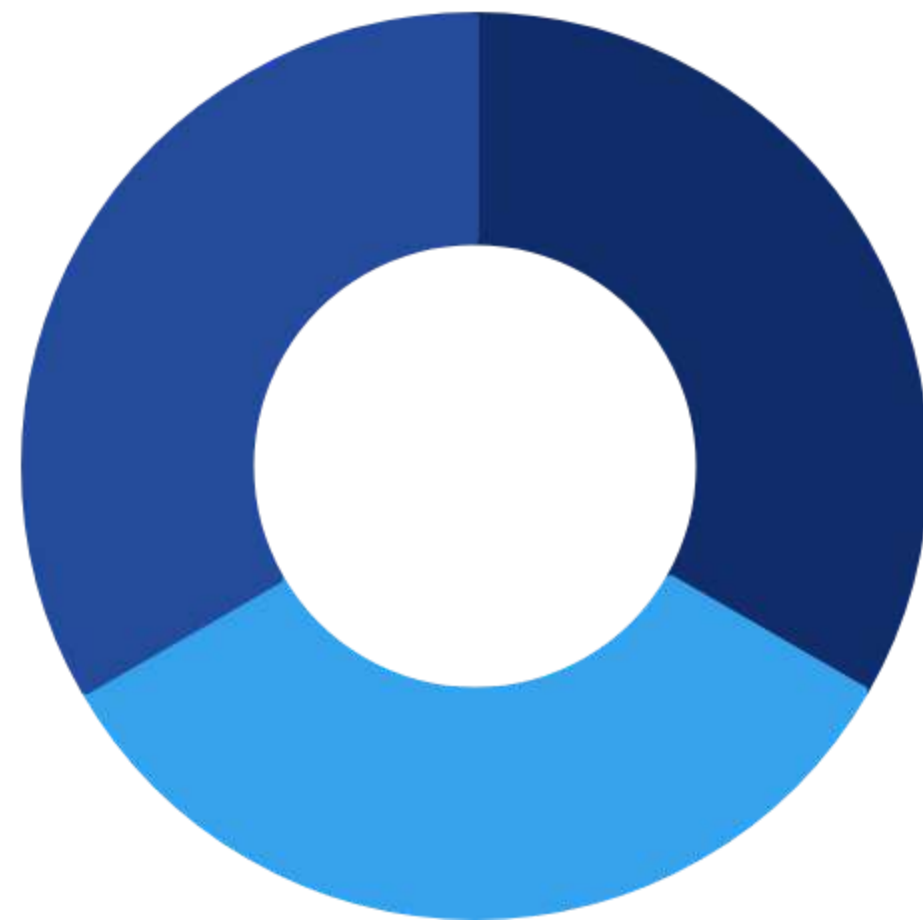
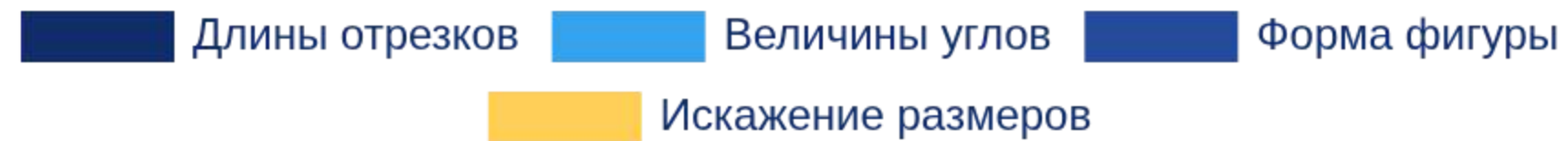
Сравнение движений

Во всех трёх случаях фигура не меняет форму и размеры, а меняет только своё положение на плоскости.

Все три преобразования являются движениями: они сохраняют размеры и форму, поэтому переводят фигуру в равную ей фигуру.

Движение	Что меняется	Что сохраняется
Параллельный перенос	Положение	Длины, углы
Поворот	Положение	Длины, углы
Осевая симметрия	Положение	Длины, углы

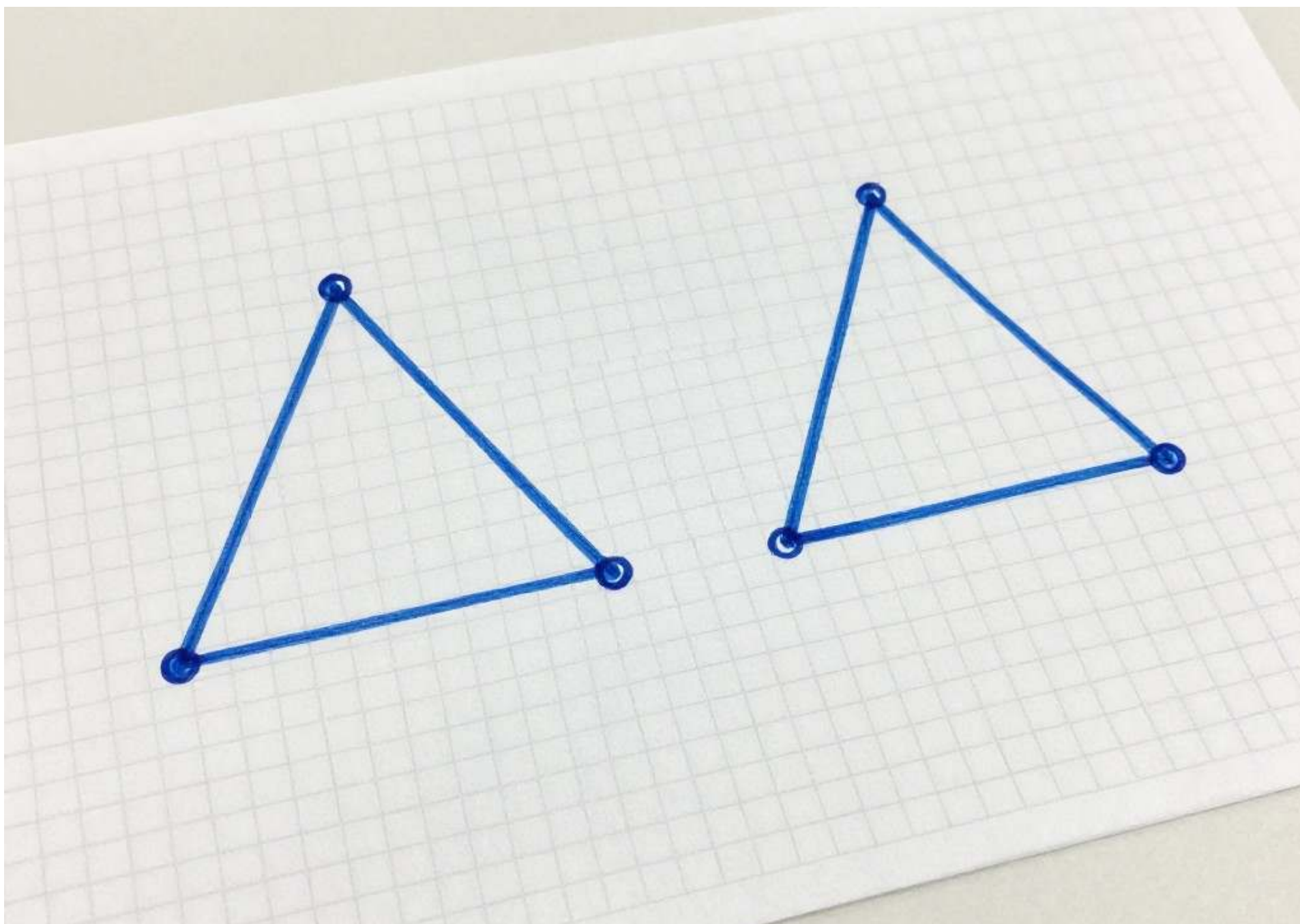
Что сохраняют движения



Эти свойства важны при сравнении фигур: именно по ним можно отличить движение от преобразования, которое меняет форму.

Движения полностью сохраняют основные геометрические характеристики, поэтому их можно использовать для точного сравнения и доказательства равенства фигур.

Равные фигуры на клетчатой бумаге



1

Совпадение вершин

На клетчатой бумаге удобно проверять, совпадают ли вершины после переноса, поворота или отражения. Если все точки можно совместить по клеткам, фигуры равны.

2

Сравнение сторон

Клетки помогают быстро считать длины отрезков и сравнивать соответствующие стороны. Это особенно полезно для треугольников, прямоугольников и других многоугольников с одинаковыми размерами.

3

Проверка положения

По клеткам легко увидеть, на сколько шагов и в каком направлении смещена фигура. Так проще заметить, что изменилось только положение, а не форма.

4

Быстрая самопроверка

Если после движения фигуры её вершины попадают в нужные узлы сетки, а стороны и углы совпадают, можно уверенно считать фигуры равными.

Где встречается равенство фигур



Чертежи и выкройки

В чертежах и выкройках одинаковые детали должны совпадать точно. Равные фигуры помогают создавать элементы нужного размера без перекосов, растяжений и ошибок в сборке.



Плитка и мозаика

В плитке и мозаиках одинаковые элементы часто повторяются много раз. Движения позволяют укладывать их так, чтобы узор оставался аккуратным и симметричным.



Орнаменты и логотипы

Орнаменты и логотипы нередко строятся из повторяющихся равных фигур. Благодаря этому изображение выглядит стройно, а его части легко узнаются и запоминаются.



Математические доказательства

В геометрии равные фигуры нужны для доказательства равенства треугольников и построения симметричных рисунков. Это помогает делать выводы строго, без случайных совпадений.

Какие движения проще распознать



Количество шагов не всегда показывает сложность, но помогает сравнить, сколько действий нужно для построения каждого движения на уроке.

Параллельный перенос обычно распознаётся быстрее всего, а поворот требует больше действий, потому что нужно учитывать центр и угол вращения.

Типичные ошибки при работе с движениями

Путаница видов

Часто перенос путают с поворотом или отражением. Чтобы избежать ошибки, нужно внимательно смотреть, сохраняется ли направление фигуры или меняется только её положение.

Неверный вектор

При параллельном переносе важно правильно выбрать направление и длину вектора. Если допустить ошибку хотя бы в одном из этих параметров, фигуры не совпадут.

Смещение до оси

При осевой симметрии самая частая ошибка — отложить неравное расстояние до прямой.

Проверять нужно не на глаз, а по перпендикуляру к оси.

Нарушение порядка

Если соединить новые точки в другом порядке, получится уже не та фигура. Поэтому после построения всегда нужно сравнивать соответствующие стороны и углы.

Движение помогает увидеть равенство

Геометрические движения показывают, что фигуры могут совпадать по форме и размерам, даже если расположены по-разному. Это основа точных построений, симметрии и доказательств в 7 классе.

