



Свойства арифметических действий в алгебре 7 класса

Перемещаем, группируем, упрощаем: свойства действий помогают считать и преобразовывать выражения.

Зачем знать свойства действий в 7 классе

В алгебре эти правила помогают раскрывать скобки, сокращать записи и быстрее решать уравнения. Они опираются на знакомые приёмы начальной школы, но теперь применяются в буквенных выражениях и формулах.



Сложение как объединение величин

Слагаемые и сумма



Сложение объединяет две или несколько величин в одно значение. Его компоненты — слагаемые и сумма. Так записывают и числа, и буквенные выражения, например $7+3$, $25+15$ или $x+8$.

Примеры вычислений



В простых примерах видно, как складываются отдельные части: $7+3=10$, $25+15=40$. Если в записи есть буква, значение может быть неизвестно, но структура действия остаётся той же.

Удобный порядок



Иногда слагаемые можно располагать так, как удобнее для счёта, если это не меняет смысл выражения. Это особенно полезно, когда нужно быстро объединить числа в более простую пару.

Переместительное свойство сложения

1 Суть правила

Если поменять местами слагаемые, сумма не изменится: $a+b=b+a$. Это свойство верно для любых чисел и буквенных выражений, где складываются одни и те же величины.

2 Примеры записи

Равенства $8+4=4+8$, $x+7=7+x$ и $37+12=12+37$ показывают, что порядок слагаемых не влияет на результат. Меняется только расположение частей, а значение суммы остаётся тем же.

3 Где помогает

Это свойство удобно при устном счёте и при упорядочивании выражений. Иногда достаточно переставить числа, чтобы сразу увидеть круглую сумму или быстрее выполнить вычисление без лишних шагов.

Сочетательное свойство сложения

1

Группировка слагаемых

При сложении трёх и более чисел можно менять расстановку скобок: $(a+b)+c=a+(b+c)$. Значение суммы при этом не меняется, потому что складываются те же самые величины.

2

Примеры в числах

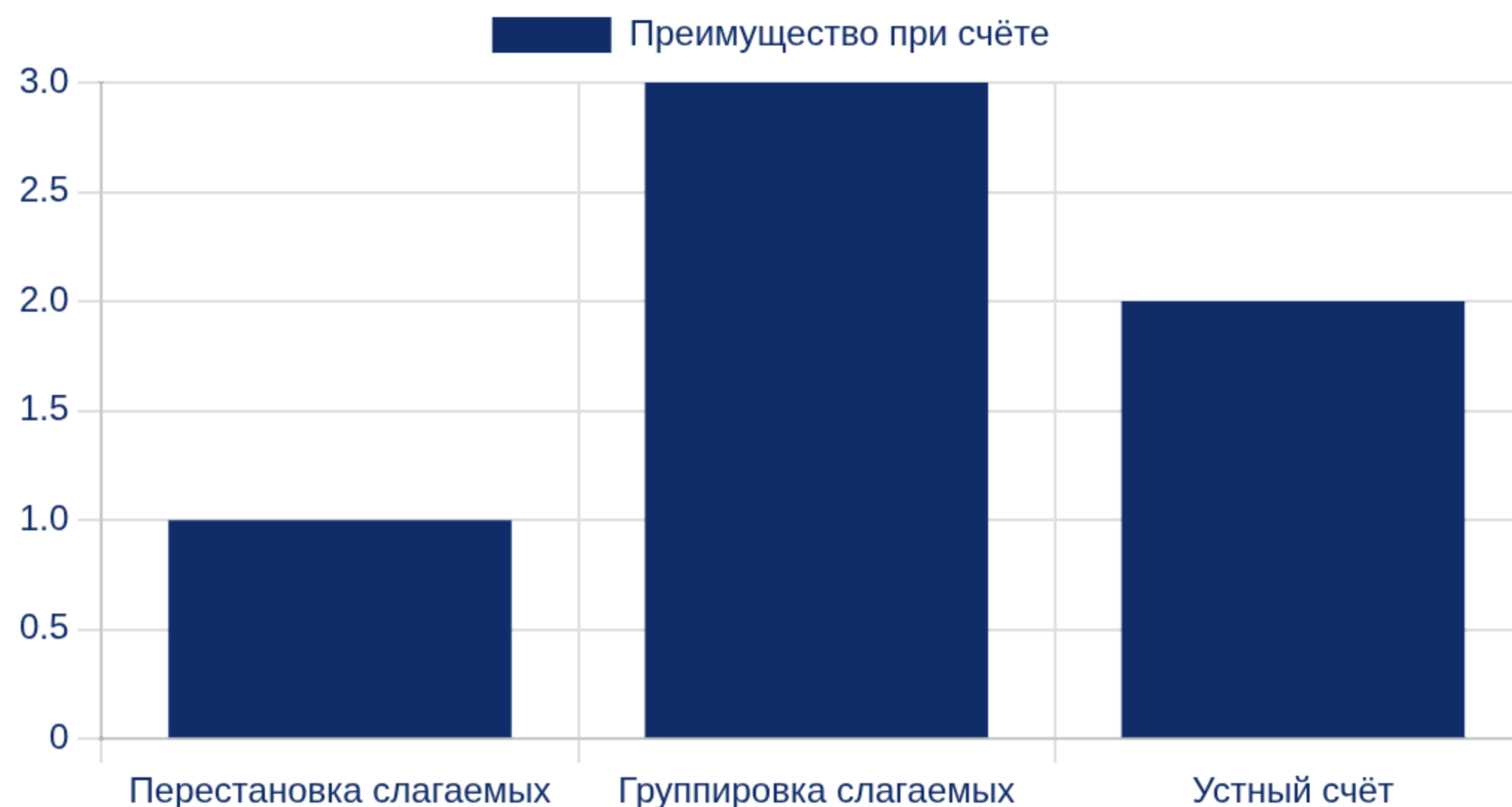
Записи $(2+5)+3=2+(5+3)$ и $(14+6)+10=14+(6+10)$ показывают, что числа можно объединять по-разному. Это помогает сначала получить удобную промежуточную сумму, а затем закончить вычисление.

3

Польза для счёта

Свойство особенно полезно, когда нужно быстрее получить круглое число, например десяток или сотню. Тогда выражение легче считать устно, потому что удобнее сначала объединить те слагаемые, которые хорошо подходят друг к другу.

Как свойства сложения помогают считать быстрее



Наибольшую пользу дают удобные пары слагаемых: так быстрее получить промежуточный результат и сократить число действий.

Для примеров $8+7+2$, $25+15+5$ и $x+3+7$ чаще всего выгоднее группировка: она делает вычисление короче и понятнее.

Составлено по учебным примерам из темы «Свойства арифметических действий».

Вычитание и его компоненты

Что показывает вычитание

Вычитание отвечает на вопрос, на сколько одно число меньше другого, или сколько остаётся после удаления части. В записи участвуют уменьшаемое, вычитаемое и разность.

Пример действия

В равенстве $18 - 5 = 13$ уменьшаемое — 18, вычитаемое — 5, а разность — 13. Каждая часть записи имеет своё место, и их нужно различать, чтобы не ошибиться в вычислении.

Особенность действия

В отличие от сложения, при вычитании порядок чисел важен. Если поменять их местами, получится уже другой результат, поэтому свойства перестановки и группировки здесь не работают.

На примере $9-2$ и $2-9$ видно, что вычитание не сохраняет значение при смене порядка. Это помогает запомнить: здесь важны и последовательность, и направление действия.

2
**при перестановке чисел
результат вычитания
меняется**

Связь сложения и вычитания как обратных действий

Проверяем вычитание сложением

Если из 15 вычесть 6, получится 9, а потом можно вернуть исходное число: $9+6=15$. Такой приём показывает, что ответ найден верно и что вычитание удобно проверять обратным действием.



Возвращаем к исходному целому

Когда из 20 убирают 8, остаётся 12. Проверка простая: $12+8=20$. На рисунке это удобно показать как две группы предметов, которые снова соединяются в одно целое стрелкой обратного действия.



Умножение как краткая запись повторяющегося сложения

1 Что заменяет умножение

Умножение удобно тогда, когда одно и то же число складывают несколько раз. Например, 4×3 можно читать как $3+3+3+3$ или как 4 одинаковые группы по 3.

2 Компоненты действия

В записи умножения есть множители и произведение. Множители показывают, что именно соединяют, а произведение — результат. В примере 4×3 произведение равно 12.

3 Запись в алгебре

В алгебре знак умножения часто опускают: пишут $3a$ или $2(x+5)$. Такая запись короче и удобнее, особенно когда выражение содержит буквы и скобки.

Переместительное свойство умножения

Порядок не важен

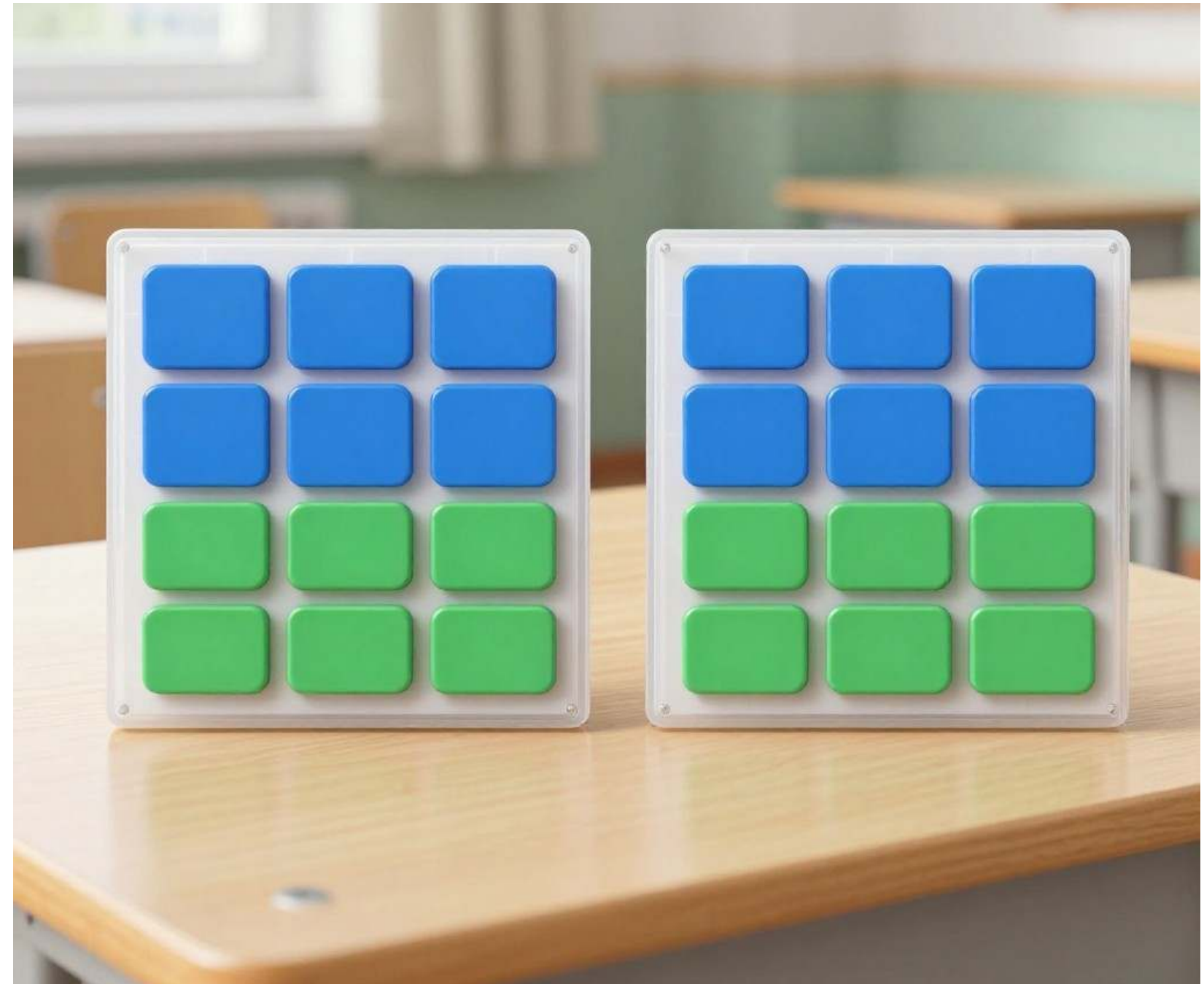
Если множители поменять местами, произведение не изменится: $a \times b = b \times a$. Это помогает считать быстрее, потому что можно выбрать более удобный порядок вычислений.

Примеры из чисел

Равенства $6 \times 7 = 7 \times 6$ и $9 \times 4 = 4 \times 9$ показывают, что результат одинаков. В буквенной записи это тоже работает: $5 \cdot x = x \cdot 5$, если меняется только порядок множителей.

Модели и наглядность

Свойство легко увидеть на прямоугольной решётке или в группах одинаковых предметов: количество рядов и столбцов можно поменять, а общее число элементов останется тем же.



Сочетательное свойство умножения

1

Три множителя

Когда множителей больше двух, их можно объединять по-разному: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$. Скобки меняют только порядок действий, но не итоговое произведение.

2

Удобный счёт

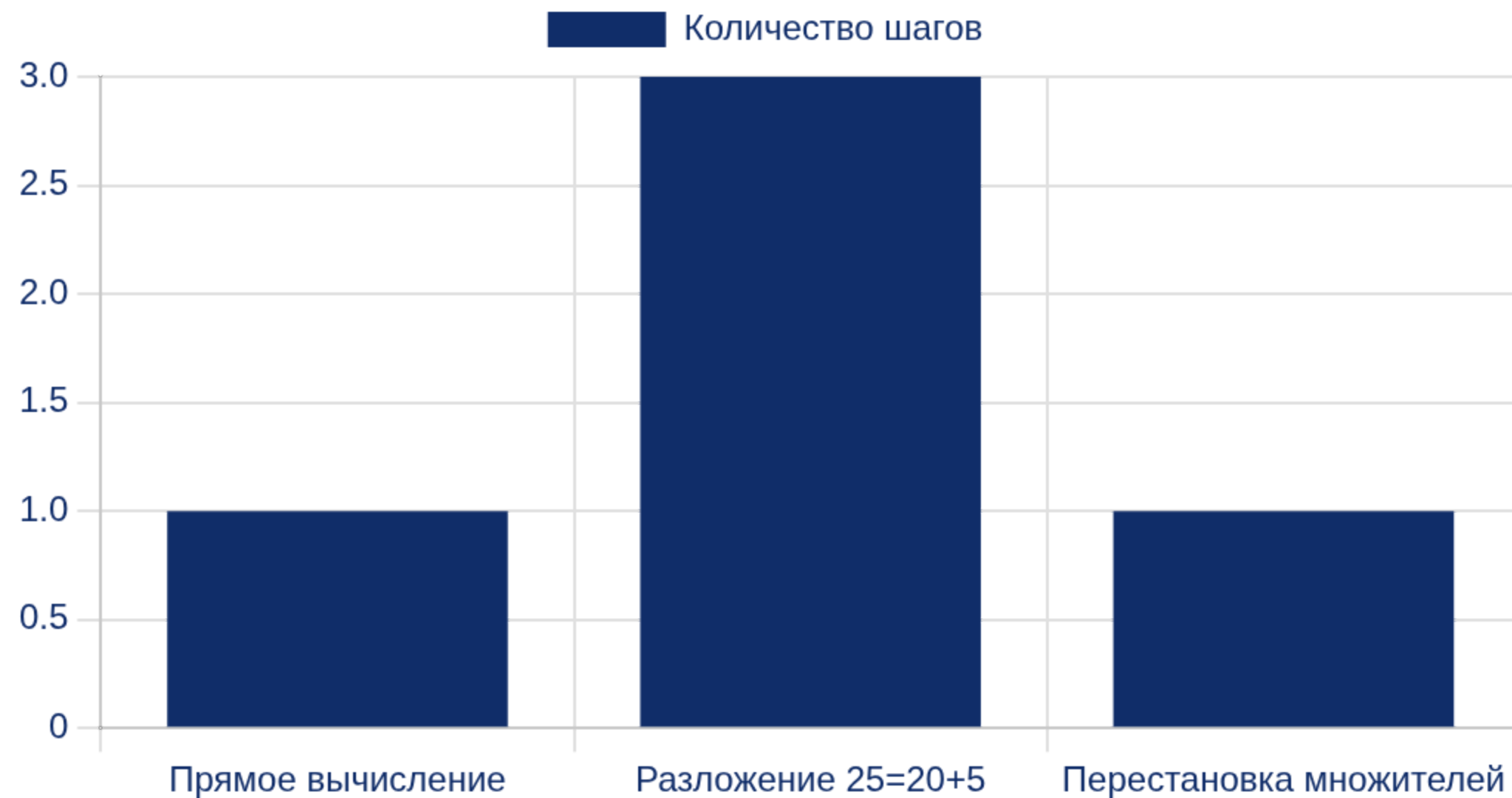
Свойство особенно полезно, если один из множителей помогает получить круглое число. Тогда большие произведения легче считать устно, не выполняя лишних промежуточных шагов.

3

Буквенные выражения

В алгебре сочетание множителей тоже можно менять: $(3 \cdot x) \cdot 2 = 3 \cdot (x \cdot 2)$. Это упрощает преобразование выражений и делает запись короче и понятнее.

Сравнение способов вычисления произведения



На диаграмме показано, что разные приёмы приводят к одному ответу, но требуют разного числа промежуточных действий.

Разложение на удобные слагаемые помогает устному счёту, а перестановка множителей часто делает вычисление короче без изменения результата.

Распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания

1 Смысл свойства

Число можно умножить на сумму или разность по частям: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ и $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$. Скобки при этом раскрываются.

2 Примеры вычислений

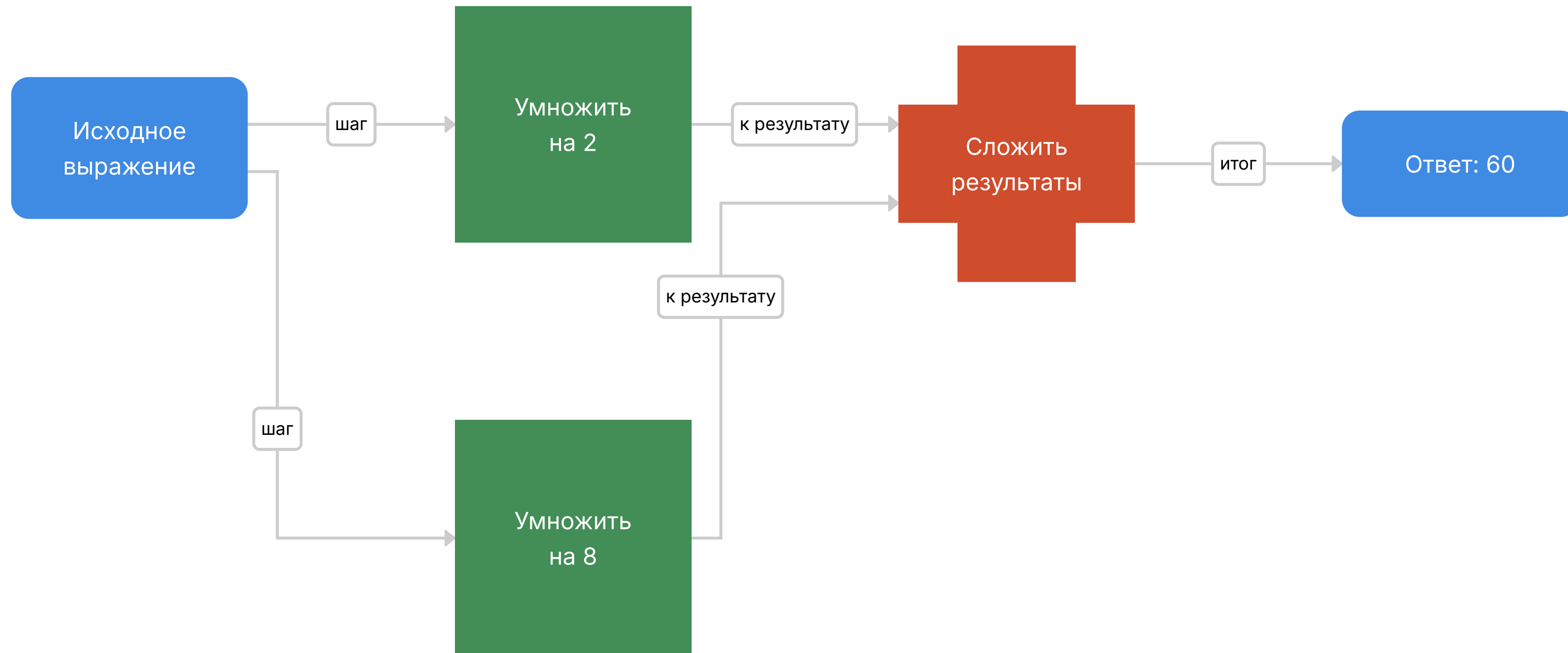
Запись $3 \times (4+2)$ удобно заменить на $3 \times 4 + 3 \times 2$, а $7 \times (10-1)$ — на $7 \times 10 - 7 \times 1$. Оба способа дают тот же результат.

3 Алгебраические преобразования

В буквенных выражениях свойство помогает убирать скобки: $2(x+5) = 2x+10$. Благодаря этому проще упрощать выражения, сравнивать их и подготавливать к решению уравнений.

Как раскрывать скобки при умножении

Пошаговая схема применения распределительного свойства на примере $6 \times (8+2)$.



Какие свойства работают у разных действий

Действие	Свойство	Формула	Пример
Сложение	переместительное	$a+b=b+a$	$7+3=3+7$
Умножение	распределительное	$a(b+c)=ab+ac$	$2(x+5)=2x+10$
Вычитание и деление	нет перестановки	—	—

Краткая таблица показывает, какие свойства применимы к каждому действию и какие преобразования они позволяют выполнять.

Наиболее гибко преобразуются выражения со сложением и умножением; вычитание и деление требуют строгого сохранения порядка.

Деление и его ограничения

1

Что показывает деление

Деление отвечает на вопрос, на сколько равных частей разделили число или сколько раз одно число содержится в другом. Например, $20:5=4$.

2

Компоненты действия

В делении есть делимое, делитель и частное. Эти элементы связаны строго, поэтому перестановка чисел меняет смысл записи и обычно даёт другой результат.

3

Почему нет перестановки

В отличие от сложения и умножения, деление не обладает переместительным свойством. Записи $20:5$ и $5:20$ означают разные действия, поэтому их нельзя менять местами.

Как деление проверяется умножением

Сначала деление

Если $18:3=6$, значит число 18 разделили на 3 равные части и получили 6. Такой результат легко проверить обратным действием.

Затем умножение

Проверка показывает: $6 \times 3 = 18$. Эта связь помогает находить неизвестный множитель, подтверждать ответ и решать простые уравнения вроде $x \cdot 4 = 28$.

Типичные ошибки при использовании свойств действий

1 Порядок чисел

Часто путают порядок при вычитании и делении, хотя для этих действий перестановка чисел меняет результат. Поэтому запись нужно читать особенно внимательно.

2 Скобки и группировка

Неверно объединённые слагаемые или множители дают ошибку уже в начале решения. Перед вычислением полезно проверить, какие части выражения должны быть внутри скобок.

3 Пропуск знака

Если забыть знак действия, выражение становится неверным или неполным. Особенно это опасно при раскрытии скобок, когда нужно сохранить каждое слагаемое.

4 Ошибка раскрытия

При применении распределительного свойства каждый член в скобках должен умножаться на общий множитель. Если один из них пропустить, ответ окажется заниженным или завышенным.

5 Как проверять

Результат удобно контролировать обратным действием, подстановкой простых чисел и примерной оценкой величины. Такая проверка быстро показывает, где допущена неточность.

Свойства действий помогают считать уверенно

Переместительное, сочетательное и распределительное свойства делают вычисления короче и понятнее. В 7 классе они особенно важны при работе с буквенными выражениями, скобками и уравнениями.