

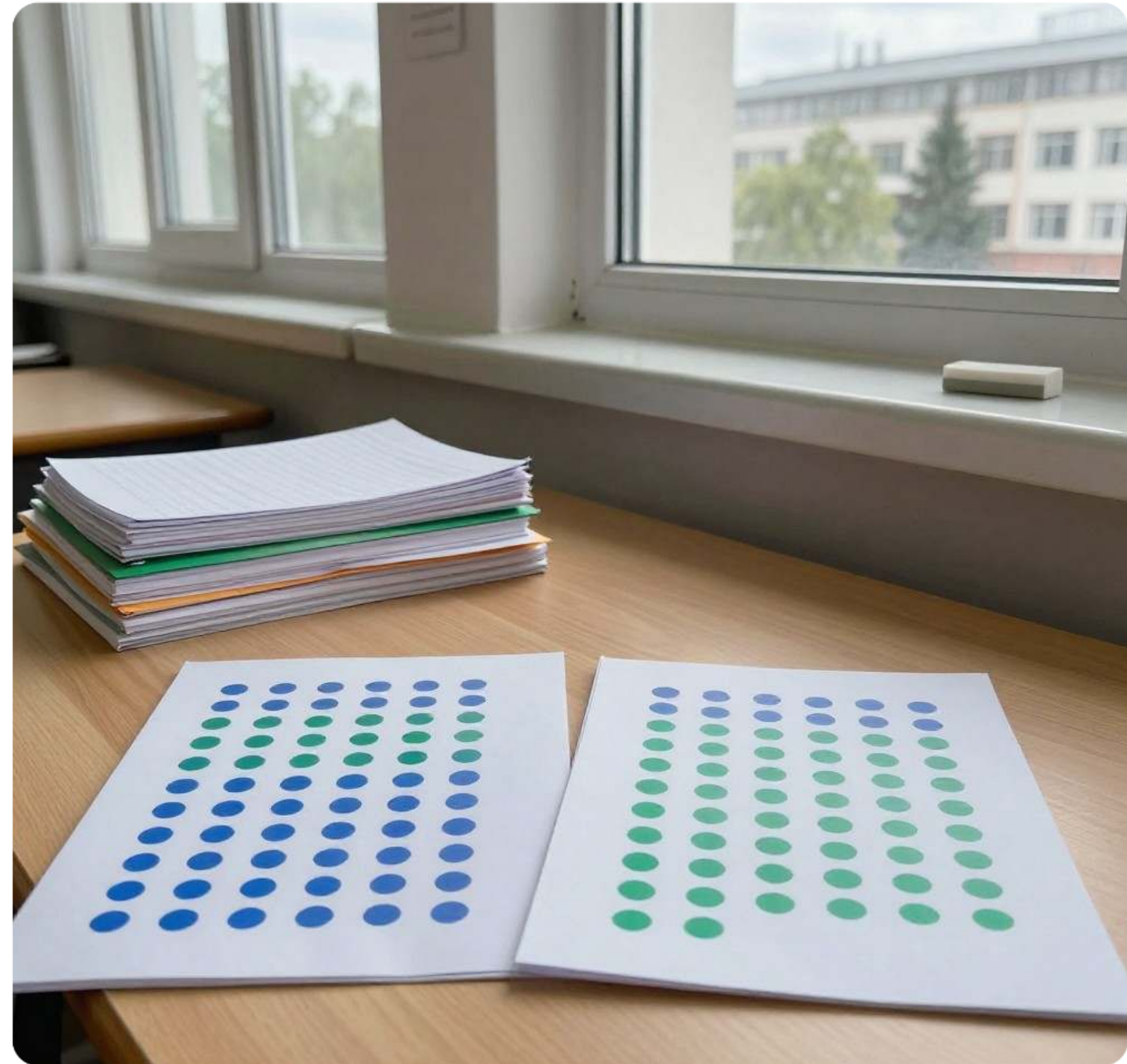


Числовые неравенства: от сравнения к решению

Сравниваем числа, находим границы и решаем
неравенства уверенно.

Где встречаются неравенства

Неравенства помогают сравнивать цены, температуру, результаты и время. Они показывают, когда величина больше, меньше или подходит в заданные границы.



Зачем нужны числовые неравенства

1

Ограничения

Когда нужно задать предел, равенства уже недостаточно. Неравенство позволяет указать минимальный возраст, допустимую температуру или проходной балл без лишних ограничений.

2

Диапазоны

Такая запись удобна для диапазонов значений. Она помогает описывать условия задачи так, чтобы сразу было видно, какие числа подходят, а какие нет.

3

Выбор ответа

В реальных задачах неравенства поддерживают выбор допустимых решений. Поэтому важно уметь читать запись, сравнивать значения и находить подходящий промежуток.

Знаки сравнения и числовая прямая

Строгие знаки

$>$ читается как «больше», $<$ — как «меньше». Эти знаки показывают строгие сравнения, когда равенство между числами исключено.

Нестрогие знаки

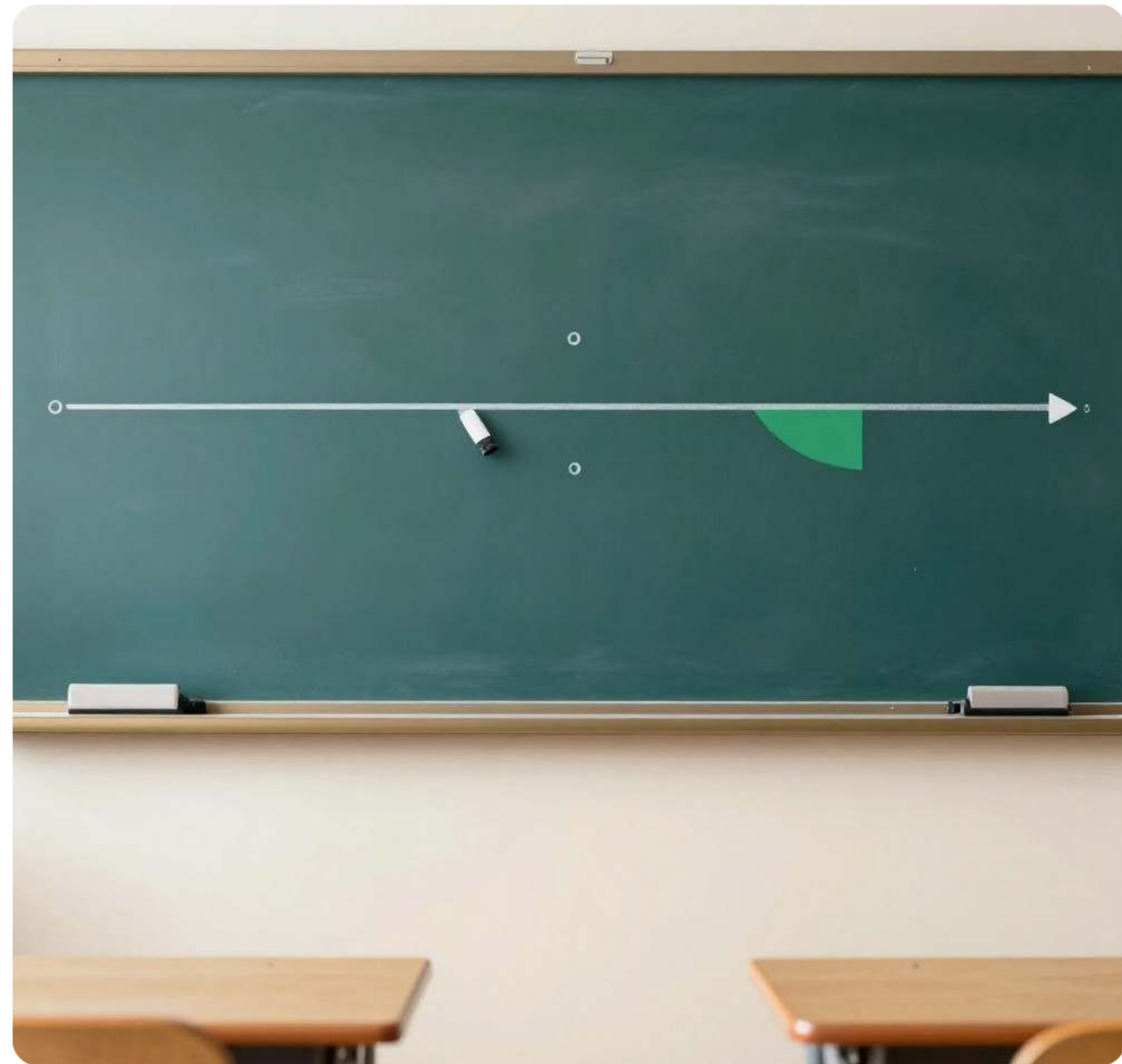
Знаки $\geq$ и $\leq$ означают «больше или равно» и «меньше или равно». Они включают в ответ саму границу, если она подходит по условию.

Точки на прямой

На числовой прямой пустая точка показывает, что граница не входит в ответ. Закрашенная точка означает, что число входит в множество решений.

Положение чисел

Чем правее число расположено на прямой, тем оно больше. Это правило помогает быстро проверять сравнение без вычислений.



Как сравнивать числа

1.

Сравнение по разрядам

Сначала сравнивают разряд и знак числа. Большее число имеет большее значение по модулю только тогда, когда знаки совпадают и оба числа положительные.

2.

Плюс и минус

Любое положительное число больше нуля, а любое отрицательное меньше нуля. Поэтому числа с разными знаками сравниваются сразу, без дополнительных вычислений.

3.

Положение на прямой

На числовой прямой правее находится большее число. Это особенно удобно, когда числа близки или записаны в виде дробей и десятичных чисел.

4.

Два отрицательных

Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше. Например, $-3 > -8$, потому что -3 ближе к нулю.

Интервалы и запись множества решений

1

Смысл интервала

Интервал показывает все числа между двумя границами. В записи можно указать, входит ли каждая граница в ответ или остаётся только пределом.

2

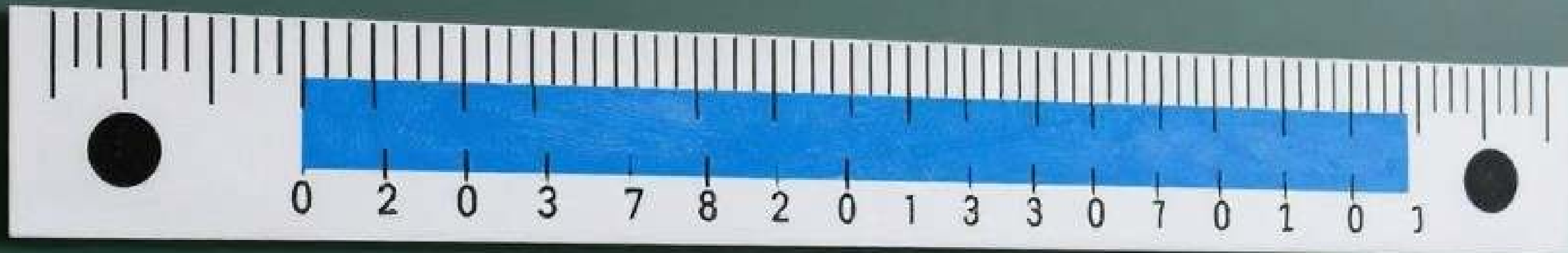
Пример записи

Запись $2 < x \leq 7$ означает, что подходят числа больше 2 и не больше 7. Это удобный способ показать одно решение без длинного перечисления.

3

Отметка на прямой

На прямой такой ответ отмечают открытой точкой слева и закрытой справа. Интервалы помогают быстро читать и записывать множество решений.



Основное свойство неравенств

1.

Сложение и вычитание

Если к обеим частям неравенства прибавить или вычесть одно и то же число, знак не меняется. Это позволяет убирать свободные слагаемые.

2.

Положительный множитель

Если обе части умножить или разделить на положительное число, знак также сохраняется. Такое преобразование не нарушает равносильность неравенства.

3.

Зачем это нужно

Это свойство используют при упрощении выражений и переходе к виду с одной переменной. Оно делает решение короче и понятнее.

Правило про отрицательное число

1

Главное правило

При умножении или делении обеих частей на отрицательное число знак неравенства нужно поменять на противоположный. Иначе получится неверный ответ.

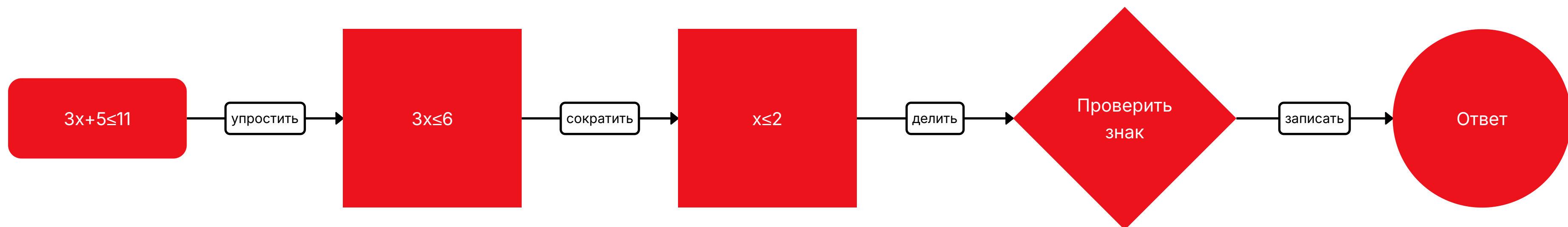
2

Где ошибаются

Чаще всего ошибаются именно здесь, потому что по привычке оставляют знак прежним. Важно каждый раз проверять знак коэффициента при переменной.

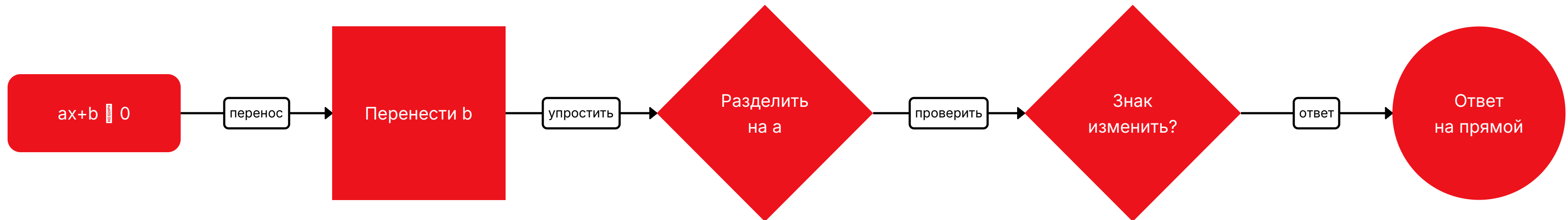
Преобразование неравенств по шагам

Переход от исходного неравенства к ответу через равносильные преобразования.



Пошаговое решение линейного неравенства

Последовательность действий при решении линейного неравенства с одной переменной.



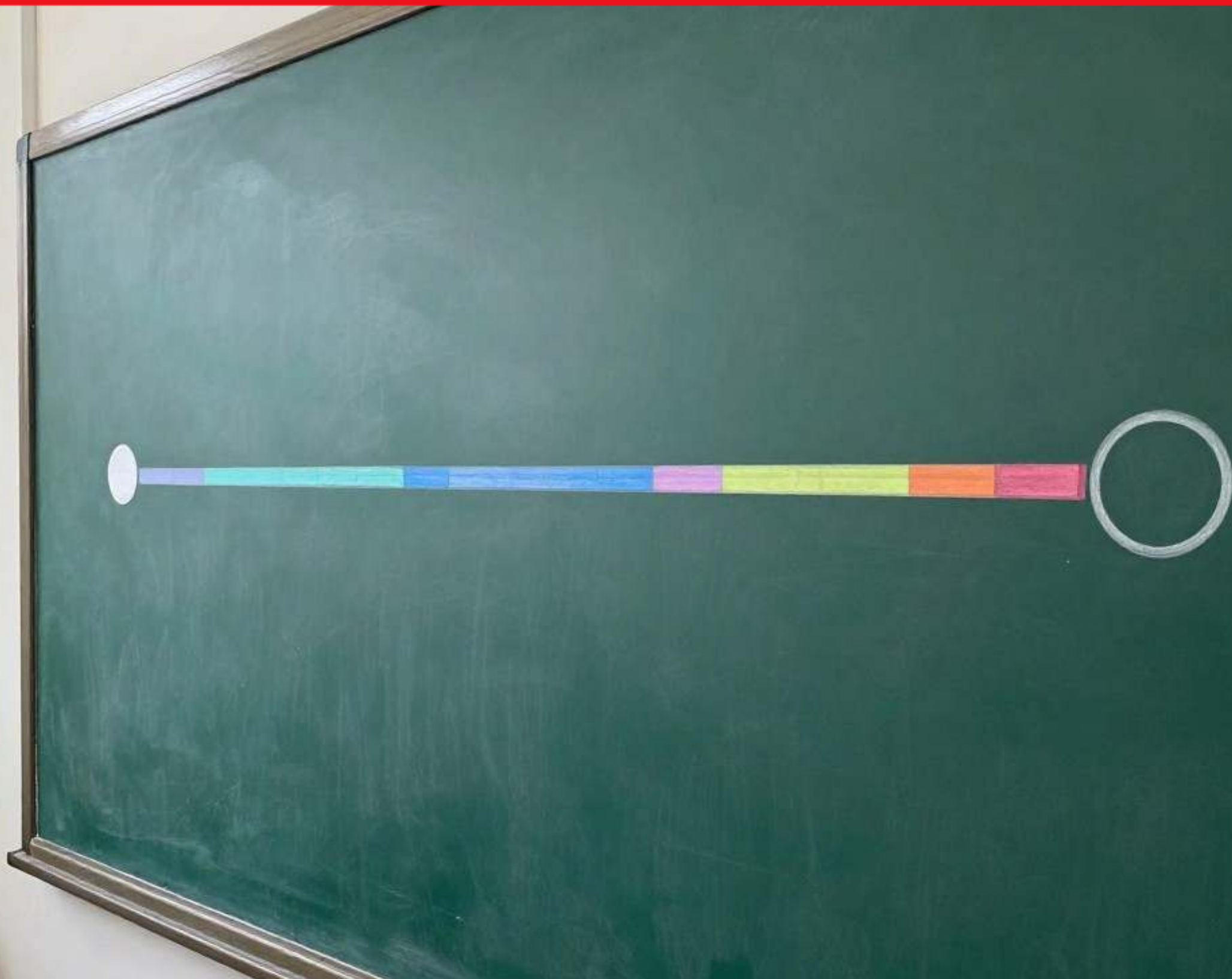
1

**Это правило
определяет, менять ли
направление
неравенства
при делении.**

Знак зависит только от операции с отрицательным коэффициентом при x .

Правило преобразования линейных неравенств

Как записывать ответ



Неравенство

Ответ можно оставить в виде неравенства, если нужно кратко показать все подходящие значения. Такая запись удобна, когда важна именно граница, а не перечисление чисел.

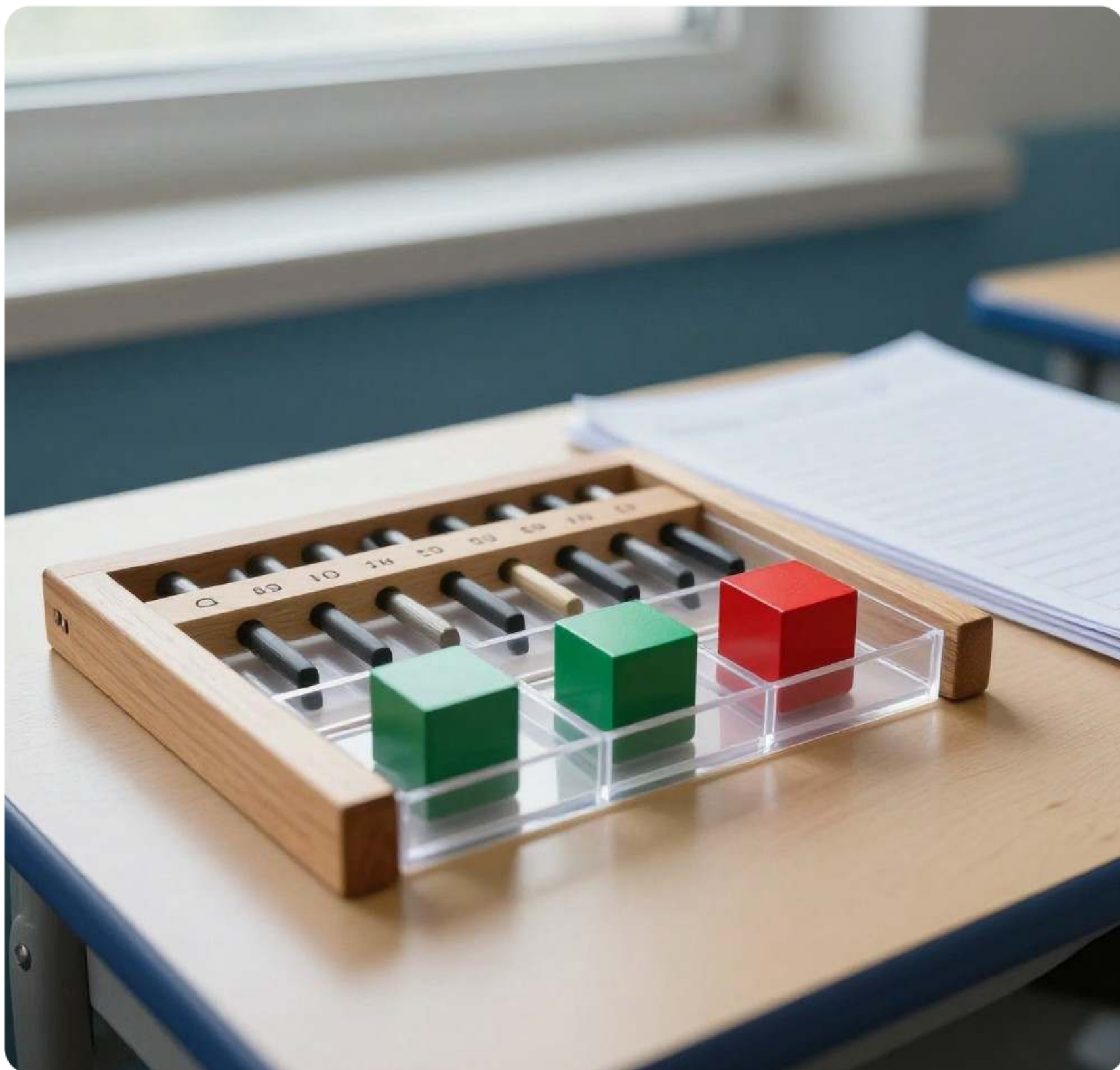
Интервал

Интервал показывает все числа между границами и сразу уточняет, включены ли концы. Это особенно полезно, когда решение содержит много значений.

Запись на прямой

На числовой прямой решение видно сразу: открытая точка означает, что граница не входит, закрытая — что входит. Такой способ помогает быстро проверить смысл ответа.

Проверка подстановкой



1. Подстановка

Подставьте найденное значение вместо переменной и аккуратно вычислите левую и правую части. Если получается верное числовое неравенство, решение подходит.

2. Контрольный пример

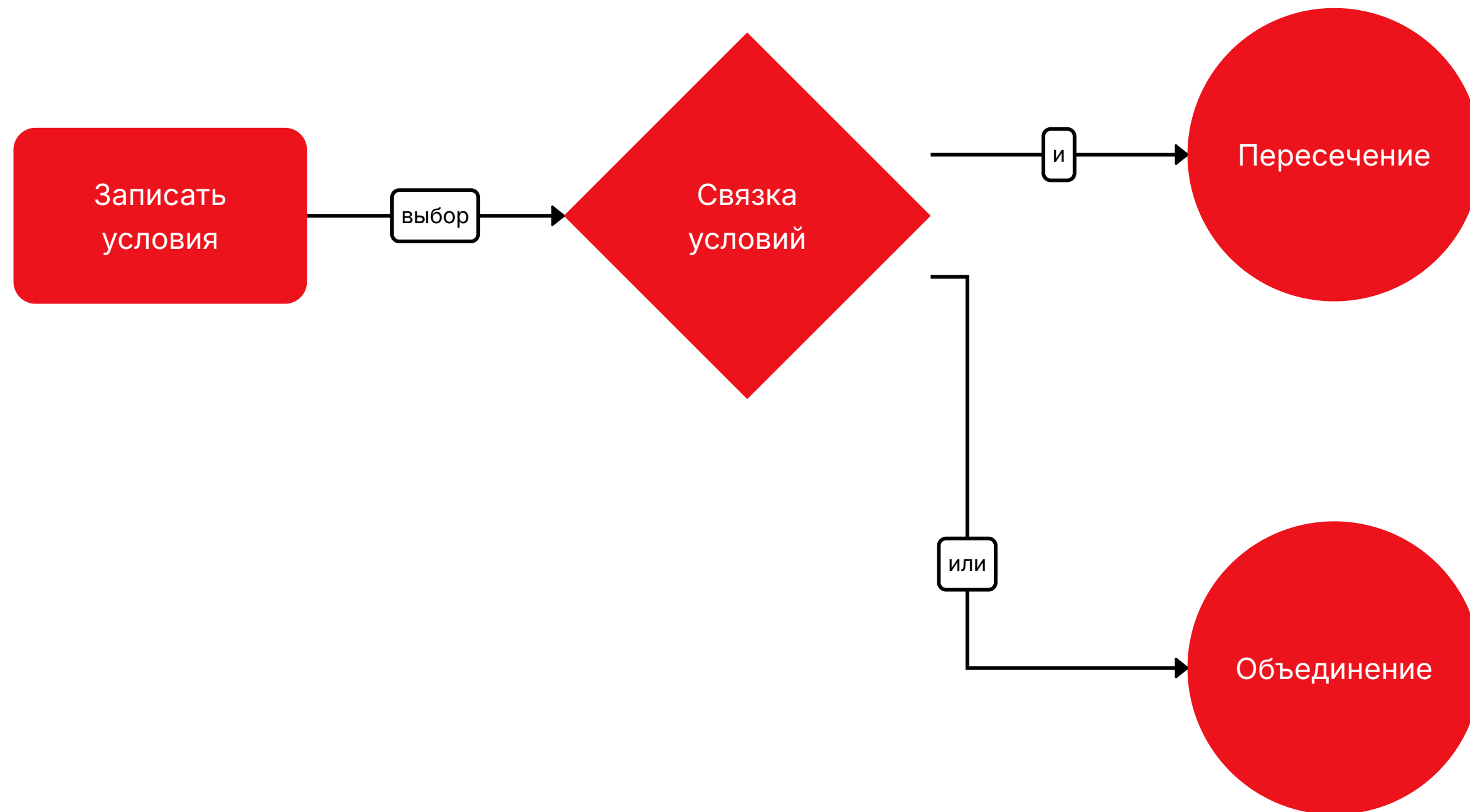
Проверьте границу и одно значение вне решения. Так легче увидеть, не перепутан ли знак и не допущена ли ошибка в преобразованиях.

3. Поиск ошибки

Если проверка не совпадает с ответом, вернитесь к шагам решения и найдите место, где был нарушен знак или допущена неточность в вычислении.

Составные неравенства

Схема показывает, как союз между условиями определяет вид ответа: один отрезок или несколько отдельных промежутков.



Пересечение и объединение на числовой прямой

Общая часть

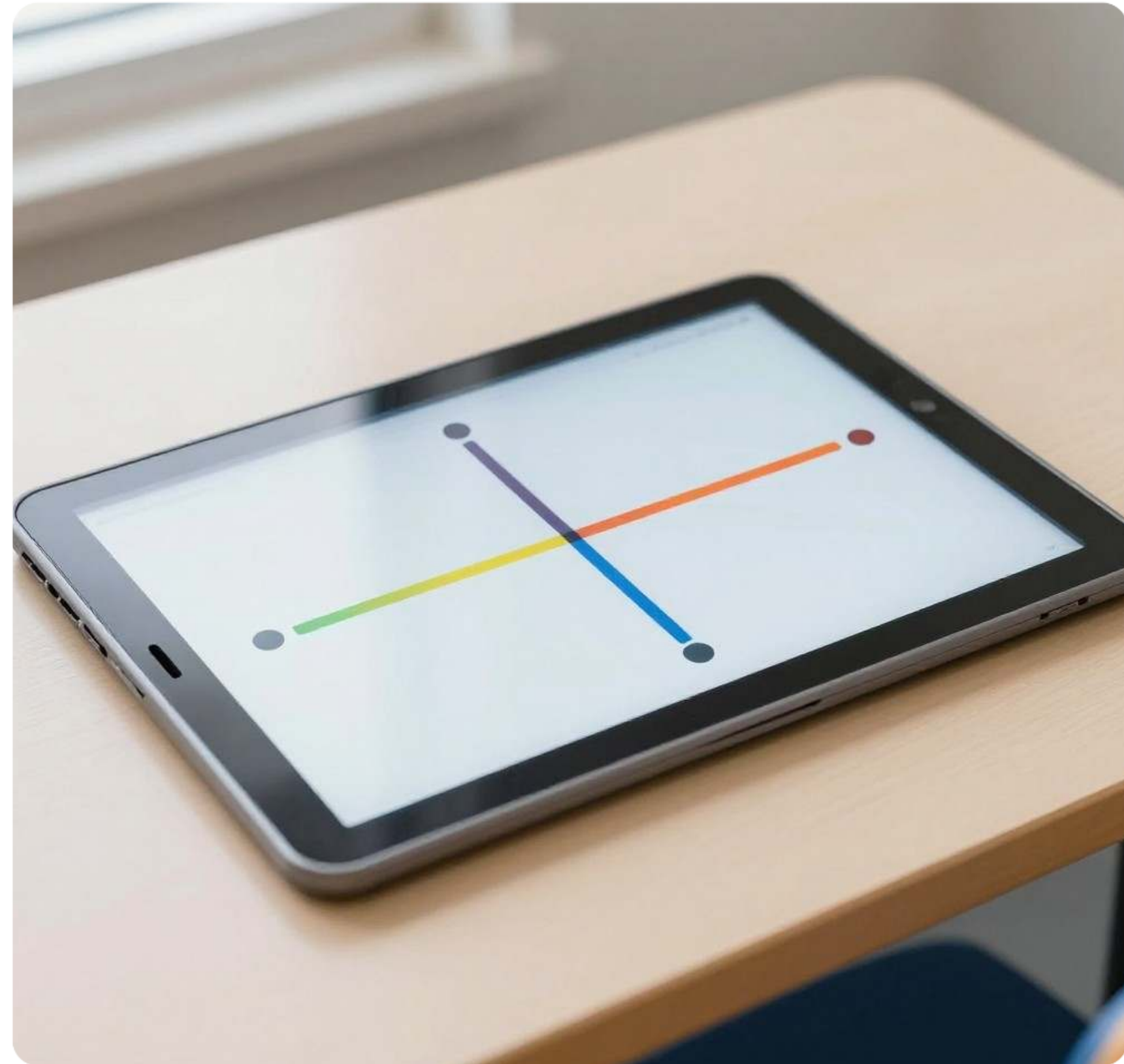
Пересечение — это общая часть двух условий. На прямой остаются только точки, которые удовлетворяют каждому неравенству одновременно.

Любая подходящая точка

Объединение включает все точки, подходящие хотя бы одному условию. Поэтому на прямой могут появиться два отдельных луча или несколько участков.

Границы решения

Тип точки зависит от знака неравенства: открытая ставится при $>$ и $<$, закрытая — при $\geq$ и $\leq$. Это сразу показывает, входит ли граница в ответ.



Практикум: короткие задания

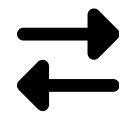
Пункт	Ответ
$7 < 9$	да
$-4 > -1$	нет
$5x < 20$	$x < 4$
$-2x \geq 8$	$x \leq -4$
$1 < x \leq 4$	1–4 включительно

Мини-тест по теме «Числовые неравенства»

Короткая проверка помогает быстро увидеть, как работают сравнение чисел и решение простых неравенств.

Сравнение чисел проверяется сразу, а в неравенствах важно правильно делить на коэффициент и учитывать включение границ.

Типичная ошибка и как её избежать



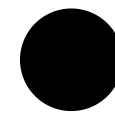
Переворот знака

При делении или умножении на отрицательное число знак неравенства обязательно меняют. Если этого не сделать, ответ получится неверным, даже когда все остальные шаги выполнены правильно.



Внимание к знакам

Строгие знаки $>$ и $<$ означают, что граница не входит в ответ. Нестрогие $\geq$ и $\leq$ включают границу, поэтому на прямой ставят закрытую точку.



Правильная точка

Открытая точка показывает, что число не подходит, а закрытая — что подходит. Ошибка в точке сразу меняет смысл всего решения на числовой прямой.



Быстрая проверка

После преобразований полезно подставить ответ в исходное неравенство. Короткая проверка помогает заметить знак, который перепутали на одном из шагов.

Алгоритм решения неравенства удобно запомнить как 6 последовательных шагов: от упрощения выражения до проверки ответа на числовой прямой.

Стандартный алгоритм решения линейных неравенств

6

Именно столько действий помогает не пропустить знак и границу ответа.

Границы и допустимые значения

Понимание условия

Сначала переводят текст задачи в ограничение: например, рост не ниже 140 см или температура не выше 5°C. Это задаёт направление неравенства.

Выбор знака

Затем выбирают знак сравнения: не меньше, не больше, строго больше или строго меньше. От этого зависит, входит ли граница в решение.

Запись ответа

После этого записывают неравенство и проверяют, соответствует ли оно смыслу задачи. Так сразу видны допустимые значения и их границы.

Итоги: что важно запомнить

Числовые неравенства помогают описывать реальные ограничения и находить все допустимые значения. Главное — внимательно следить за знаком при преобразованиях, правильно отмечать границы и при необходимости проверять решение подстановкой.