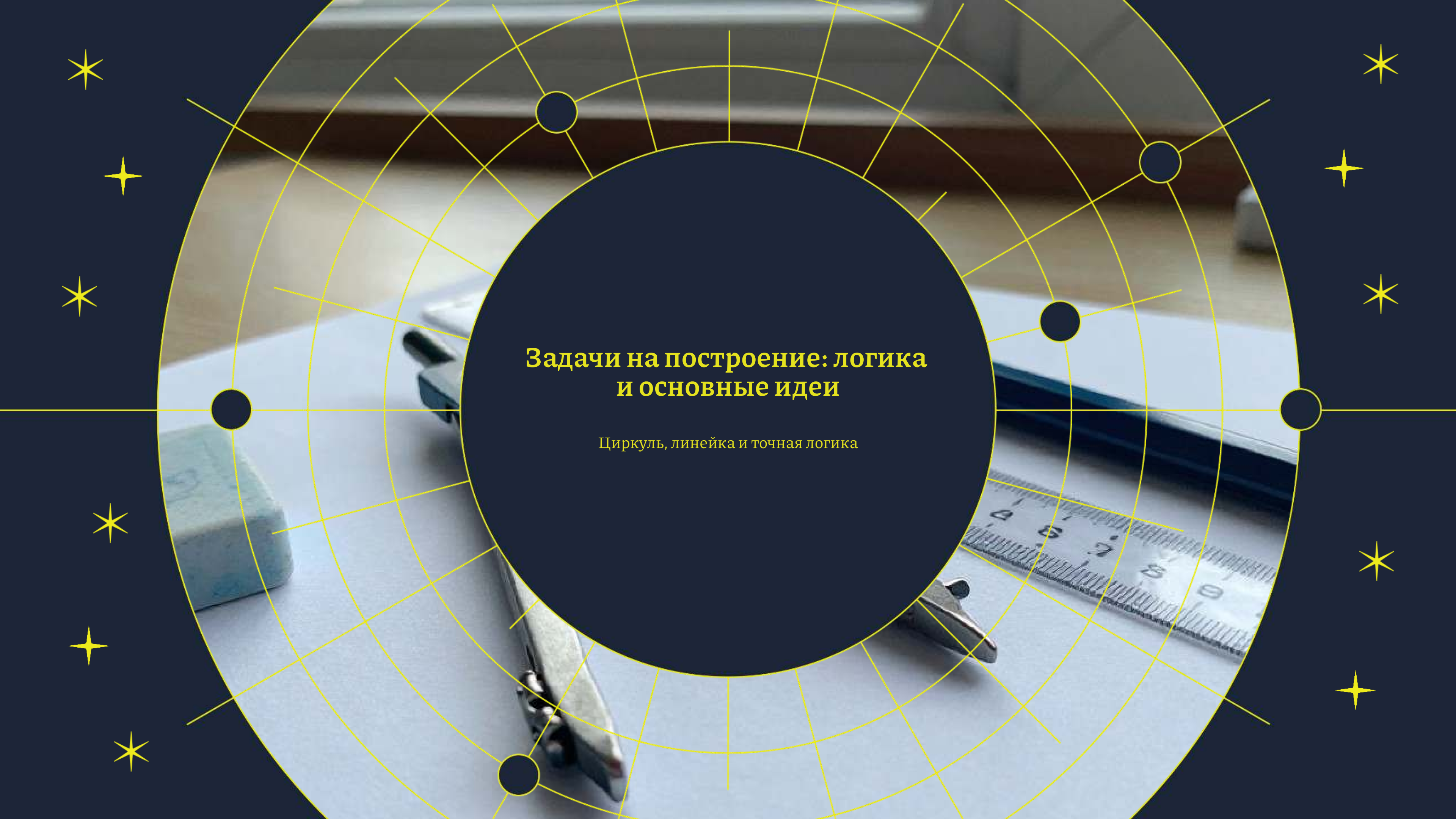


The background of the slide features a dark blue circular area with a yellow grid of concentric circles and radial lines. This circle is centered over a photograph of a desk with a white ruler, a compass, and a blue eraser. The entire composition is framed by a dark blue border with yellow star-like patterns. The title text is centered within the dark blue circle.

Задачи на построение: логика и основные идеи

Циркуль, линейка и точная логика

Что изучают задачи на построение

Такие задачи учат строить фигуры только циркулем и линейкой, без измерений. В них важны точность, аккуратность и умение опираться на свойства фигур, а не на догадку.



Инструменты и язык условия

Роль циркуля

Циркуль помогает откладывать равные расстояния и строить окружности с заданным радиусом. Именно поэтому он особенно полезен там, где нужно сравнивать отрезки или находить равные точки.

Роль линейки

Линейка задаёт прямые через две точки и помогает соединять уже найденные элементы. Она не используется для измерения длины, а только для точного проведения линий.

Чтение условия

В условии важно сразу отделить «дано» от «нужно построить». Тогда легче понять, какие объекты участвуют в задаче: точки, отрезки, лучи, прямые, углы или окружности.

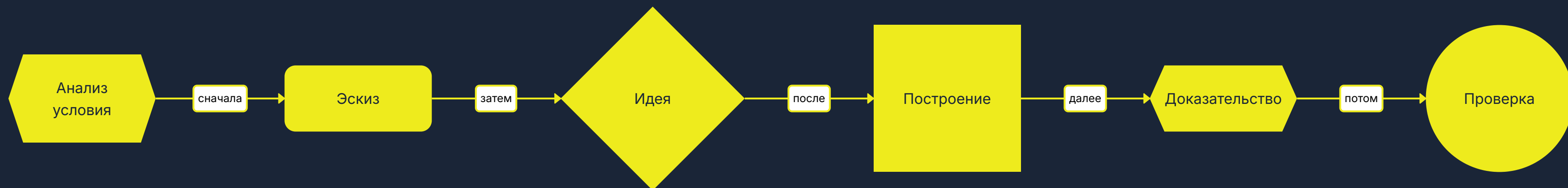
Что запрещено

В построениях не применяют деления шкалы и транспортир. Все действия должны быть обоснованы геометрическими свойствами, которые можно доказать словами и чертежом.



Общий алгоритм решения

Последовательность шагов помогает не пропустить важные свойства и проверить результат.



Как найти идею построения

1 Перевод условия

Сначала замените текст задачи на геометрические связи: равные отрезки, равные углы, перпендикулярность или параллельность. Так условие становится понятнее и превращается в набор точных отношений.

2 Ищем шаблон

Затем ищите знакомую фигуру, которая уже решает похожую задачу. Часто это серединный перпендикуляр, биссектриса, равнобедренный треугольник или окружность с нужным центром.

3 Подсказки в чертеже

Полезно спросить себя, какие точки должны быть равноудалены, какие линии должны пересекаться и где возникает симметрия. Именно такие признаки обычно подсказывают нужное построение.

4 Опора на свойства

Если задача о касании или параллельности, вспомните свойства радиуса, перпендикуляра и равных углов. Эти связи часто превращают сложное условие в одно короткое построение.

Почему построение верно

1

Опора на определения

Сначала объясняют, почему выбранная точка или линия имеет нужное свойство. Для этого используют определения: равные расстояния, равные углы, перпендикулярность, принадлежность прямой или окружности.

2

Свойство ведёт к ответу

Затем показывают, что каждый шаг построения приводит именно к нужному объекту. Например, точка на серединном перпендикуляре одинаково удалена от концов отрезка по самому свойству этой прямой.

3

Проверка единственности

После этого проверяют, не возникает ли лишних вариантов. Если построение опирается на равные радиусы или равные углы, нужно убедиться, что все нужные точки действительно совпадают.

Как проверить ответ

① Сверка с условием

Сначала снова читают условие и сравнивают его с чертежом. Нужно убедиться, что полученная фигура действительно соответствует вопросу задачи, а не только выглядит похоже.

② Проверка свойств

Потом проверяют основные отношения: равенство расстояний, равенство углов, принадлежность прямой или окружности. Именно эти признаки подтверждают, что построение выполнено правильно.

③ Контроль пересечений

Наконец, смотрят, есть ли все нужные точки пересечения и не пропали ли они на рисунке. Если пересечений нет, ответ может оказаться невозможным.

Середина отрезка и серединный перпендикуляр

Середина отрезка

Чтобы найти середину отрезка, строят две окружности одинакового радиуса с центрами в его концах. Их точки пересечения вместе с концами отрезка дают серединный перпендикуляр.

Главное свойство

Каждая точка серединного перпендикуляра равноудалена от концов отрезка. Это свойство удобно использовать в задачах, где нужно сравнить расстояния или найти точку с одинаковыми отрезками до двух данных точек.



Перпендикуляр к прямой через точку

Построение основано на равных расстояниях от точки до двух точек на прямой.



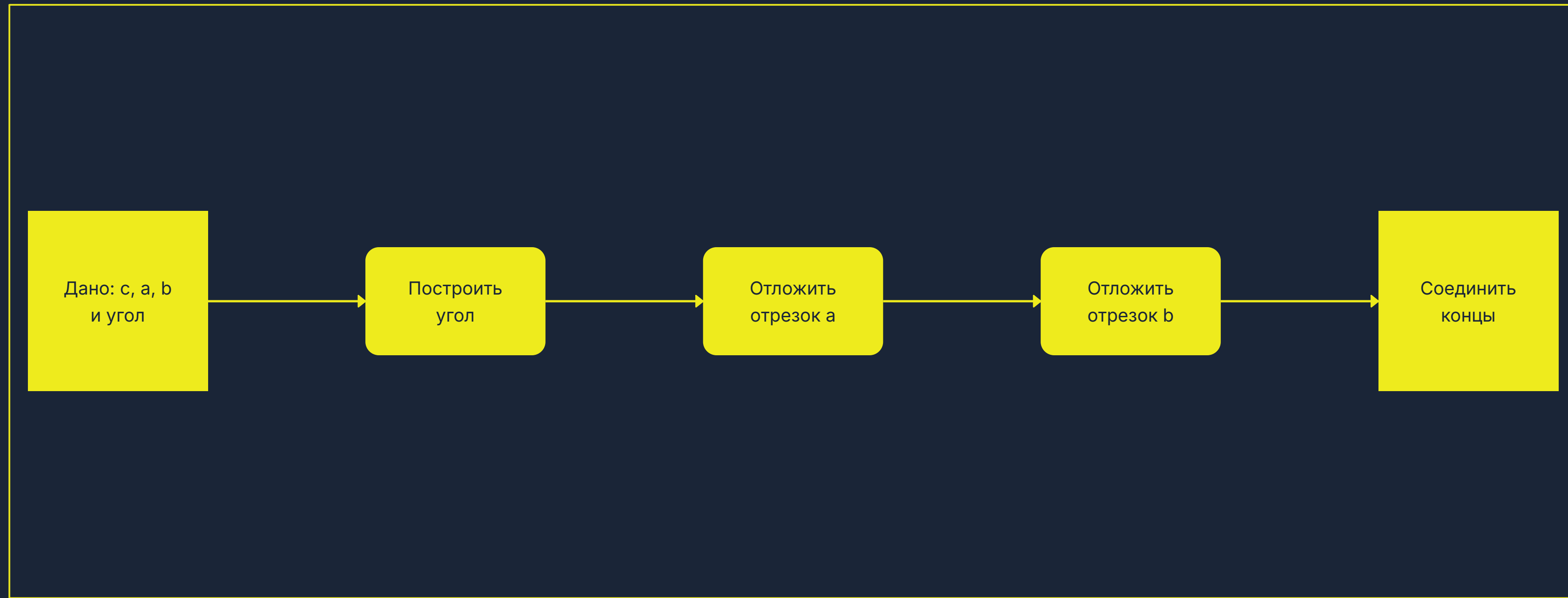
Биссектриса угла: шаги построения

Построение основано на равенстве отрезков, полученных циркулем, и на симметрии угла.



Алгоритм: две стороны и угол

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними



Алгоритм: сторона и два угла

Построение треугольника по стороне и двум углам



Точка на заданных расстояниях от двух точек

Главная идея

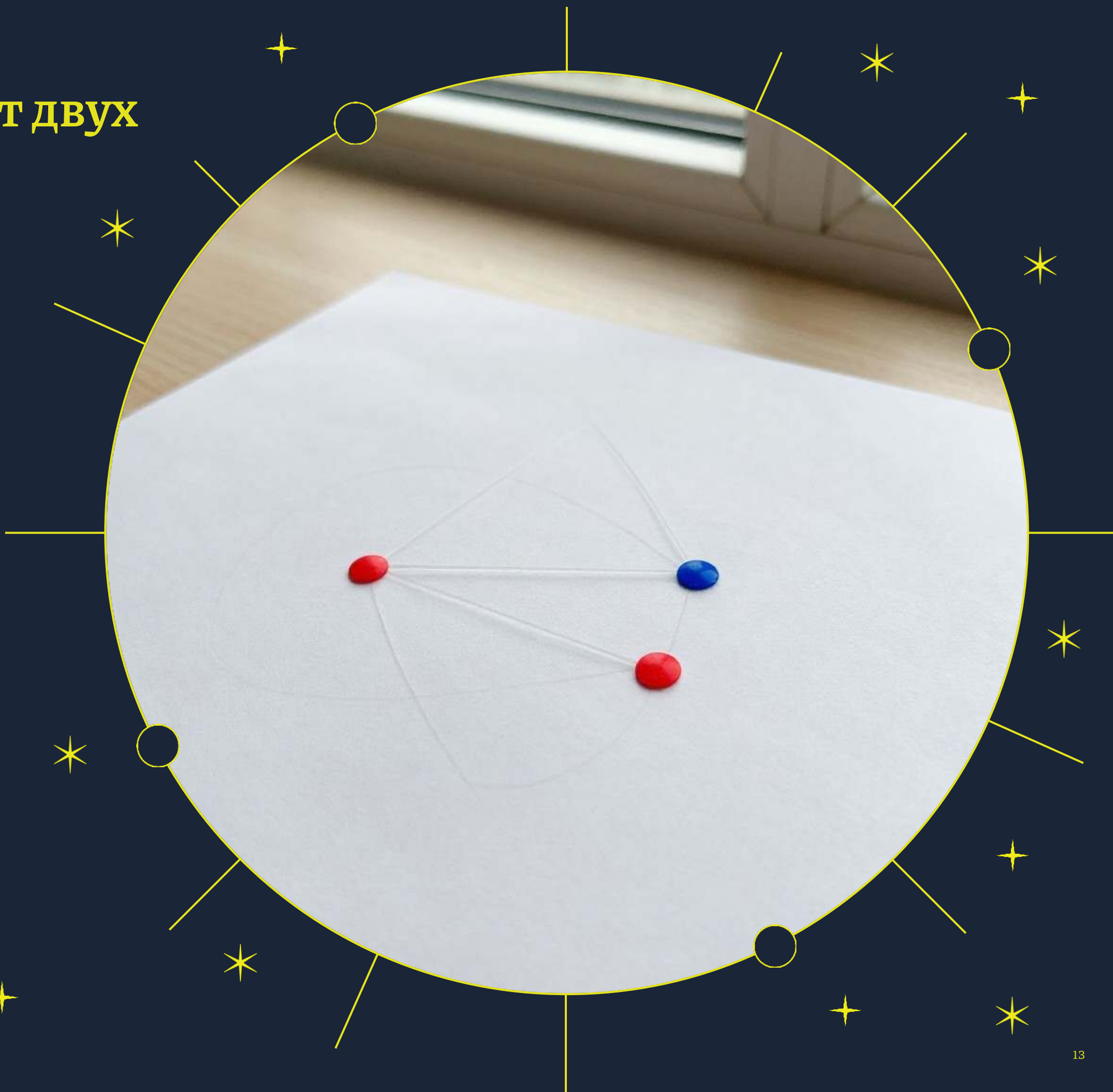
Точка, равноудалённая от двух данных точек, всегда лежит на серединном перпендикуляре к их отрезку. Это сразу подсказывает, где искать ответ.

Построение

Чтобы получить конкретную точку, строят две окружности с центрами в заданных точках. Их пересечение подходит только тогда, когда окружности действительно пересекаются.

Проверка

После построения обязательно сверяют оба расстояния: они должны быть равны и совпадать с выбранными радиусами. Так проверяют, что точка удовлетворяет условию.



Окружность, касающаяся прямой и проходящая через точку

1

Шаг 1

Сначала отмечают прямую и данную точку, через которую должна пройти окружность. Затем намечают точку касания, потому что именно она задаёт направление радиуса.

2

Шаг 2

Через центр будущей окружности проводят перпендикуляр к прямой. Это обязательное условие: радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной.

3

Шаг 3

Далее находят центр на этом перпендикуляре так, чтобы расстояние до прямой совпало с расстоянием до заданной точки. Тогда окружность проходит через неё.

4

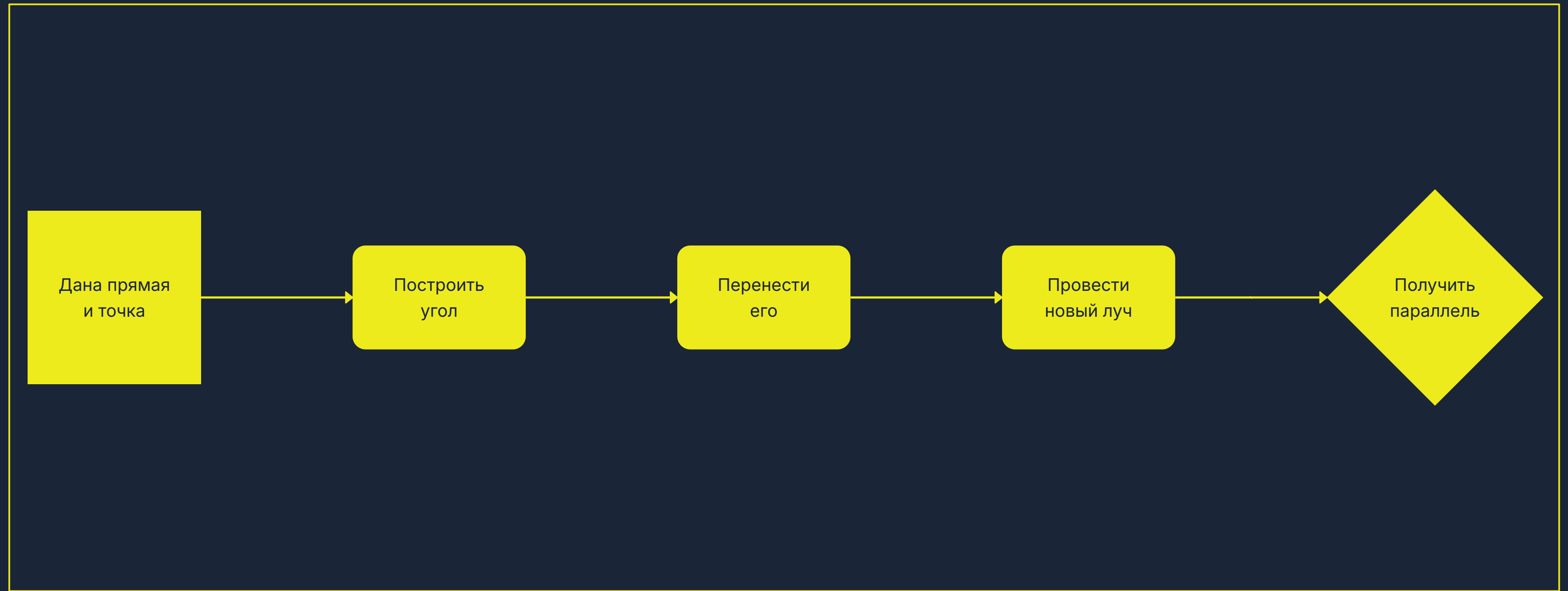
Шаг 4

В конце проверяют касание: окружность должна иметь с прямой ровно одну общую точку. Если их две, построение выполнено неверно.



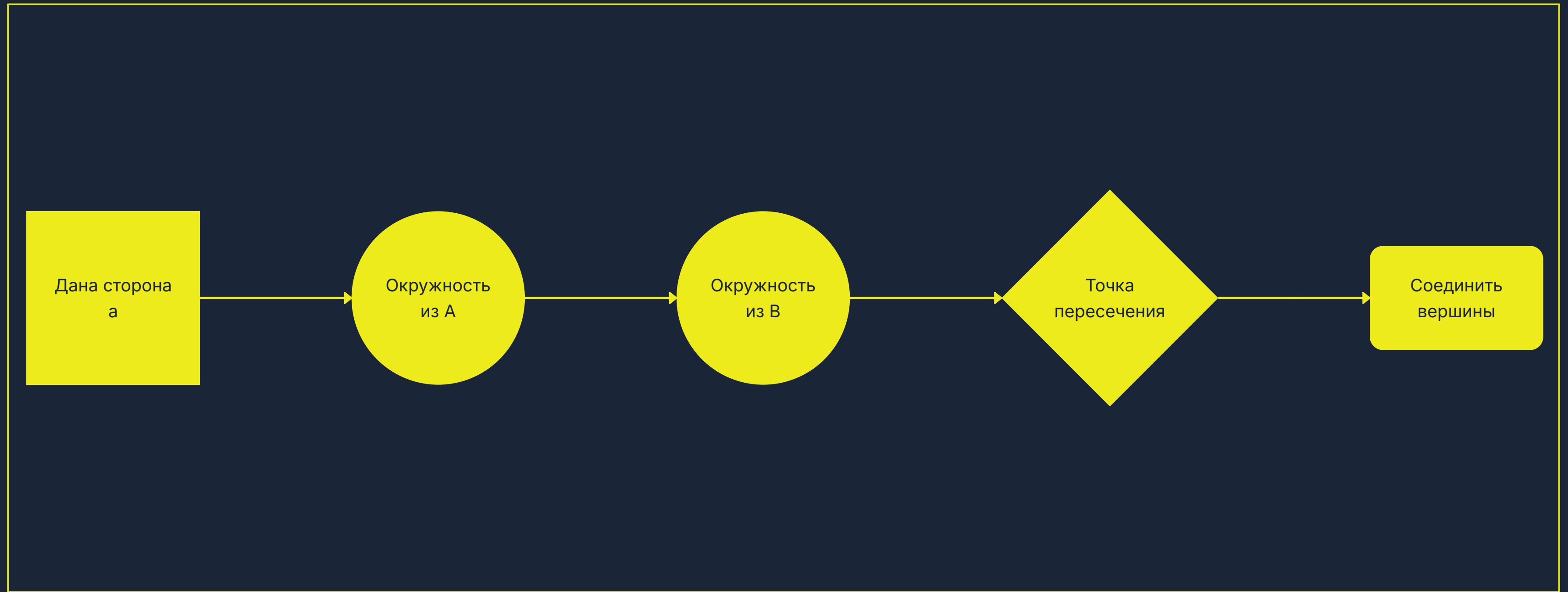
Алгоритм: параллель через угол

Параллельная прямая через перенос равного угла

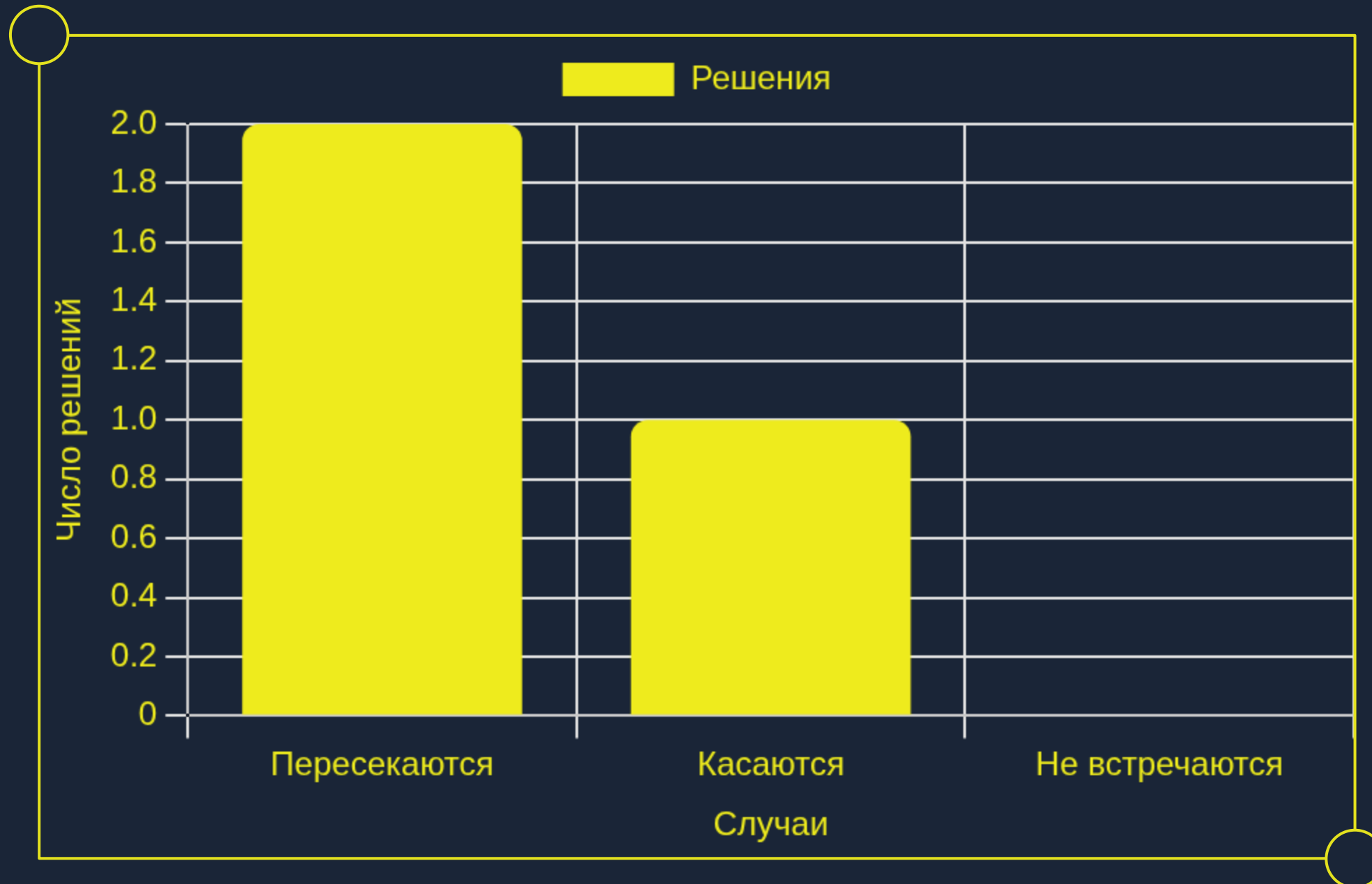


Алгоритм: три стороны

Построение треугольника по трём сторонам через две окружности



Когда есть одно, два или ни одного решения



Число решений зависит от взаимного положения окружностей. Перед построением полезно оценить, пересекутся ли они, коснутся или вовсе не встретятся.

Две точки пересечения дают два варианта, касание — один, отсутствие пересечения означает, что построение невозможно.

Схематическое сравнение случаев пересечения окружностей

Типичные ошибки в задачах на построение

Не проверяют существование

Ученики часто начинают строить, не выяснив, пересекутся ли окружности. Из-за этого в конце не оказывается нужной точки, хотя сам ход построения выглядит правильным.

Путают стороны угла

Ещё одна ошибка — путаница между прилежащими сторонами угла и его внутренней областью. Тогда вспомогательные лучи проводят не туда, и искомая фигура не получается.

Теряют вспомогательные точки

Иногда забывают отметить вспомогательные точки и дуги, а без них невозможно объяснить, почему построение работает. В геометрии важен не только рисунок, но и следы каждого шага.

Нет обоснования

Многие пропускают доказательство равенства: отрезки, углы или радиусы надо не просто нарисовать, а обосновать. Без этого решение считается неполным.

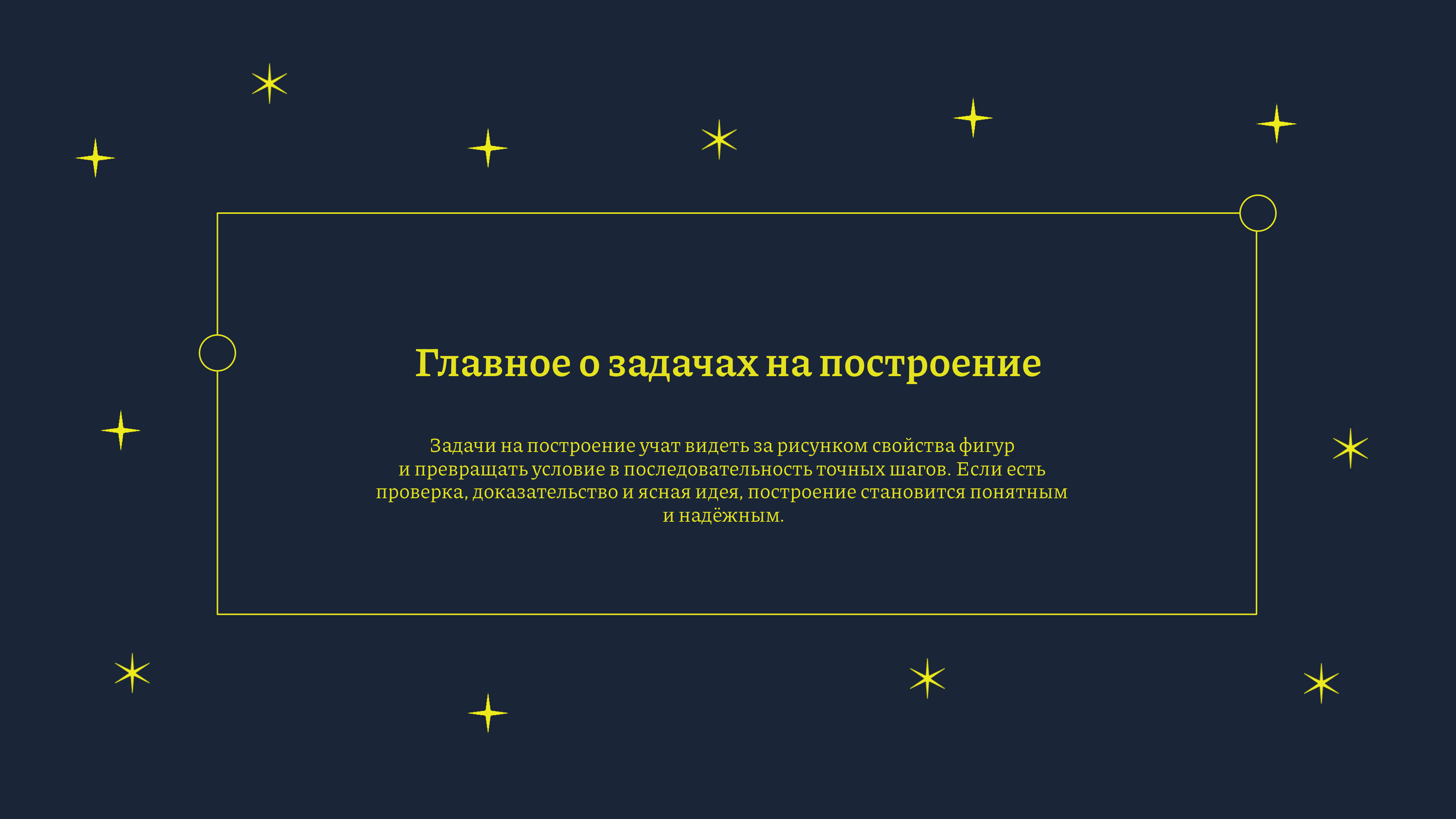
Мини-кейс: точка на равных расстояниях

В мини-кейсе удобно видеть связь между анализом условия, построением и проверкой результата.

Одинаковые радиусы превращают задачу на расстояния в задачу о пересечении окружностей, а общая точка сразу даёт искомый ответ.

Этап	Действие	Основа
Анализ	Две точки	Равные расстояния
Построение	Две окружности	Одинаковый радиус
Проверка	Общая точка	Подходит по условию

Учебный пример по теме задач на построение



Главное о задачах на построение

Задачи на построение учат видеть за рисунком свойства фигур и превращать условие в последовательность точных шагов. Если есть проверка, доказательство и ясная идея, построение становится понятным и надёжным.