

Функция $y = kx$ и её график

Одна буква меняет наклон прямой.



Зачем изучать $y = kx$ в 7 классе



Эта функция показывает, как формула превращается в таблицу значений и график. На ней удобно видеть прямую пропорциональность в задачах про покупки, движение, масштаб и расход материалов, а затем переходить к более сложным линейным зависимостям.



Что означают x , y и k в записи $y = kx$:::



Независимая величина

x — это значение, которое мы выбираем сами. От него зависит результат вычисления, поэтому x называют независимой переменной.



Зависимая величина

y получается после умножения x на k . Когда меняется x , вместе с ним меняется и y , поэтому y называют зависимой переменной.



Коэффициент пропорциональности

Число k показывает, во сколько раз изменяется y при $x = 1$. Оно может быть целым, дробным или отрицательным.



Точка начала координат

Если $x = 0$, то y тоже равно 0. Поэтому график функции $y = kx$ всегда проходит через точку $(0; 0)$.

Значения функции при разных коэффициентах k



x	$y=2x$	$y=-1,5x$	$y=0$
-2	-4	3	0
0	0	0	0
2	4	-3	0



Одинаковые значения x дают разные результаты в зависимости от коэффициента. Таблица помогает увидеть, как знак и модуль k меняют значения функции.



Положительный k даёт возрастающие значения, отрицательный — убывающие, а $k = 0$ оставляет все значения равными нулю.



Значения получены по формуле $y = kx$ для $x = -2, 0, 2$.

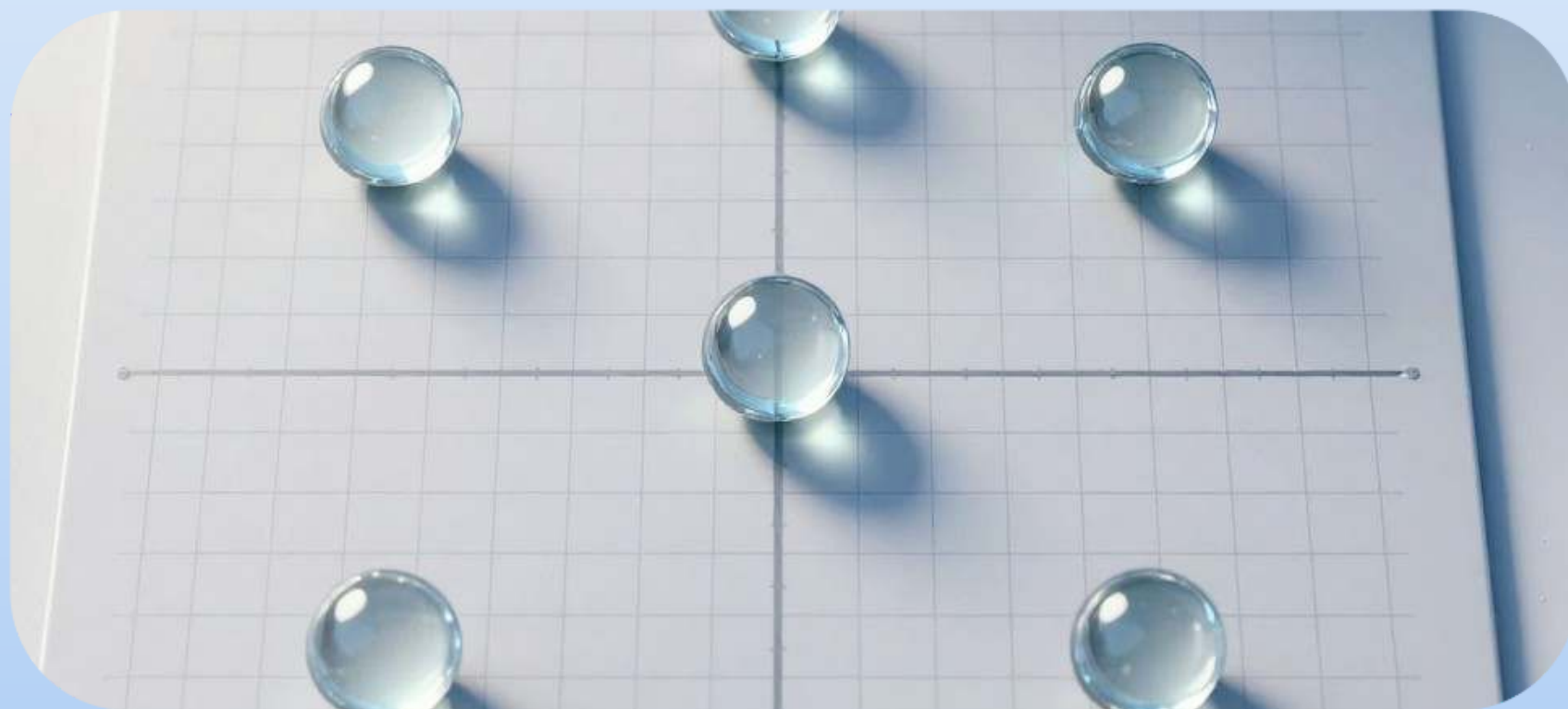
Точки, по которым строится график функции :::

Удобные числа для расчёта

Чтобы построить график быстрее, берут несколько простых значений x : -2 , -1 , 0 , 1 , 2 . Для каждого из них вычисляют y по формуле и получают набор точек, которые легко отметить на координатной плоскости.

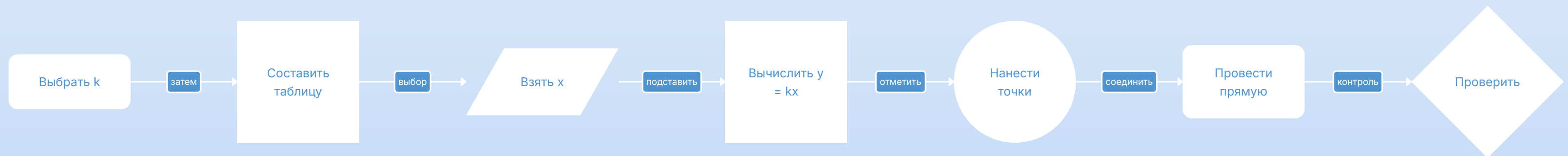
Прямая через начало координат

Для функции $y = 3x$ можно отметить точки $(1; 3)$, $(2; 6)$ и $(-1; -3)$. Затем их соединяют прямой, которая обязательно проходит через начало координат. Так формула превращается в наглядный рисунок.



Как построить график $y = kx$ по шагам

Алгоритм работы с формулой, таблицей значений и точками на координатной плоскости.



Что происходит, если k положительное

1

Направление вверх

При $k > 0$ прямая идёт снизу слева вверх направо. Такой график называют возрастающим, потому что с увеличением x значения y тоже становятся больше.

2

Чем больше k

Если коэффициент больше, прямая поднимается круче. Например, график $y = 3x$ растёт быстрее, чем $y = x$, так как при одном и том же x значение y получается больше.

3

Одинаковый знак, разный наклон

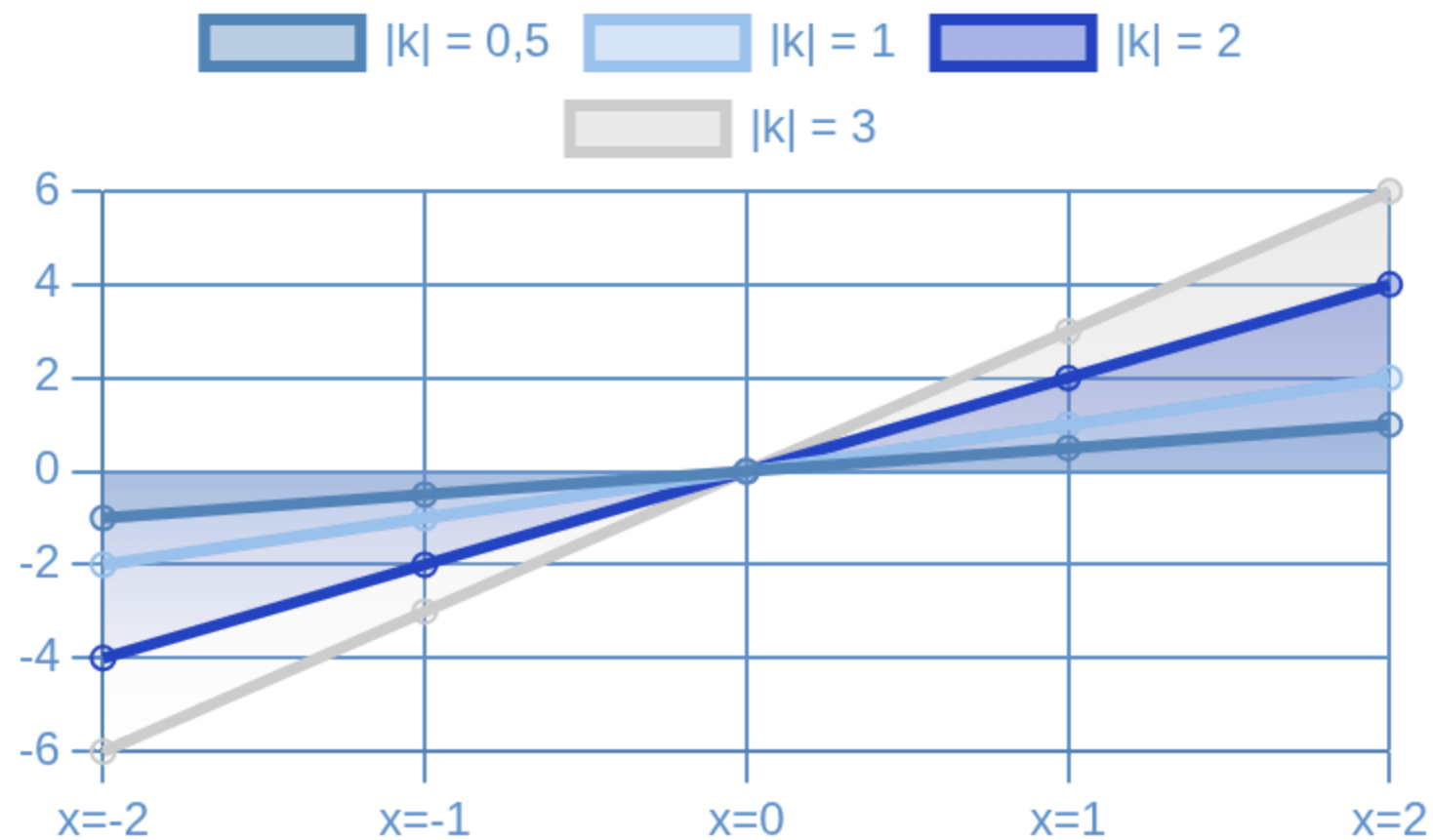
Все положительные коэффициенты дают одно направление, но угол наклона меняется. Чем больше k , тем заметнее подъём прямой на координатной плоскости.

4

Что видно на графике

По виду прямой можно сразу понять, что функция увеличивается. Для проверки достаточно сравнить несколько точек: справа значения y оказываются больше, чем слева.

Как модуль k влияет на крутизну прямой



На графике все линии проходят через одну точку, но поднимаются по-разному. Это помогает сравнить только крутизну, не отвлекаясь на направление.

Чем больше модуль k , тем круче прямая: значения y меняются быстрее при одинаковых x .

Сравнение построено по формуле $y = kx$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$.

Что происходит, если k отрицательное :::

+

Направление вниз

При $k < 0$ прямая идёт сверху слева вниз направо. Такой график называют убывающим, потому что при увеличении x значения y становятся меньше.

+

Более крутой спад

Если взять $y = -2x$, график будет опускаться быстрее, чем $y = -x$. Чем больше модуль отрицательного коэффициента, тем сильнее наклон вниз.

+

Пример $y = -x$

У функции $y = -x$ каждой точке с положительным x соответствует отрицательное y . Например, при $x = 2$ получаем $y = -2$, и линия наклоняется вниз.

+

Как распознать знак

Достаточно сравнить две точки: если справа значения y меньше, чем слева, перед нами функция с отрицательным коэффициентом k .

Частный случай $k = 0$



+ Формула упрощается

Если $k = 0$, то функция принимает вид $y = 0$. Это значит, что результат не зависит от x : какое бы значение мы ни выбрали, y остаётся нулём.

+ График совпадает с осью

На координатной плоскости такая функция изображается горизонтальной прямой, которая совпадает с осью Ox . Она не поднимается и не опускается.

+ Нет зависимости

В этом случае между x и y нет изменения: величина y не реагирует на рост или уменьшение x . Это особая, очень простая ситуация.

Как знак и модуль k влияют на график

- Свойства линейной функции вида $y = kx$

Случай	Вид графика	Наклон
$k > 0$	возрастает	вверх
$k < 0$	убывает	вниз
$ k $ большое	крутая прямая	сильный
$ k $ маленькое	пологая прямая	слабый

Сравнение основных случаев для функции $y = kx$: знак коэффициента задаёт направление прямой, а его модуль — крутизну наклона.

По таблице видно: знак k определяет, растёт или убывает график, а модуль k показывает, насколько резко он наклонён.

Симметрия графиков $y = kx$ и $y = -kx$



Зеркальное расположение

Графики $y = kx$ и $y = -kx$ отражаются относительно оси Ox . Каждая точка одного графика переходит в точку с противоположной ординатой на другом.



Одинаковая крутизна

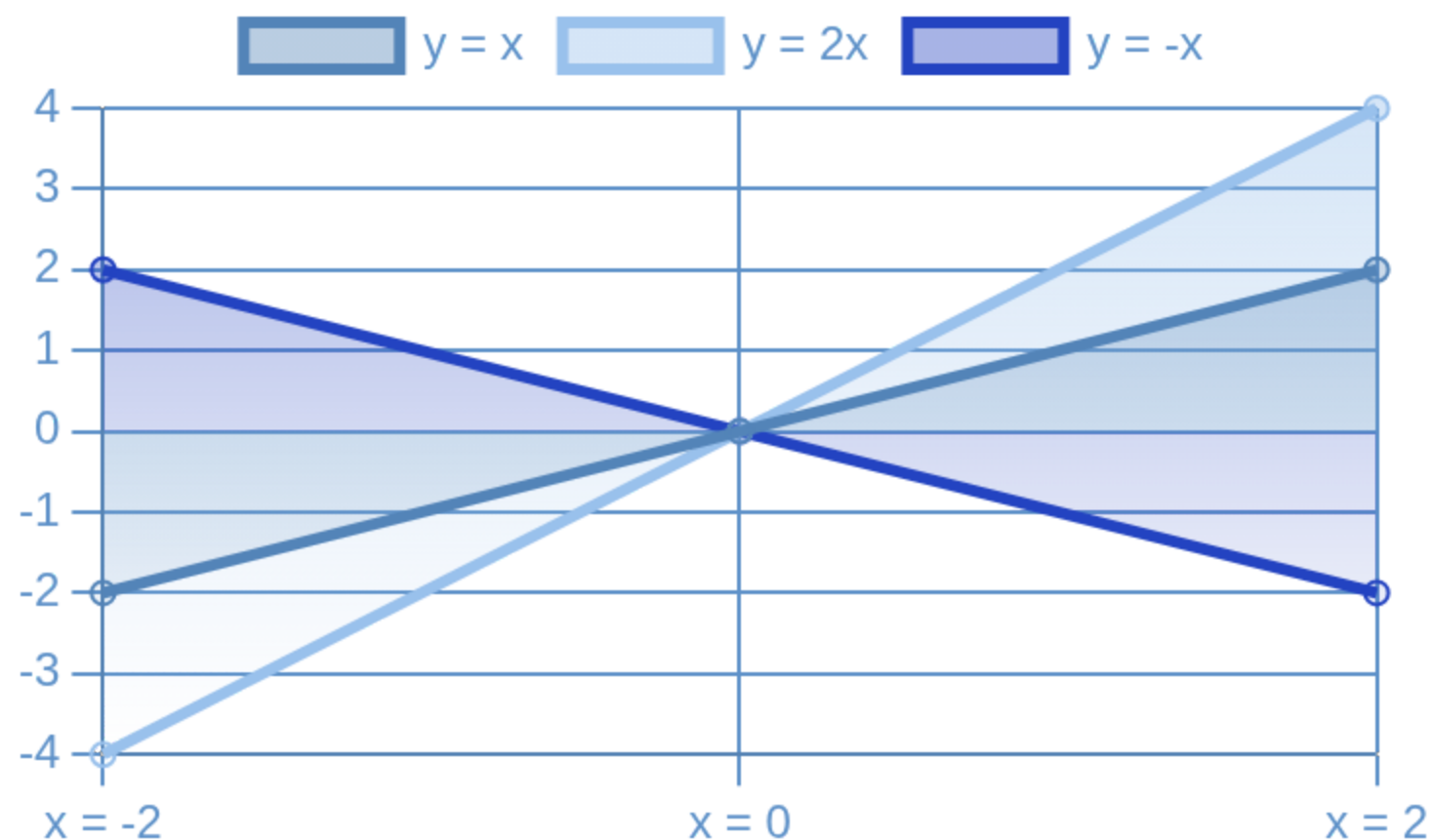
Если $|k|$ одинаково, прямые наклонены одинаково круто. Меняется только направление: одна возрастает, другая убывает, поэтому рисунок выглядит симметричным.



Пример пары

Графики $y = 2x$ и $y = -2x$ имеют одинаковый наклон по модулю, но идут в противоположные стороны. Это удобно видеть на одной координатной плоскости.

Сравнение нескольких функций на одной координатной плоскости



На одном рисунке удобно сравнить рост, наклон и направление трёх прямых. Все они проходят через начало координат, но ведут себя по-разному.

Чем больше модуль k , тем быстрее меняется y ; отрицательный коэффициент меняет направление на убывающее.

Значения вычислены по формулам $y = x$, $y = 2x$ и $y = -x$

Где встречается прямая пропорциональность



Покупка одинаковых предметов

Если известна цена одной тетради или карандаша, общая стоимость меняется прямо пропорционально количеству. Чем больше одинаковых предметов, тем больше итоговая сумма.



Путь при постоянной скорости

Когда движение происходит без изменения скорости, расстояние зависит от времени по формуле вида $y = kx$. За одинаковые промежутки времени проезжается одинаковое расстояние.



Расход материалов и воды

При одинаковых условиях расход воды, топлива или краски увеличивается в постоянное число раз вместе с количеством работы. Это помогает заранее оценить нужный объём.

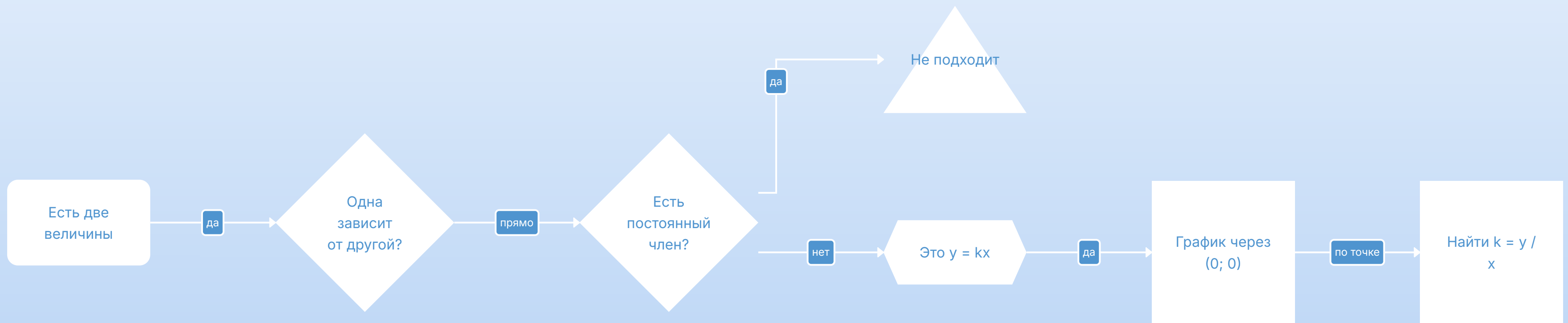


Масштаб карты и чертежа

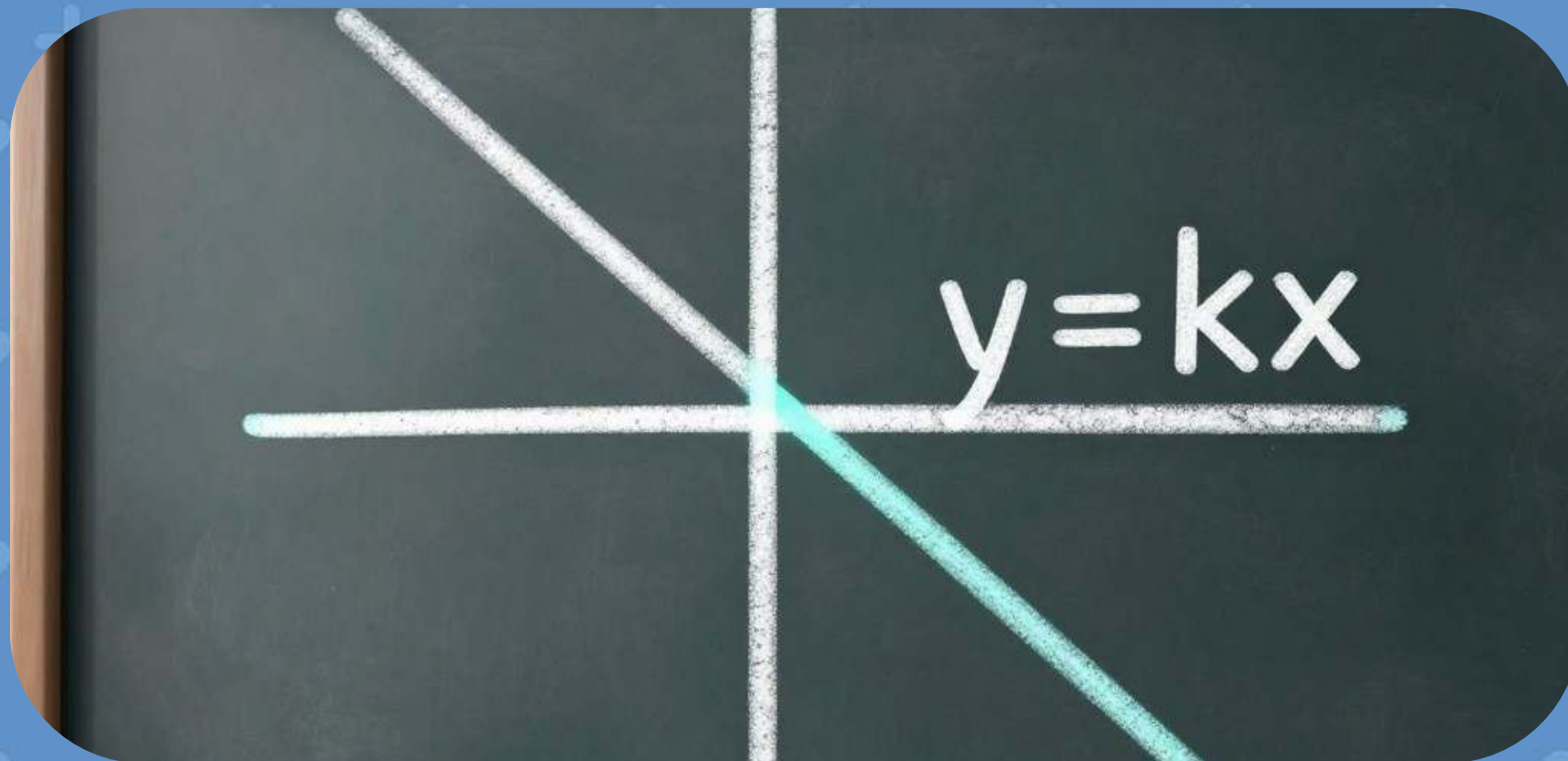
На карте и в чертеже длины связаны постоянным коэффициентом. Реальное расстояние и изображение отличаются по масштабу, поэтому зависимость остаётся прямой пропорциональностью.

Как распознать функцию $y = kx$ в задаче

Последовательность признаков помогает отличить прямую пропорциональность от других линейных зависимостей.

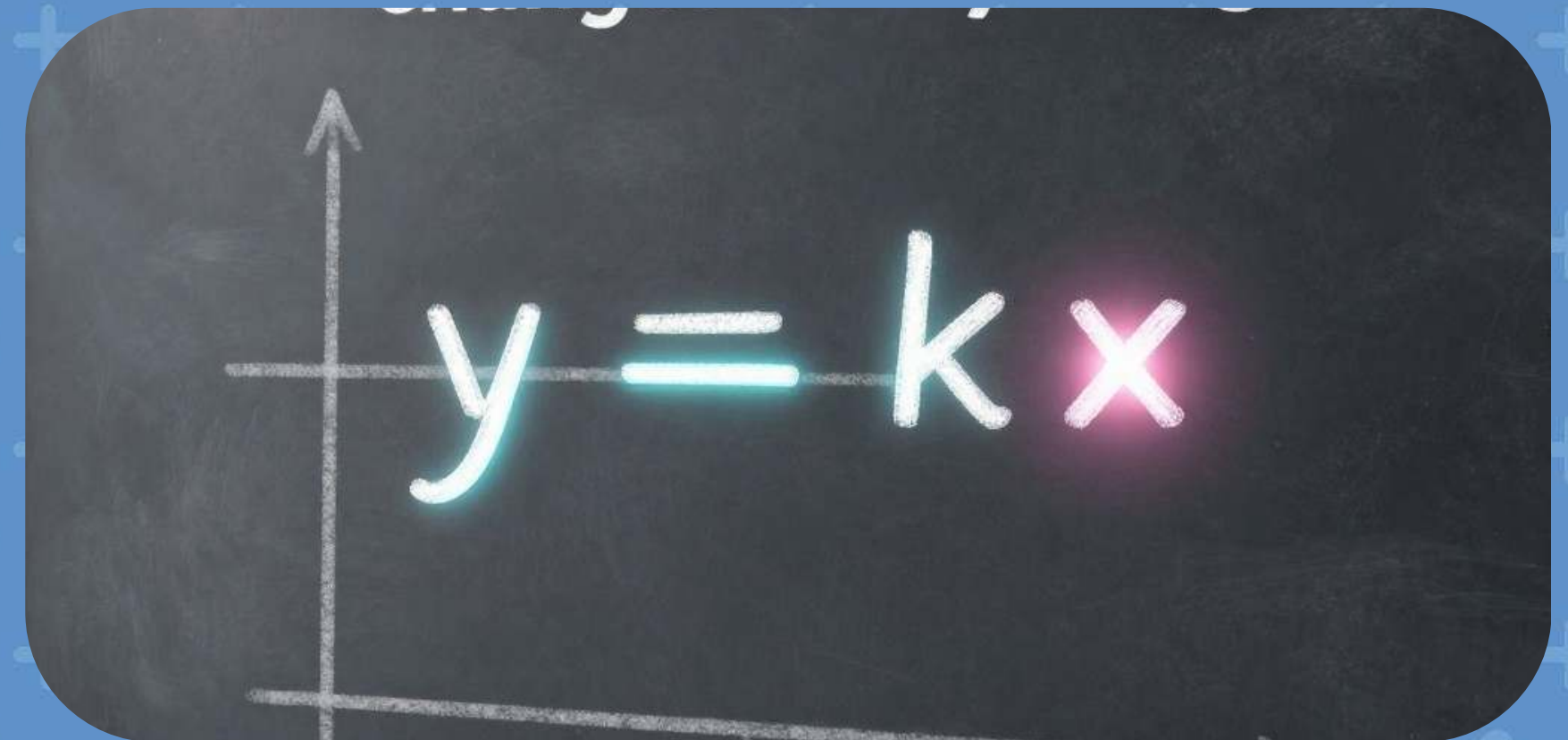


Типичные ошибки при построении графика



Оси перепутаны — и график «ломается»

Иногда ученик ставит значения x на вертикальной оси, а y — на горизонтальной. Из-за этого точки оказываются не там, где должны быть, и прямая уже не показывает нужную зависимость. Даже верная формула выглядит неверно.



Одна неверная точка меняет всё

Ошибка в вычислении координат или забытая точка $(0; 0)$ сразу искажает рисунок. Если прямая проведена не через все отмеченные точки, график перестает соответствовать формуле и теряет главную связь с правилом $y = kx$.

Связь формулы и графика

1

1. Записываем правило

Формула $y = kx$ задаёт чёткую зависимость: каждое значение x умножается на один и тот же коэффициент. Это позволяет заранее получить значения функции без построения графика.

2

2. Получаем точки

Подставляя разные значения x , находят пары чисел и отмечают их на координатной плоскости. Чем больше точек, тем легче убедиться, что они лежат на одной прямой.

3

3. Проверяем соответствие

Если известна одна точка графика, можно найти k и сравнить результат с записью функции. Так формула помогает проверить, правильно ли построена прямая.

4

4. Делаем вывод

Формула и график описывают одну и ту же зависимость, только разными способами. По одному можно восстановить другое и быстро заметить ошибку в решении.

Мини-практика: найди коэффициент k :::

по точке

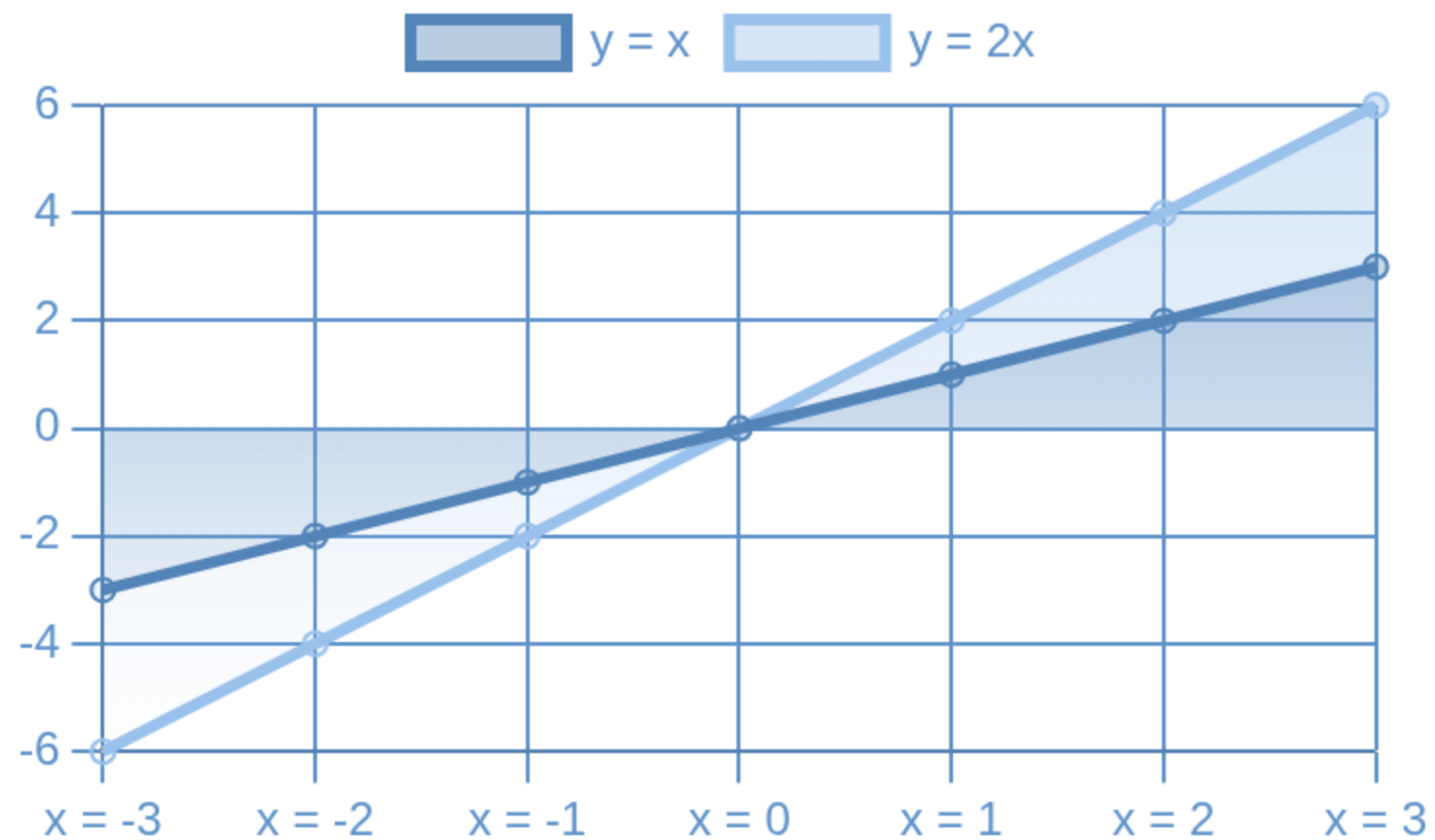
Точка	k
(1; 4)	4
(2; 6)	3
(-3; -9)	3
(5; -10)	-2

+ Вычисли коэффициент пропорциональности по одной точке, если она принадлежит графику функции $y = kx$.

+ Во всех примерах коэффициент находится делением y на x . Одна точка достаточно, если x не равно нулю и точка лежит на графике.

- Значения получены по формуле $k = y / x$

Как меняется y при увеличении x



На графике видно, что обе функции проходят через начало координат, но вторая меняется в два раза быстрее. Это особенно заметно на крайних точках отрезка.

При большем k значения y удаляются от нуля быстрее, поэтому прямая становится круче и растёт или убывает заметнее.

Значения вычислены по формулам $y = x$ и $y = 2x$

Главные выводы о функции $y = kx$ и её графике

Функция $y = kx$ всегда задаёт прямую через начало координат. Знак k показывает направление, модуль — наклон, а случай $k = 0$ даёт ось Ox .