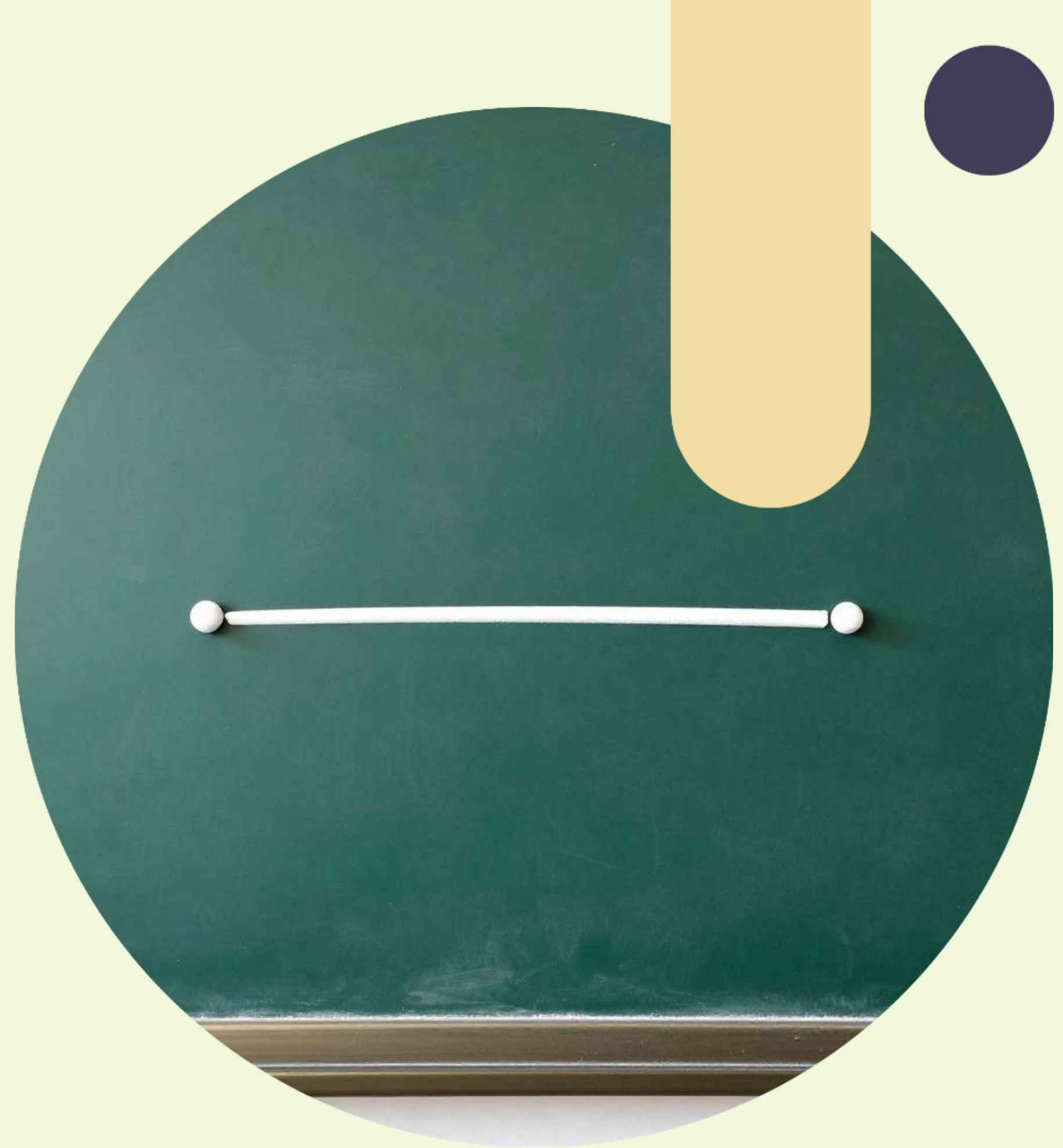
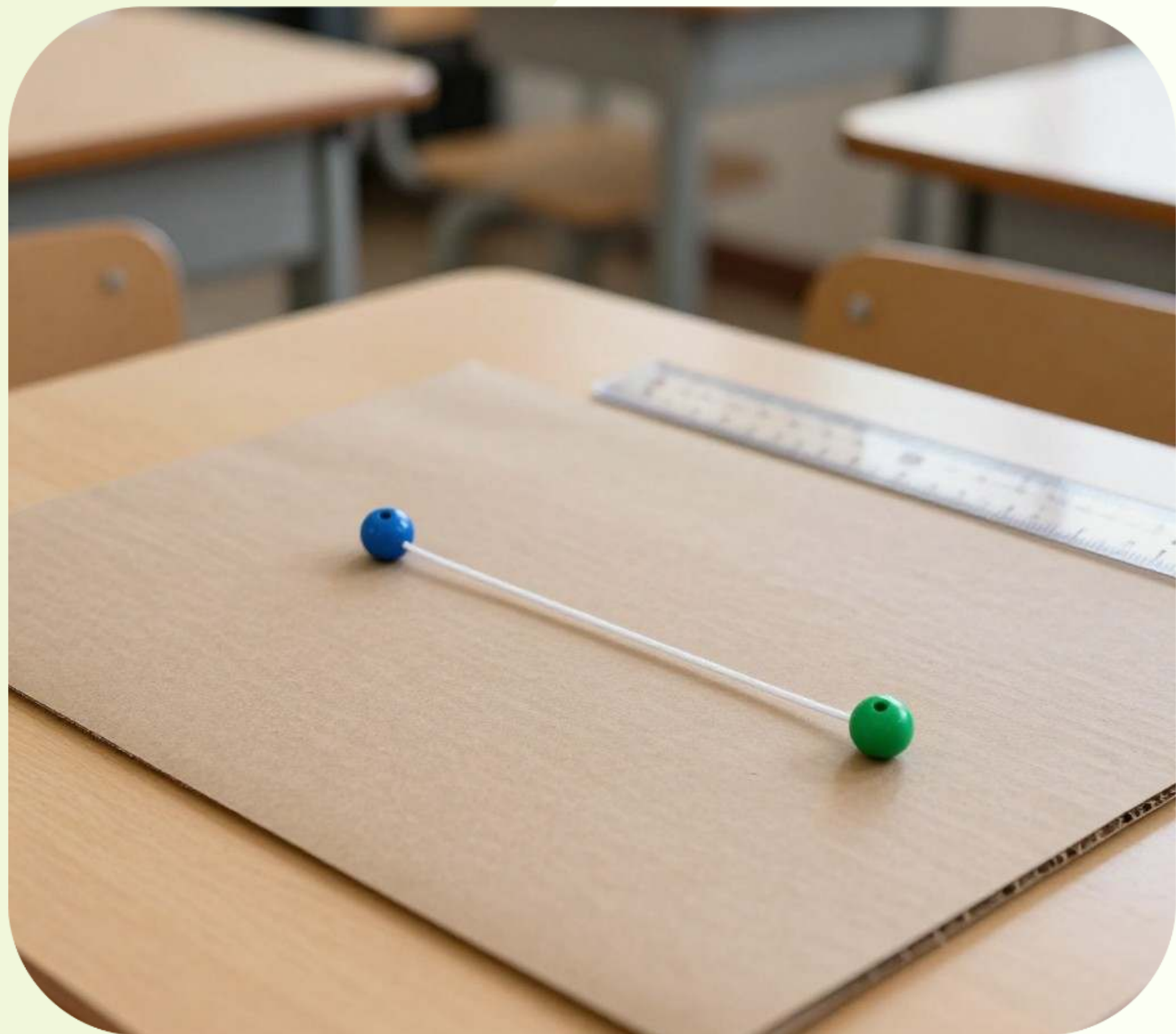


Первичные понятия геометрии: точка, прямая, отрезок и расстояние между двумя точками

Геометрия начинается с точки, прямой и отрезка.





Почему важно знать расстояние между точками

Эта тема помогает уверенно работать с координатами, чертежами и длинами отрезков. Она связывает простые построения с более сложными задачами и готовит к изучению теоремы Пифагора.

Основные геометрические понятия темы

Точка

Точка показывает положение объекта на чертеже или плоскости, но сама не имеет длины, ширины и площади. Её используют как основу для обозначения всех геометрических построений.

Прямая

Прямая не имеет концов и продолжается бесконечно в обе стороны. Она задаёт направление и служит опорой для построения лучей, отрезков и измерений на координатной прямой.

Отрезок

Отрезок — это часть прямой, ограниченная двумя точками. У него есть начало и конец, поэтому его можно измерить и сравнить с другими отрезками по длине.

Расстояние между точками

Расстояние между двумя точками не бывает отрицательным. Оно равно нулю только при совпадении точек, а во всех остальных случаях показывает длину кратчайшего пути между ними.

Как выглядит расстояние между точками на чертеже



Соединяющий отрезок

На рисунке расстояние показывают отрезком, который соединяет две точки. Именно его длина и является искомым расстоянием, а не любая линия между ними.

Кратчайший путь

Если точки лежат на плоскости, самый короткий путь между ними всегда прямой. Поэтому для измерения расстояния используют прямой отрезок, а не ломаную или дугу.

Роль координатной сетки

Координатная сетка помогает точно увидеть положение точек А и В. Подписи координат рядом с ними делают чертёж понятным и удобным для проверки вычислений.

Что показывает рисунок

Такой чертёж подчёркивает важную идею: расстояние связано только с отрезком между точками. Оно не зависит от того, как ещё можно провести линии на плоскости.

Расстояние на координатной прямой

1

Записать координаты

Сначала определяют координаты двух точек на прямой. Обозначим их x_1 и x_2 . Эти числа показывают положение точек и помогают сравнить их взаимное расположение.

2

Найти разность

Затем находят разность координат. Можно вычитать в любом порядке, потому что дальше берётся модуль. Это делает результат удобным и всегда неотрицательным.

3

Взять модуль

Модуль убирает знак минус, если он появляется при вычитании. Поэтому расстояние между точками на прямой всегда равно нулю или положительному числу.

4

Сделать вывод

Формула $|x_2 - x_1|$ показывает, насколько далеко точки находятся друг от друга. Она особенно полезна в задачах, где координаты нужно быстро сравнить без построения чертежа.

Примеры расстояния на координатной прямой

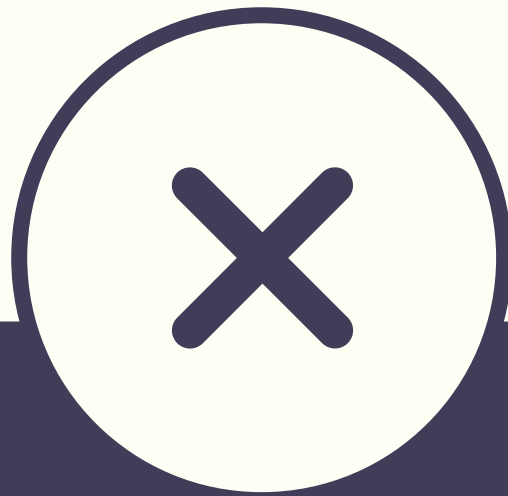
Точки с одинаковыми координатами дают нулевое расстояние, а более удалённые пары — большее значение.

На координатной прямой расстояние зависит только от разности чисел: чем она больше, тем длиннее промежуток между точками.



Школьный курс математики;
вычисления по формуле $|x_2 - x_1|$

Координатная плоскость и две координаты точки



Ось x

Горизонтальная ось показывает положение точки слева или справа от начала координат. По ней определяется абсцисса, которая входит в вычисление расстояния наравне с другой координатой.



Ось y

Вертикальная ось показывает, насколько точка расположена выше или ниже. По ней находят ординату, без которой нельзя точно описать положение точки на плоскости.

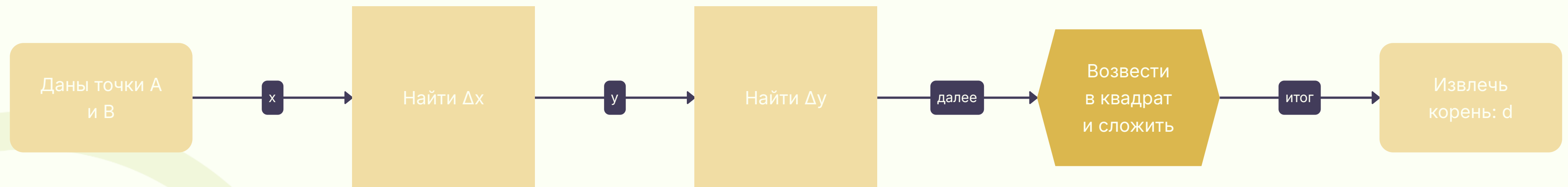


Две координаты сразу

Каждая точка на плоскости задаётся парой чисел. Поэтому расстояние между двумя точками зависит сразу от двух направлений, а не только от одной разности.

Шаги нахождения расстояния между двумя точками на плоскости

Последовательность действий при использовании координат точек $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$



2

**координатные
разности входят
в вычисление
расстояния**

Две разности координат образуют катеты прямоугольного треугольника, поэтому расстояние находят через квадратный корень из суммы их квадратов.

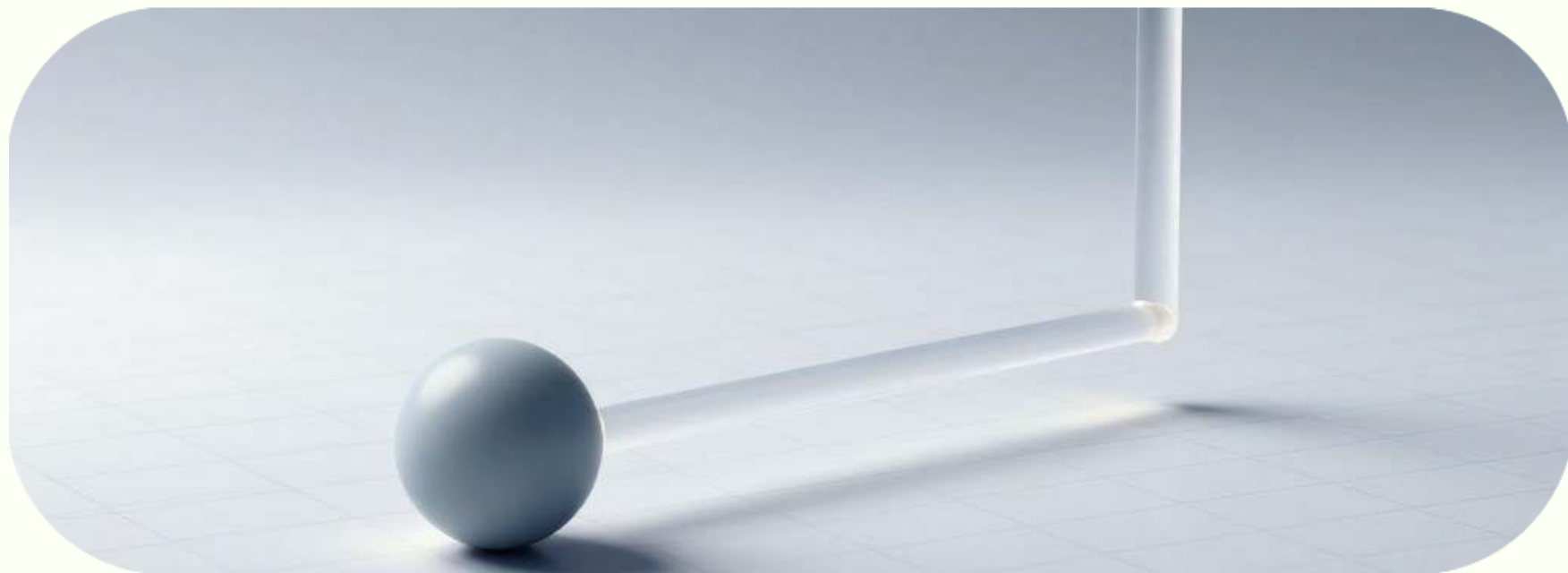
Примеры вычисления расстояния между точками

Точки	Расстояние
(0,0) и (3,4)	5
(-2,1) и (1,5)	5
(2, -1) и (2,6)	7

В таблице показаны несколько пар точек и результаты вычисления расстояния по формуле. Это помогает увидеть, как работает правило в разных случаях.

Во всех примерах ответ совпадает с расчётом по формуле. Если одна координата одинакова, задача заметно упрощается.

Почему формула связана с теоремой Пифагора



Из точек получается треугольник

Если через две точки провести горизонтальный и вертикальный отрезки, вместе с соединяющей их линией они образуют прямоугольный треугольник. Его катеты показывают изменения по осям x и y , а гипотенуза совпадает с расстоянием между точками.



Пример с классическими числами

Для точек $(0,0)$ и $(3,4)$ катеты равны 3 и 4. По теореме Пифагора получаем $3^2 + 4^2 = 5^2$, значит расстояние равно 5. Этот пример удобно запоминается и объясняет саму формулу.

Как меняется расстояние при увеличении катетов

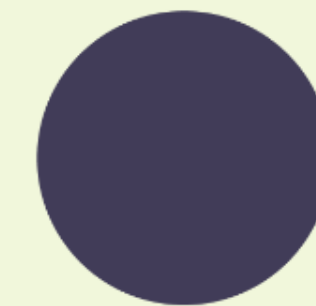
Чем больше отрезки вдоль осей, тем сильнее меняется итоговая длина соединяющего отрезка.

Рост катетов ведёт к увеличению расстояния; зависимость определяется суммой квадратов изменений по осям.



Школьный курс геометрии; учебные примеры для 7 класса.

Частные случаи на плоскости



Одна горизонталь

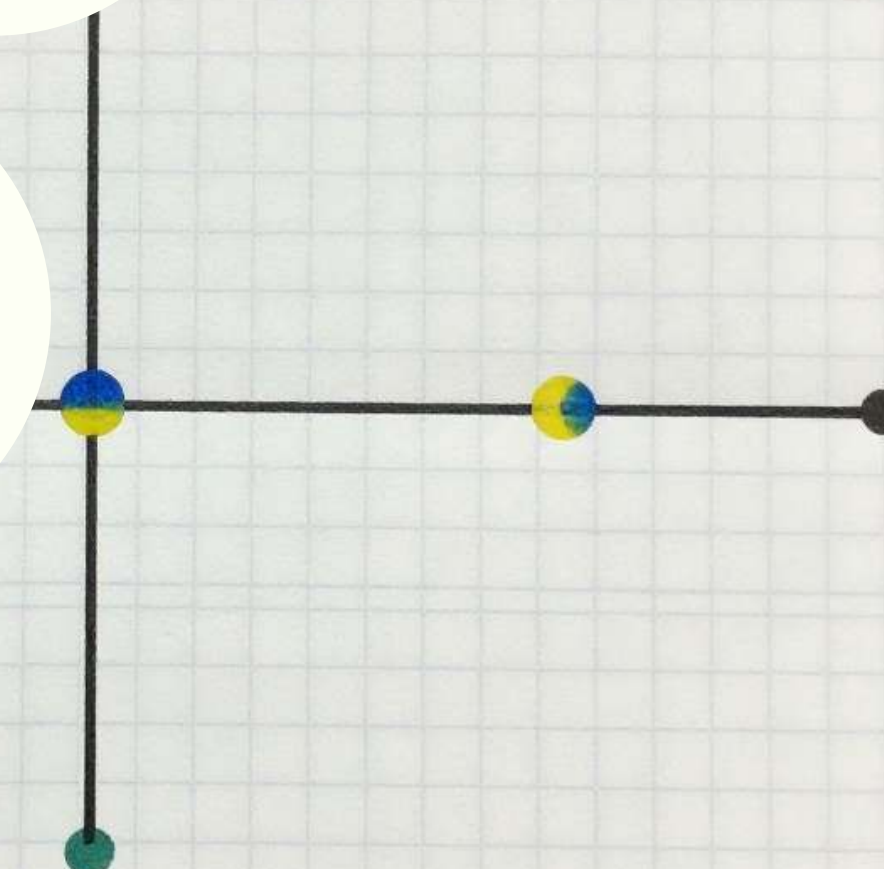
Если точки лежат на одной горизонтальной прямой, изменяется только абсцисса. Тогда расстояние находят как модуль разности x-координат, а формула с квадратным корнем упрощается до обычного вычитания.

Одна вертикаль

Когда точки находятся на одной вертикальной прямой, одинаковы их абсциссы, и меняется только ордината. В этом случае расстояние равно модулю разности y-координат, потому что одна часть формулы становится нулём.

Совпадающие точки

Если обе точки совпадают, расстояние равно нулю. Это означает, что между ними нет промежутка, а формула сразу даёт нулевой ответ без дополнительных вычислений.



Примеры частных случаев и упрощений

Случай	Точки	Расстояние
Горизонталь	$A(2,5), B(9,5)$	7
Вертикаль	$A(-3,1), B(-3,8)$	7
Совпадение	$A(4,4), B(4,4)$	0

В таблице показано, как формула расстояния упрощается в особых ситуациях.

Если одна координата одинакова, одна из разностей равна нулю, и вычисление становится короче.

Типичные ошибки при вычислении расстояния



Складывают вместо вычитания

Иногда вместо разности координат сразу складывают числа. Из-за этого получается неверный результат, хотя правильно нужно сначала найти изменения по каждой оси отдельно.



Забывают корень

После сложения квадратов нельзя останавливаться на промежуточном числе. Чтобы получить расстояние, нужно извлечь квадратный корень, иначе ответ будет слишком большим.



Путают порядок координат

Многие переживают, что $x_2 - x_1$ и $x_1 - x_2$ дадут разные ответы. На самом деле после возведения в квадрат порядок уже не влияет на результат.

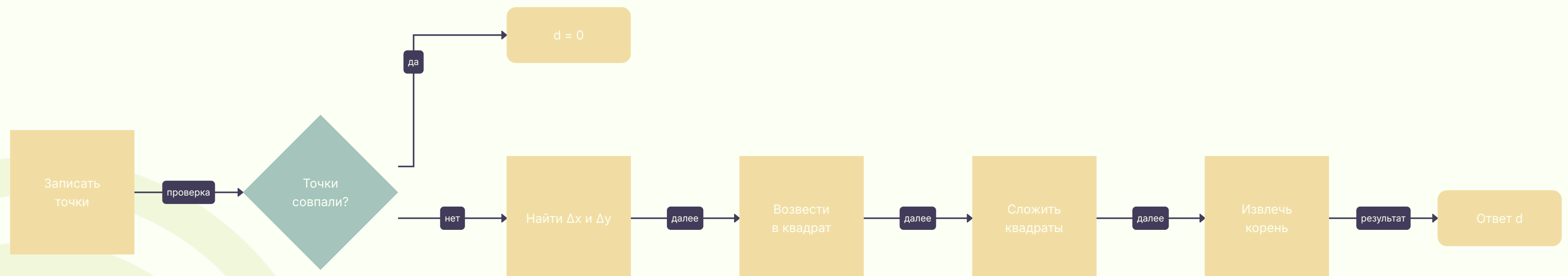


Пишут неверные единицы

Расстояние всегда выражают в единицах длины: сантиметрах, клетках, метрах. Его нельзя записывать в квадратных единицах, потому что это уже относится к площади.

Проверка решения по шагам

Последовательность вычисления расстояния между двумя точками на плоскости.



Где используется расстояние между точками



Черчение и карты

На чертежах и картах расстояние помогает точно оценивать положение объектов, сравнивать отрезки и выбирать удобный масштаб. Это особенно важно, когда рисунок нужно читать без лишних измерений.

Робототехника

Роботы используют координаты, чтобы двигаться к заданной точке и не отклоняться от пути. Расстояние помогает вычислять, насколько далеко устройство находится от цели.

Навигация и маршруты

В навигации расстояние между точками позволяет понимать, как далеко находится нужный объект. По этому принципу строятся простые маршруты на схемах и в электронных картах.

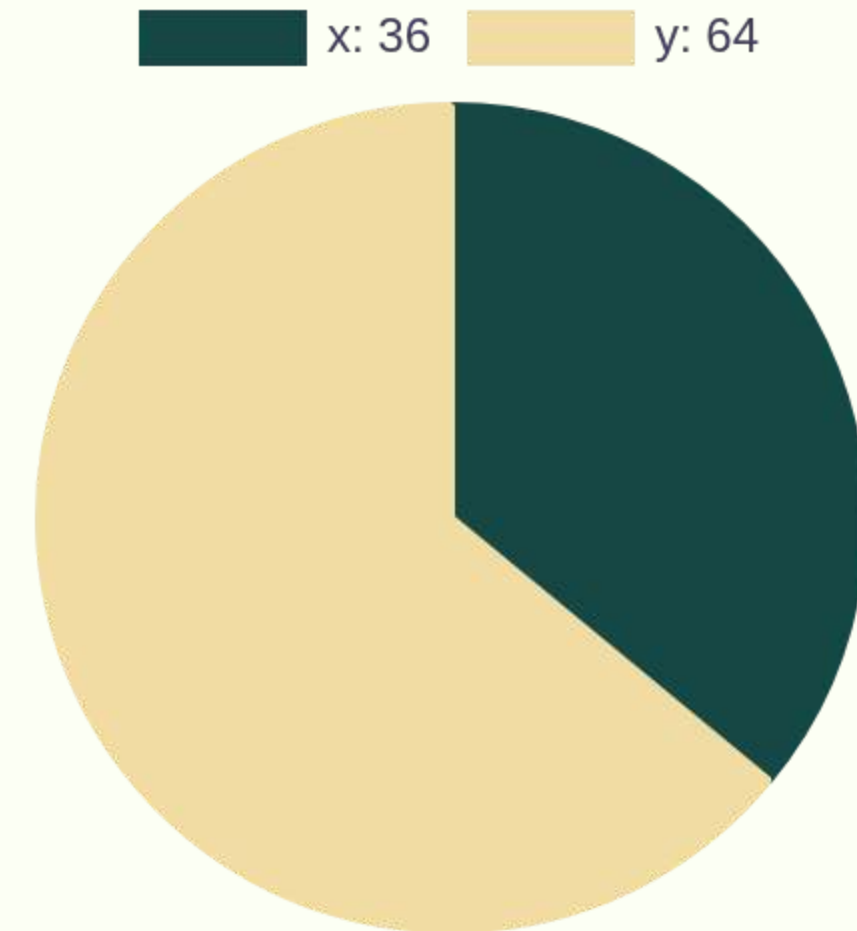
Компьютерная графика

В играх и графических программах расстояние нужно для движения персонажей, проверки столкновений и размещения объектов на экране. Без него трудно сделать поведение сцены точным.

Что влияет на итоговое расстояние

Для точки (6,8) оба направления важны: каждое добавляет свою часть в общий результат.

Итоговое расстояние определяется вкладом обеих координат; чем больше изменения по осям, тем длиннее отрезок.



Школьный курс геометрии; пример для иллюстрации формулы расстояния.

Главные выводы о расстоянии между точками

1

Сначала — отрезок

Расстояние между двумя точками — это длина отрезка, который их соединяет. На рисунке выбирают именно прямую линию, потому что она показывает самый короткий путь.

2

На прямой — модуль

Если точки расположены на координатной прямой, достаточно найти модуль разности их координат. Такой способ всегда даёт неотрицательный результат и не зависит от порядка вычитания.

3

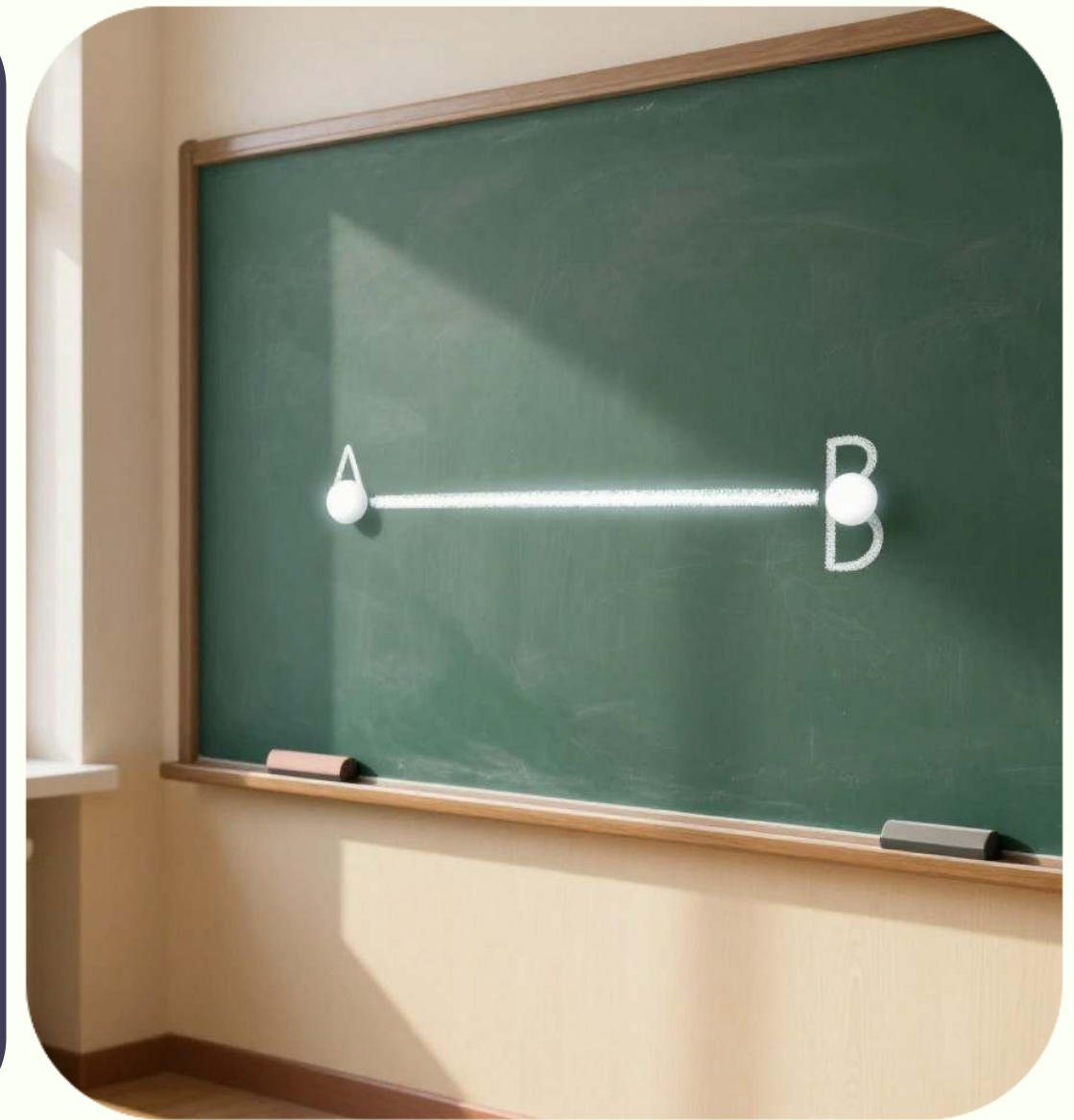
На плоскости — формула

На координатной плоскости учитывают две разности: по оси x и по оси y . Их квадраты складывают, а затем извлекают квадратный корень.

4

Нуль тоже важен

Если расстояние равно нулю, значит точки совпадают. Этот случай помогает быстро проверять ответы и понимать, когда на чертеже нет промежутка между точками.





От точки до формулы расстояния

Мы прошли путь от базовых понятий геометрии к вычислению расстояния на прямой и плоскости. Эти правила помогают уверенно работать с координатами, чертежами и задачами 7 класса.