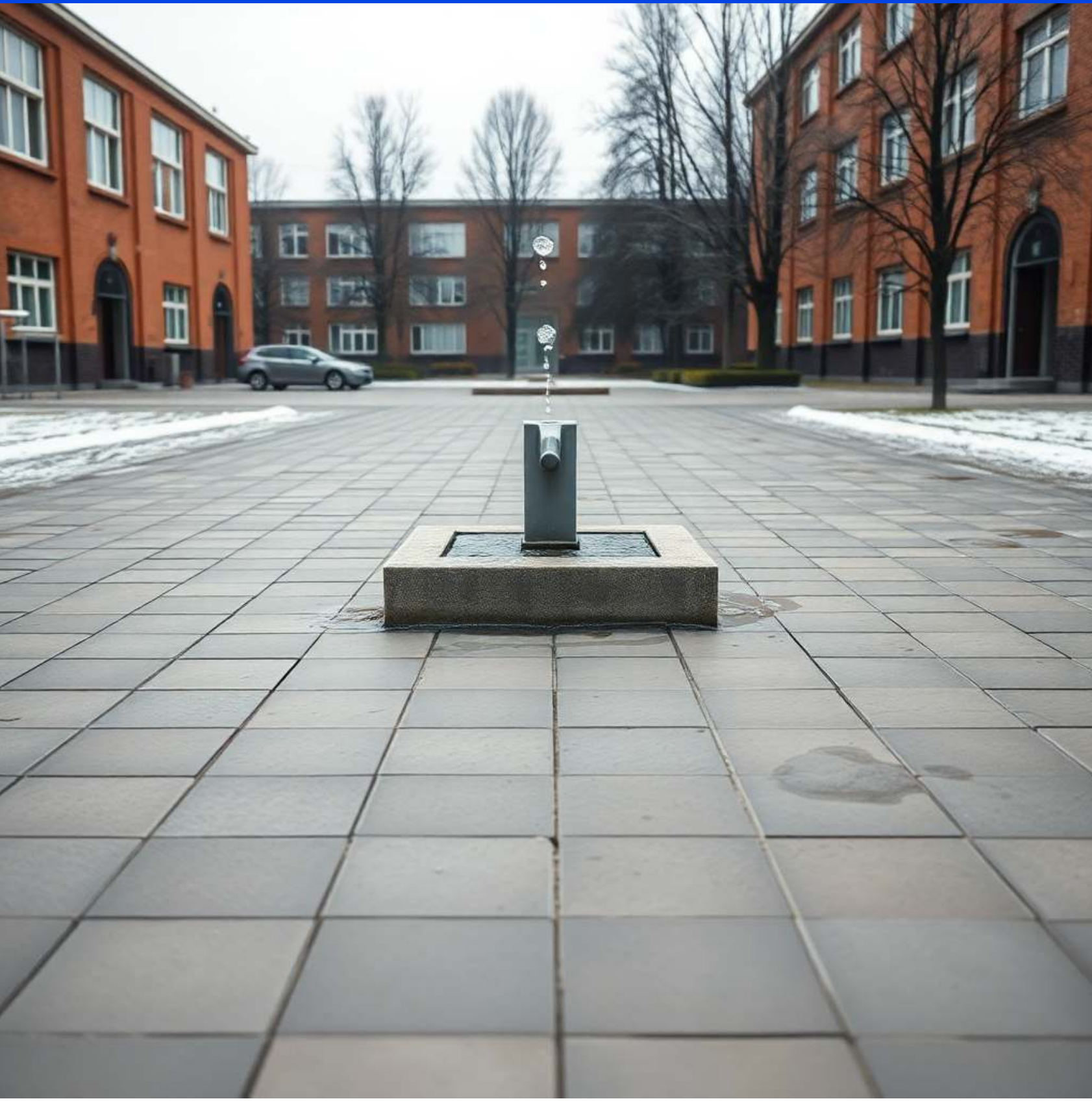


Функция $y = x^2$ и её график

Узнаем, как строится парабола и что она показывает.



Квадрат в жизни и задачах



Квадрат числа встречается в формулах площадей и описании многих процессов. На уроке удобно брать значения x от -3 до 3 : так сразу видны симметрия графика и быстрый рост значений.

Что задаёт функция $y = x^2$

01

Каждому x — свой квадрат

Функция $y = x^2$ каждому числу x ставит в соответствие его квадрат. Поэтому при $x = 2$ получается 4, а при $x = -2$ тоже 4.

02

Ноль даёт ноль

Если $x = 0$, то $y = 0$. Эта точка особенно важна: она находится в начале координат и становится вершиной графика.

03

Положительных значений не меньше

Значения функции не бывают отрицательными, потому что квадрат любого числа не может быть меньше нуля. Это видно для всех выбранных значений x .

04

Чем дальше от нуля, тем больше

При увеличении модуля числа x значение y растёт быстрее. Например, от 1 до 4 и от 4 до 9 — чем дальше от нуля, тем выше график.

05

Одинаковые модули — одинаковый результат

Числа x и $-x$ дают одно и то же значение функции. Это главное свойство помогает сразу замечать симметрию параболы на координатной плоскости.



Таблица значений функции $y = x^2$

По формуле $y = x^2$ вычислим значения функции для нескольких целых x .

Для противоположных чисел x и $-x$ значения совпадают, а наименьшее значение получается при $x = 0$.

x	$y = x^2$
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

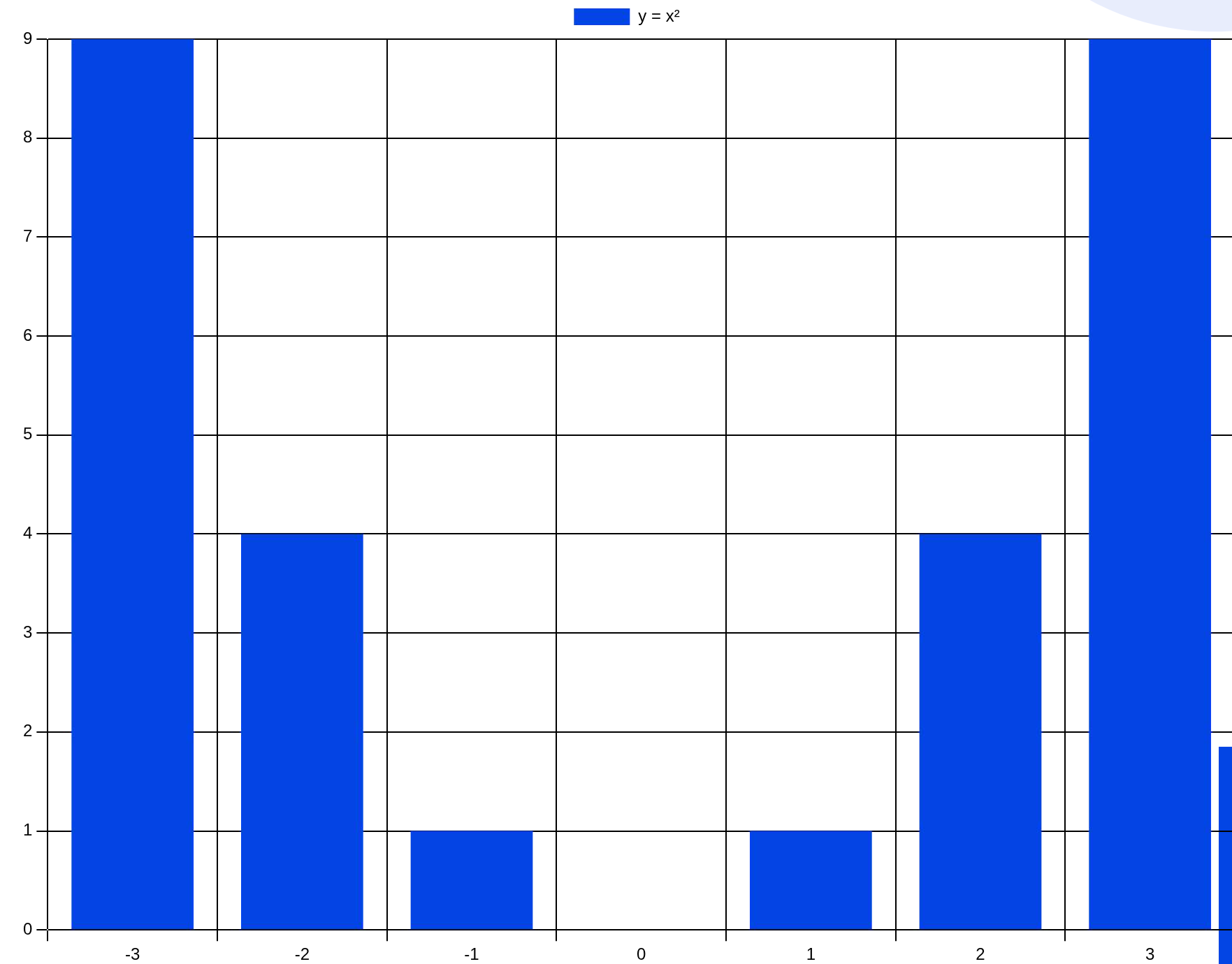
Вычисления по формуле $y = x^2$



Как меняются значения функции

Диаграмма помогает быстро увидеть, где функция принимает одинаковые значения и как меняется высота столбцов при удалении от нуля.

Значения растут по мере удаления от 0, а одинаковые по модулю числа дают одинаковый результат.



Вычисления по формуле $y = x^2$

Парабола на координатной плоскости



- **Форма графика**
График функции $y = x^2$ называется параболой. Его ветви направлены вверх, поэтому линия сначала поднимается медленно, а затем всё быстрее удаляется от оси x .
- **Вершина графика**
Самая нижняя точка параболы находится в начале координат. Именно здесь функция принимает наименьшее значение, а дальше все точки располагаются выше.
- **Ось симметрии**
График симметричен относительно прямой $x = 0$, то есть оси y . Если отметить точку справа, то на такой же высоте найдётся зеркальная точка слева.
- **Опорные точки**
Точки $(\pm 1; 1)$, $(\pm 2; 4)$ и $(\pm 3; 9)$ помогают увидеть форму графика. По ним легко представить плавную кривую без изломов.



2

точки с противоположными абсциссами имеют одинаковую ординату и располагаются зеркально относительно оси y .

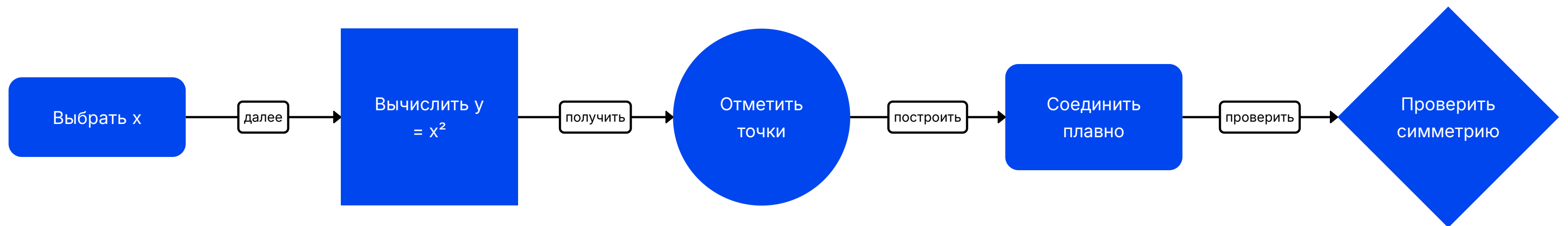
Свойство функции $y = x^2$: $(-x)^2 = x^2$

Это свойство сразу видно в таблице значений и помогает быстро строить график без ошибок.



Построение графика по точкам

Последовательность действий при построении параболы $y = x^2$



Область определения и область значений

Все числа подходят

Область определения функции $y = x^2$ — все действительные числа. Подставлять можно любое x : положительное, отрицательное, дробное или ноль.

Значения не ниже нуля

Область значений ограничена числами, которые больше или равны нулю. Это связано с тем, что квадрат любого числа не бывает отрицательным.

Минимум в начале координат

Наименьшее значение функции равно 0 и достигается только при $x = 0$. В этой точке парабола касается оси x .

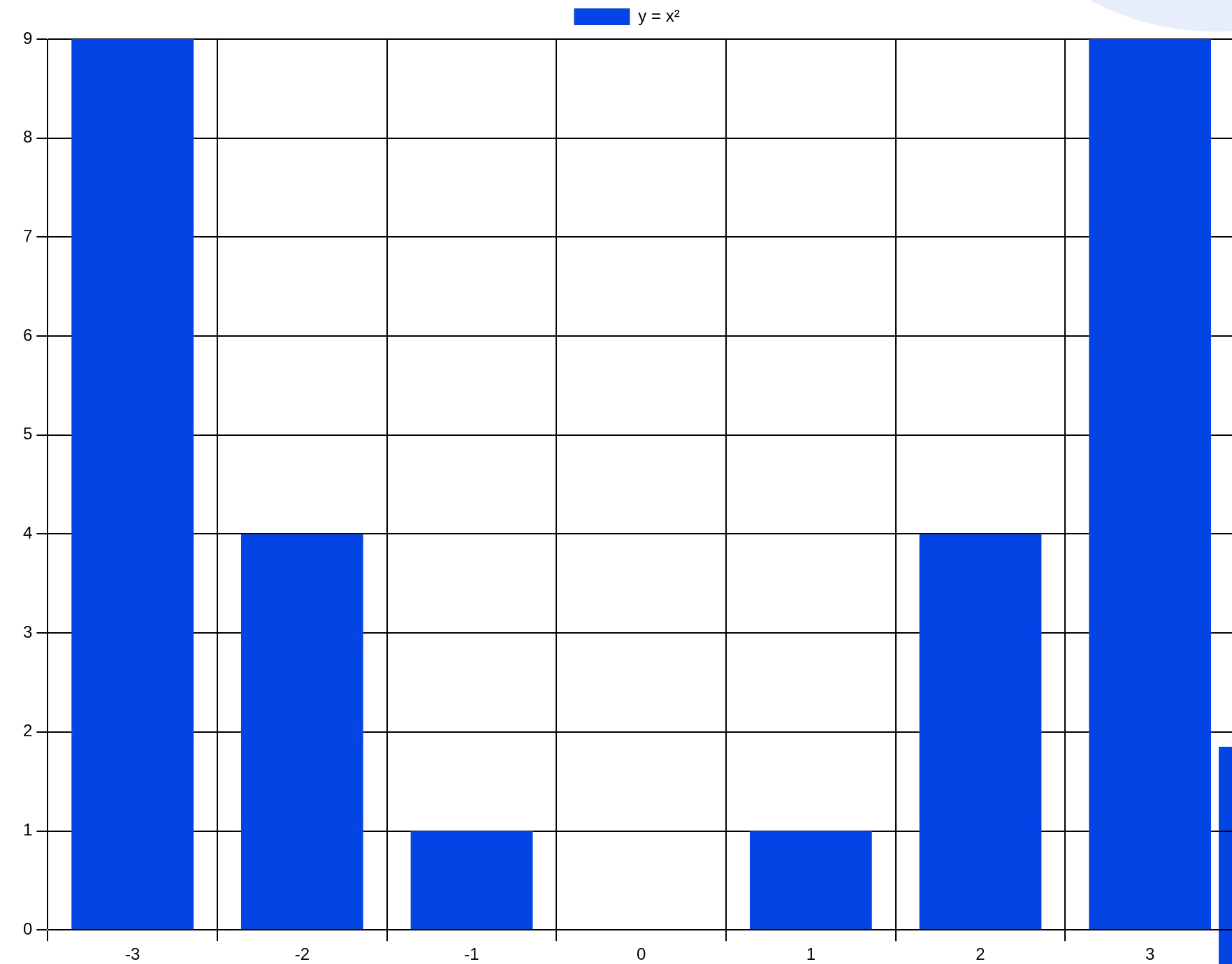
Остальные значения выше

При любом x , кроме нуля, значение y становится положительным. Чем больше модуль x , тем дальше точка находится от начала координат по вертикали.

Минимум функции $y = x^2$

На графике видно, что самая нижняя точка расположена в начале координат и соответствует значению функции 0.

Минимум функции равен 0 и достигается только при $x = 0$; все остальные значения больше.



Вычисления по формуле $y = x^2$

Сравнение с линейной функцией

01

Разная форма графиков

График функции $y = x$ — это прямая линия, а график $y = x^2$ — плавная парабола. Уже по виду видно, что эти зависимости описывают изменение по-разному.

02

Равномерный и ускоряющийся рост

У линейной функции значение увеличивается одинаково при каждом шаге x .
У квадратичной функции рост становится заметнее, когда модуль x увеличивается, поэтому кривая быстро поднимается вверх.

03

Сравнение по точкам

При $x = 2$ получаем значения 2 и 4, а при $x = 3$ — 3 и 9. Разница сначала небольшая, но дальше квадратичная функция начинает опережать линейную всё сильнее.

04

Что важно запомнить

Если на графике рост сначала медленный, а затем всё быстрее, стоит проверить, не описывается ли он квадратной зависимостью. Для $y = x^2$ это особенно хорошо видно на целых значениях x .

Сравнение значений $y = x$ и $y = x^2$

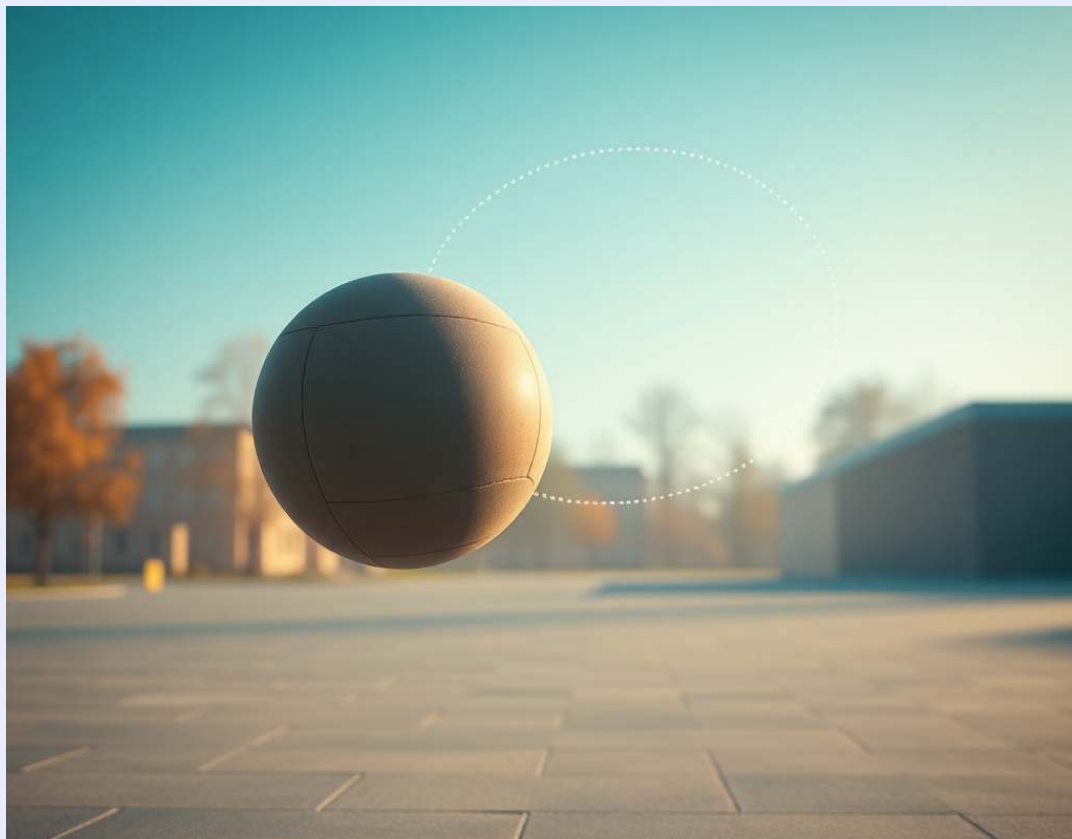
x	$y = x$	$y = x^2$
-2	-2	4
-1	-1	1
0	0	0
1	1	1
2	2	4

Таблица показывает, как для одних и тех же значений x меняются результаты линейной и квадратичной функции.

При отрицательных x линейная функция даёт отрицательные значения, а $y = x^2$ всегда остаётся неотрицательной. При положительных x квадратичная функция начинает расти быстрее.

Вычисления по формулам $y = x$ и $y = x^2$.

Парабола в жизни и технике



Дуга полёта мяча

Если мяч бросить вверх, его путь на рисунке часто напоминает дугу. В школьной модели такую форму удобно сравнивать с параболой, чтобы понять, как меняется высота во времени.



Струя воды из фонтана

Вода, вылетающая из фонтана, образует красивую изогнутую линию. По форме она похожа на параболу, и это помогает заранее представить, где струя поднимется выше всего и где начнёт опускаться.

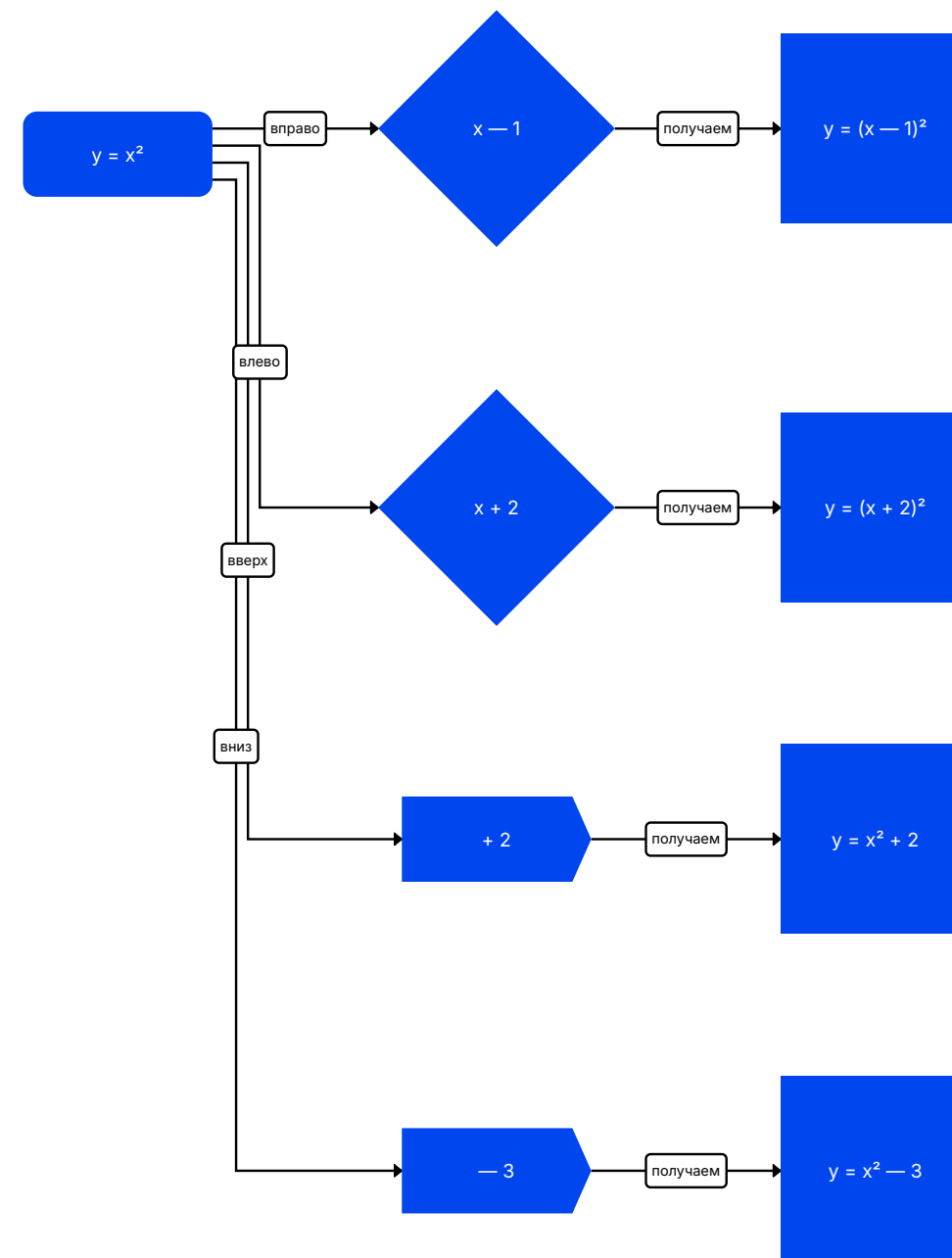


Отражатели и свет

Параболическая форма используется в фонарях и отражателях, потому что она помогает направлять свет. Связь с графиком $y = x^2$ показывает, что математика помогает описывать не только числа, но и устройства вокруг нас.

Как меняется парабола при изменении формулы

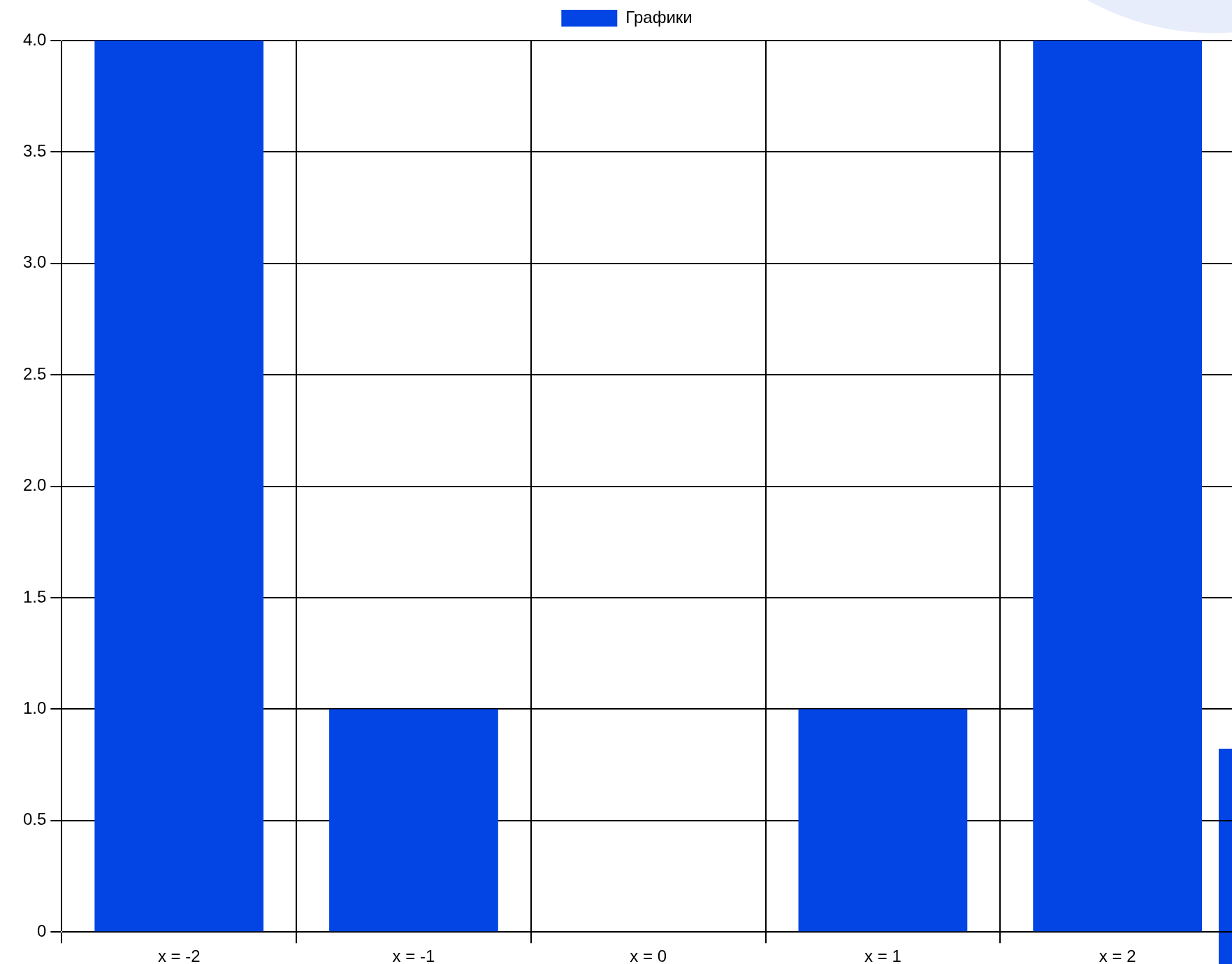
Сдвиги графика при изменении свободного члена и замене переменной в выражении $y = x^2$.



Сдвиги параболы

Сравнение удобно начинать с вершины: именно она показывает, как изменилось положение графика после преобразования формулы.

Форма параболы сохраняется, а меняется только положение графика на плоскости. Это помогает быстро распознавать сдвиги вверх, вниз, вправо и влево.



Построение по формулам $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ и $y = (x - 1)^2$.

Типичные ошибки при работе с $y = x^2$

- **Отрицательный квадрат**

Нельзя считать, что x^2 может быть отрицательным. При любом значении x квадрат числа либо равен нулю, либо положителен, поэтому значения функции не уходят ниже оси x .

- **Путаница с парами точек**

Точки $(-2; 4)$ и $(2; 4)$ часто путают, хотя это разные точки на плоскости. Они обе подходят к графику, потому что квадрат одинаков для противоположных чисел.

- **Ломаная вместо кривой**

Некоторые учащиеся соединяют отмеченные точки отрезками. Но график $y = x^2$ нужно проводить плавной линией, иначе форма параболы будет искажена.

- **Неверная вершина**

Ещё одна ошибка — ставить вершину не в начале координат. Для функции $y = x^2$ вершина всегда находится в точке $(0; 0)$, и это легко проверить по таблице.

- **Неполная проверка точки**

Чтобы убедиться, что точка принадлежит графику, нужно подставить обе координаты в формулу. Если равенство не выполняется, точка не лежит на параболе.

Проверка точек на принадлежность графику

Таблица помогает быстро проверить, лежит ли точка на графике функции $y = x^2$, если подставить её координаты в формулу.

Точка принадлежит графику только тогда, когда её ордината равна квадрату абсциссы. Проверка по формуле даёт точный ответ без построения графика.

Точка	Принадлежит?
(2; 4)	да
(-3; 9)	да
(1; 2)	нет
(0; 1)	нет
(-1; 1)	да

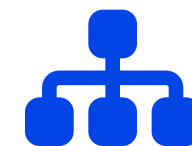
Подстановка координат точек в формулу $y = x^2$.

Зачем изучать этот график



Работа с таблицей

Функция $y = x^2$ учит переходить от формулы к таблице значений. Это первый шаг к пониманию того, как строятся графики и как по данным можно увидеть закономерность.



Видеть симметрию

На примере параболы легко заметить, что точки слева и справа от оси y расположены одинаково. Такое наблюдение развивает внимательность и помогает лучше понимать свойства графиков.



Сравнивать зависимости

Сравнение $y = x$ и $y = x^2$ показывает, что функции могут вести себя по-разному даже при одинаковых значениях x . Это полезно для анализа более сложных зависимостей.



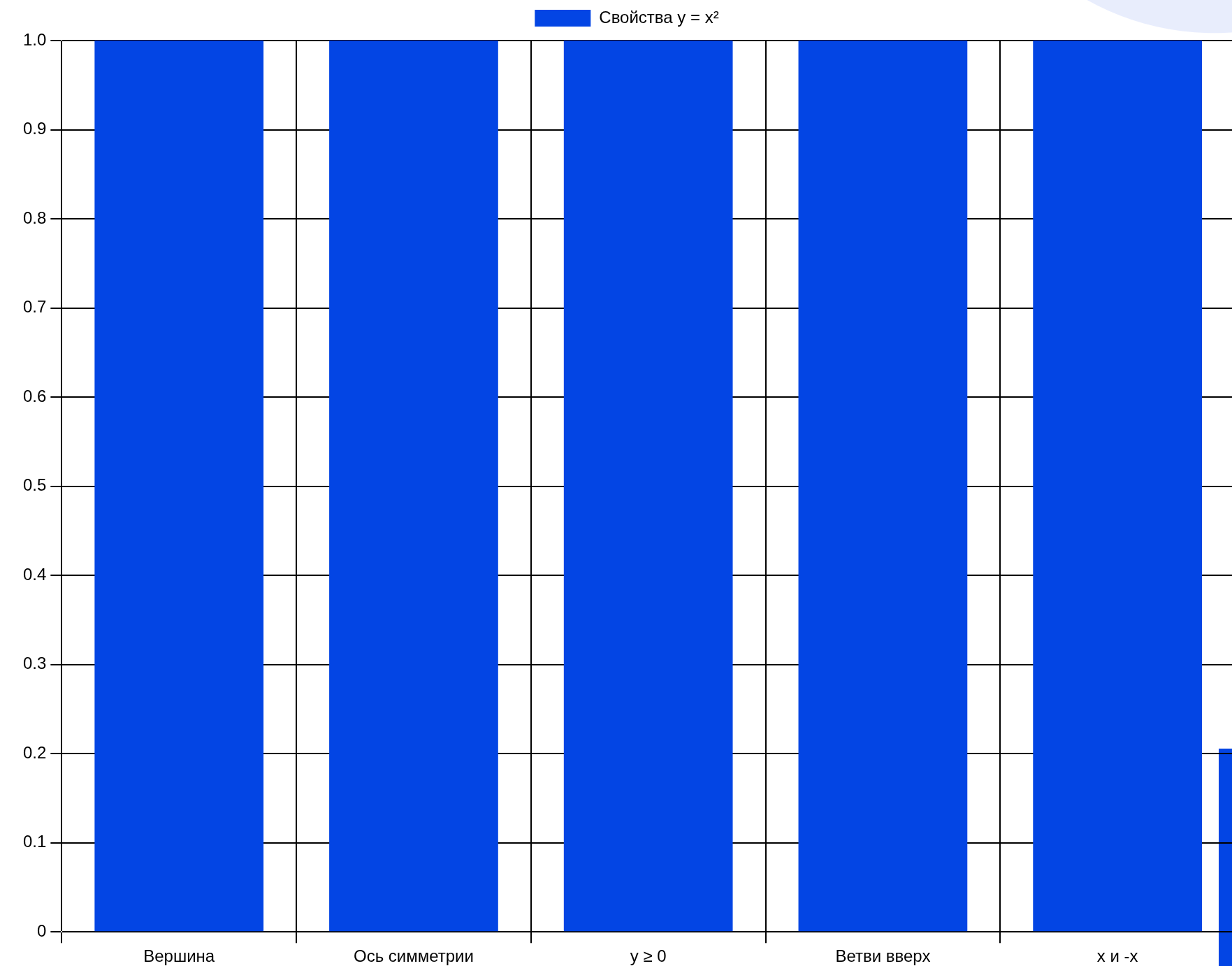
Подготовка к алгебре

Умение работать с квадратичной функцией нужно дальше при изучении уравнений, неравенств и других графиков. Поэтому $y = x^2$ становится важной опорной темой в алгебре.

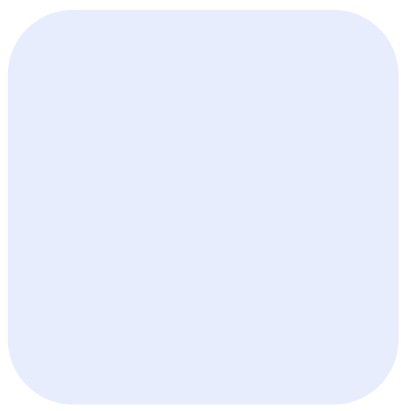
Главные свойства функции $y = x^2$

Все перечисленные свойства можно увидеть на одном аккуратном графике без дополнительных вычислений.

Функция легко узнаётся по вершине в начале координат, симметрии относительно оси y и неотрицательным значениям. Эти признаки всегда работают вместе.



Свойства функции $y = x^2$, изучаемые в курсе алгебры 7 класса.



Что нужно запомнить о $y = x^2$

Функция $y = x^2$ задаёт параболу с вершиной в начале координат. Её график симметричен, не опускается ниже оси x и быстро растёт при увеличении модуля x .