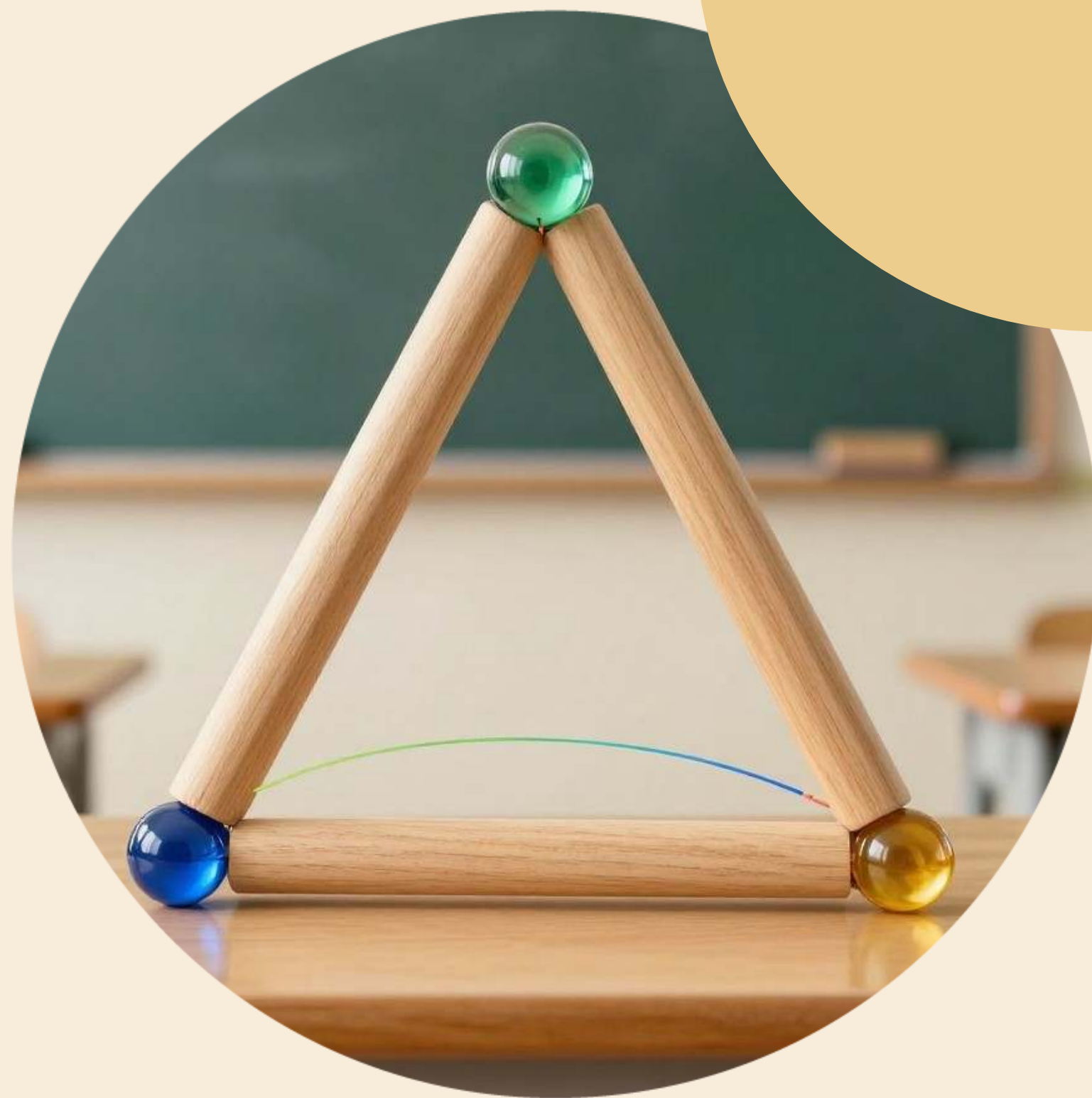


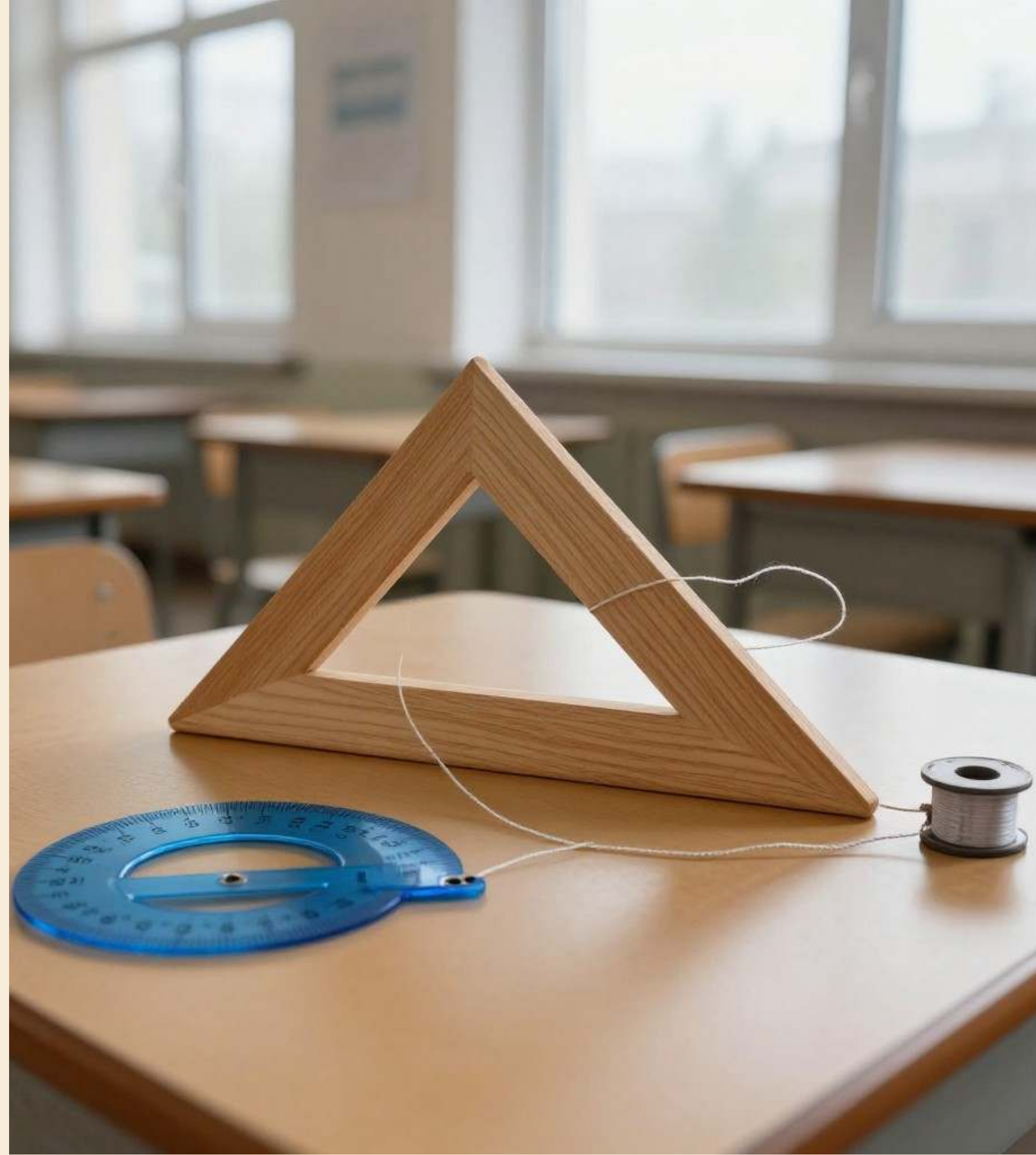
Теорема синусов: связь сторон и углов треугольника

Связь сторон и углов треугольника
в одной формуле.



Как теорема синусов помогает решать треугольники

Когда данных о треугольнике мало, теорема синусов позволяет восстановить неизвестные стороны и углы, опираясь на противолежащие пары и точные пропорции между ними.



Противолежащие стороны и углы

Пара на схеме

01

В треугольнике каждой стороне соответствует угол напротив неё: стороне a — угол A , стороне b — угол B , стороне c — угол C . Именно эти пары сравниваются в теореме синусов.

Одинаковое направление связи

02

Если один угол становится больше, его противолежащая сторона тоже оказывается длиннее. Поэтому по углам можно делать выводы о длинах сторон даже без полного измерения фигуры.

Основа для вычислений

03

Правильное определение противолежащих пар помогает выбрать нужную формулу и избежать путаницы. Без этого невозможно корректно подставить значения и получить верный ответ.



Основная формула теоремы синусов

Главная запись

Основная формула выглядит так: $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$. Она показывает, что для всех трёх пар отношение стороны к синусу угла одинаково.

Расширенная форма

Иногда формулу записывают с радиусом описанной окружности: $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$. Это подчёркивает связь теоремы синусов с окружностью вокруг треугольника.



Что видно на чертеже

На рисунке обычно подписывают стороны и углы, чтобы сразу увидеть пары a и A , b и B , c и C . Так легче понять, что именно подставлять в формулу.

Когда теорема синусов применяется в задачах



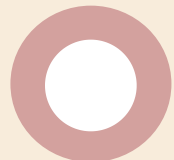
Два угла и сторона

Если известны два угла и одна сторона, теорема синусов помогает быстро найти остальные элементы треугольника, не измеряя его полностью.



Две стороны и угол напротив

Когда даны две стороны и угол, лежащий напротив одной из них, формула позволяет найти недостающий угол, а затем продолжить решение.



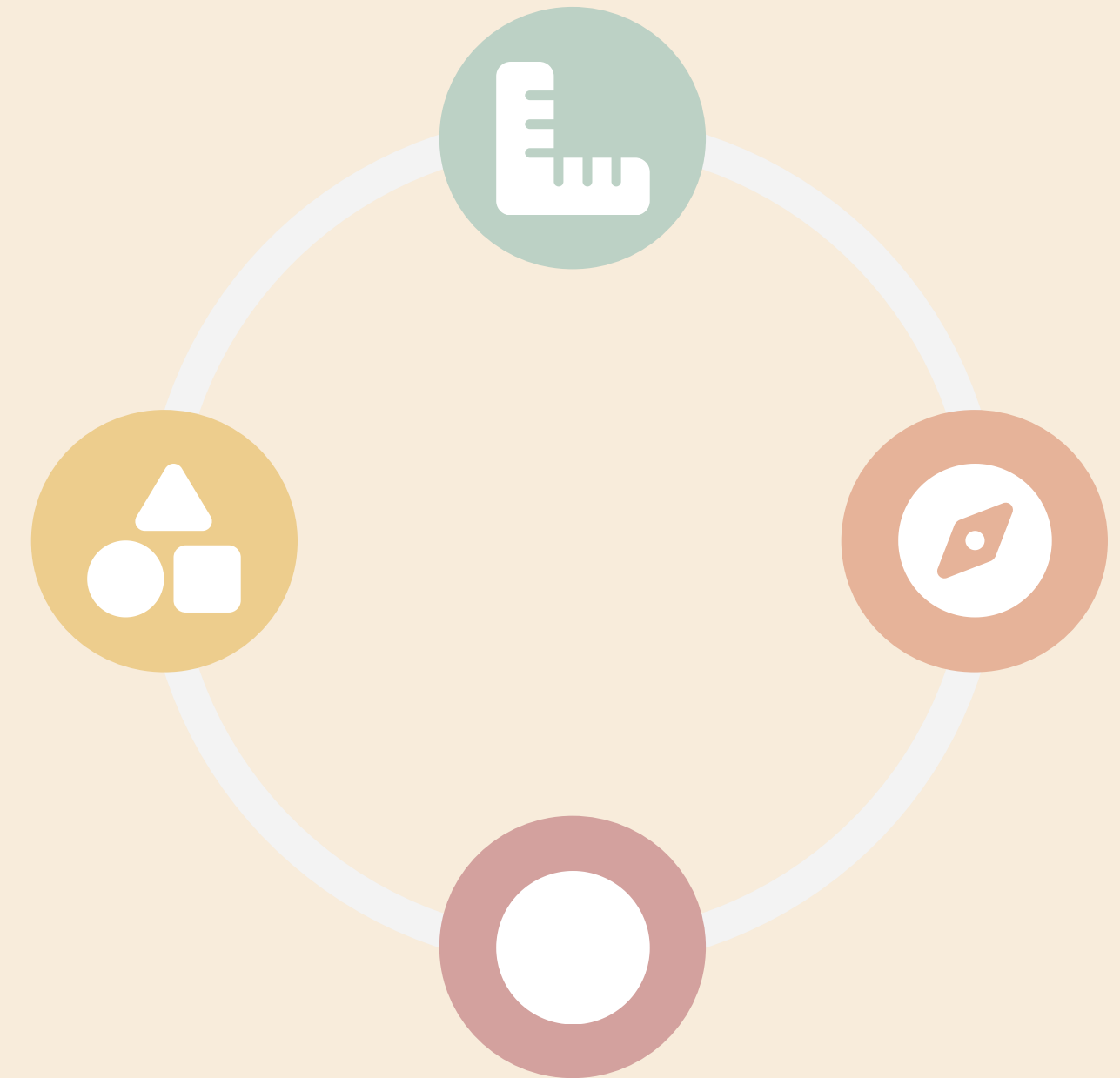
Описанная окружность

Теорема синусов удобна и для вычисления радиуса описанной окружности, потому что в её расширенной записи прямо появляется величина $2R$.



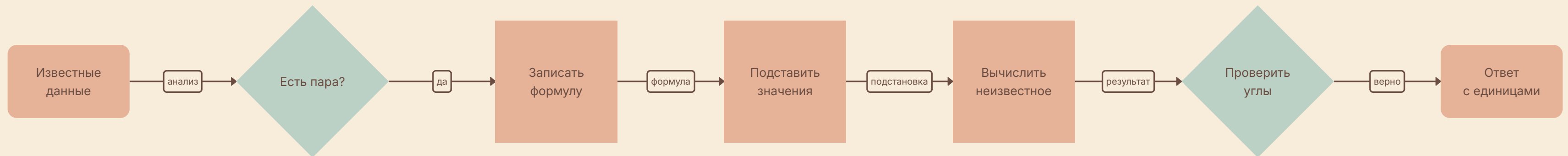
Задачи на решение треугольника

Формула особенно полезна в остроугольных и тупоугольных треугольниках, где по неполным данным нужно восстановить остальные стороны и углы.



Алгоритм решения треугольника по теореме синусов

Последовательность действий при решении задачи по известным данным треугольника



11,3 см

примерно равна сторона b
в этом треугольнике после
подстановки значений
в формулу.

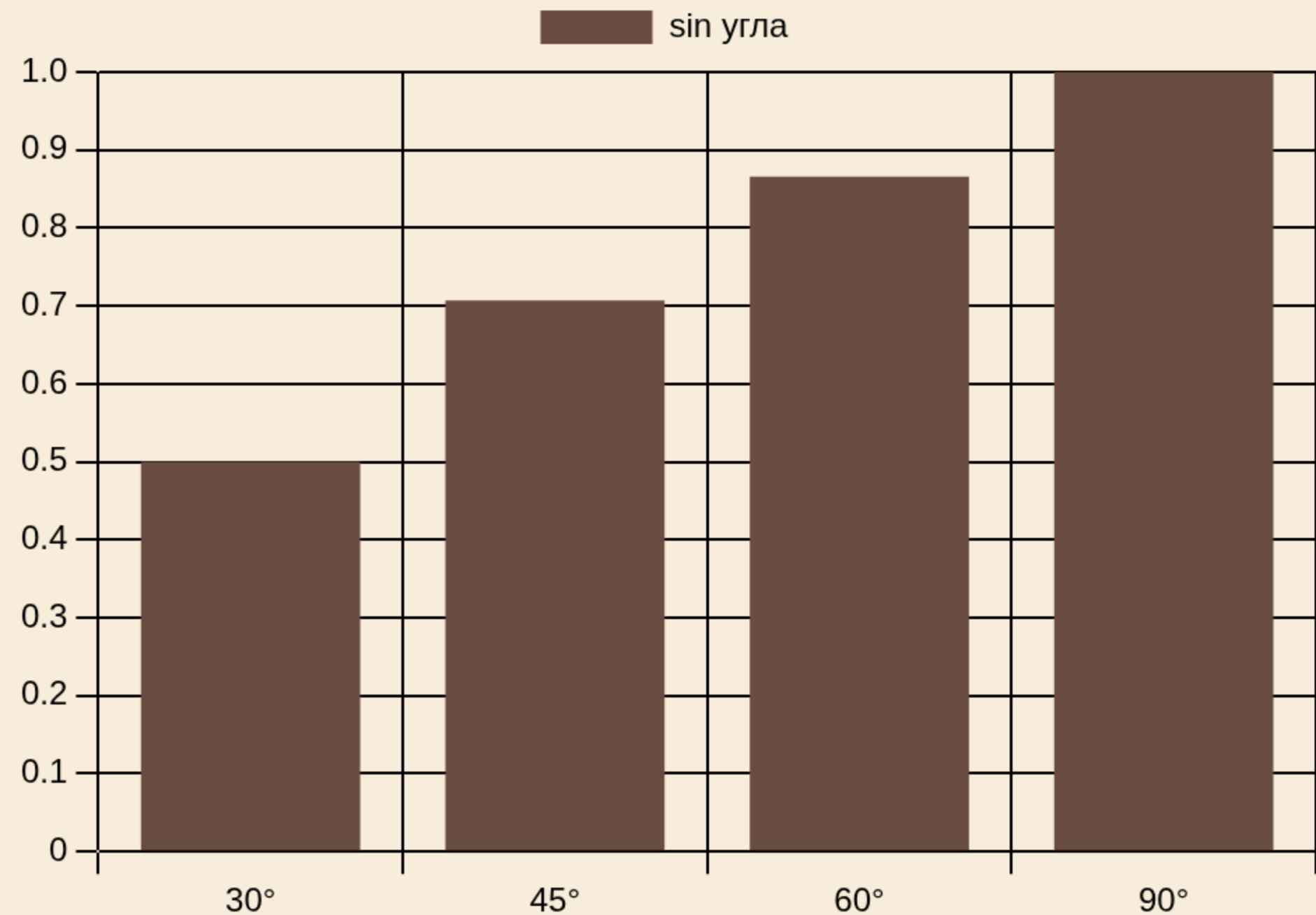
Учебный пример по теореме синусов

Значение получается из отношения синусов, поэтому даже при неполных данных можно найти сторону через известную противолежащую пару.

Значения синусов основных углов

Эти значения часто запоминают, чтобы быстро решать задачи без калькулятора и не тратить время на лишние вычисления.

Синус растёт при увеличении угла от 30° до 90° , поэтому большие углы дают большие значения синуса.



Связь теоремы синусов с описанной окружностью

Окружность вокруг треугольника

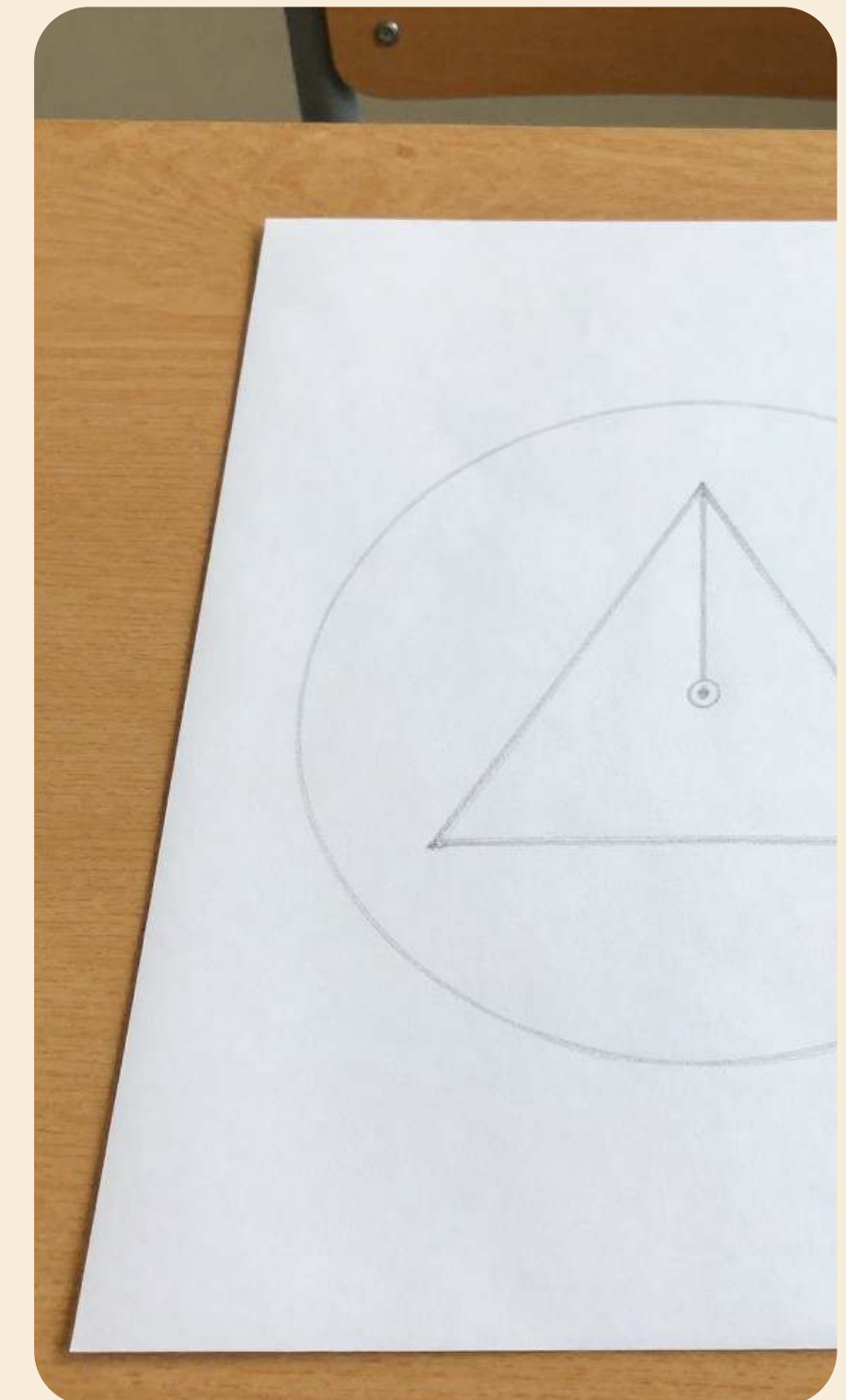
Через все вершины треугольника можно провести одну окружность. Она называется описанной, а её радиус обозначают буквой R .

Связь через $2R$

Теорема синусов показывает, что каждое отношение стороны к синусу противолежащего угла равно одному и тому же числу: $2R$. Это связывает треугольник с окружностью.

Полезный смысл

Благодаря этой связи можно находить радиус описанной окружности по одной стороне и её противолежащему углу, а затем использовать результат в дальнейших вычислениях.



Типовые случаи применения формулы

Таблица показывает самые частые ситуации, в которых удобно применять теорему синусов.

Во всех случаях важно сначала правильно найти противолежащую пару, иначе формула будет применена неверно.

Дано	Находят	Замечание
2 угла + сторона	другая сторона	через пропорцию
2 стороны + угол напротив	угол и элементы	возможен SSA
1 сторона + 1 угол	2R	через 2R

Пример нахождения угла по двум сторонам

1 Исходные данные

Известны две стороны и один угол: $a = 10$ см, $b = 12$ см, $A = 40^\circ$. Сначала определяют противоположащую пару для известного угла, чтобы применить теорему синусов.

2 Находим синус угла

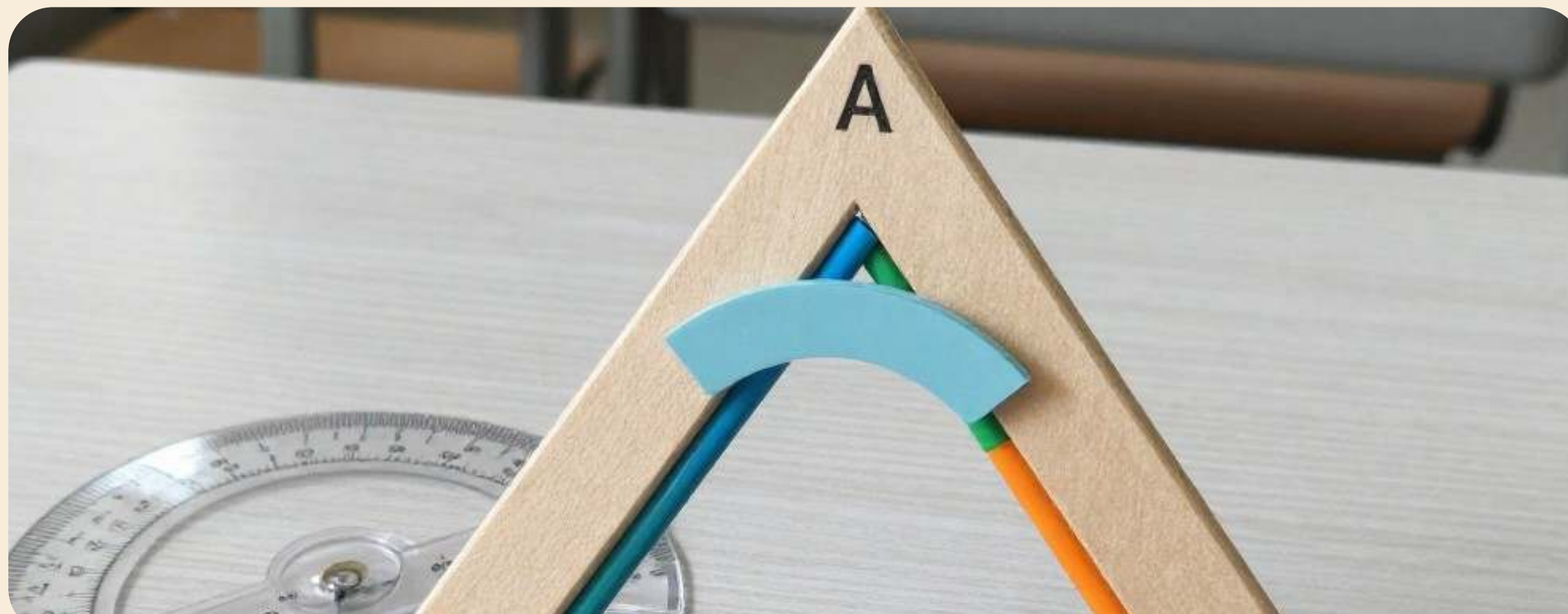
По формуле $\sin B = b \cdot \sin A / a$ подставляют значения. Получается $\sin B \approx 12 \cdot 0,643 / 10 \approx 0,772$, то есть искомый угол можно определить через таблицу или калькулятор.

3 Определяем угол В

Значение $\sin B \approx 0,772$ соответствует углу примерно 50° . При решении важно учитывать, что в школьных задачах выбирают тот угол, который подходит по условию треугольника.

4 Проверяем третий угол

После нахождения В вычисляют $C = 180^\circ - A - B$. Так проверяют, что сумма углов равна 180° , а ответ согласуется с геометрией треугольника.



2R

это одно и то же число для всех
трёх отношений стороны
к синусу противолежащего угла.

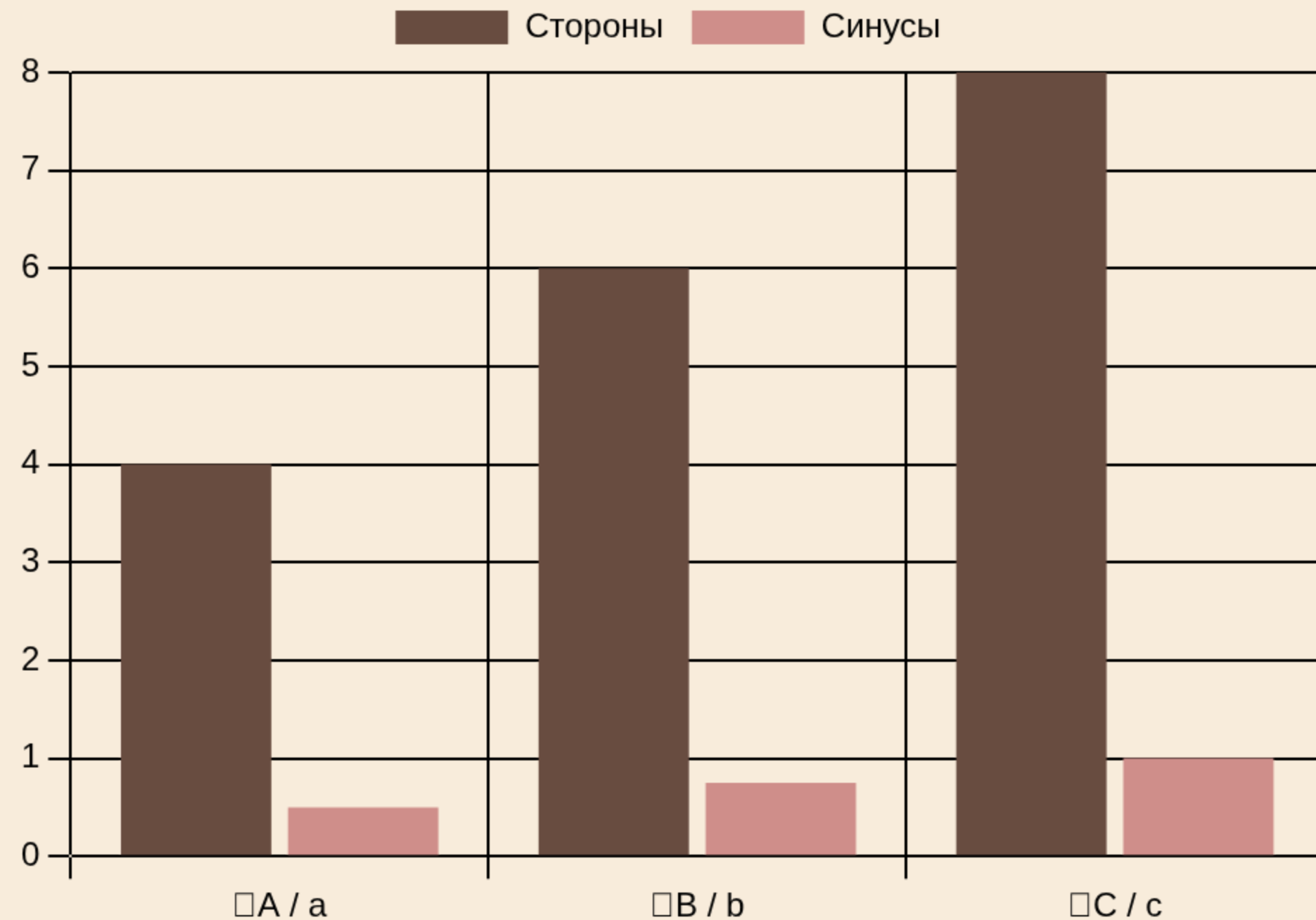
Теорема синусов; школьный курс геометрии 9 класса

Равенство показывает, что стороны и углы связаны одной пропорцией, поэтому можно сравнивать элементы треугольника и проверять, не противоречит ли ответ условию.

Сравнение сторон и синусов в одном треугольнике

На диаграмме использован иллюстративный пример, где значения подобраны так, чтобы отношение стороны к синусу оставалось одинаковым для каждой пары.

Одинаковые отношения подтверждают идею теоремы: сравнивают не сами величины, а соответствующие пары сторона–угол.



Иллюстративный пример по теореме синусов; не эмпирические данные

Особенность случая SSA

Что задано

01

В случае SSA известны две стороны и угол, который не заключён между ними. Этого недостаточно для единственного построения, поэтому при решении нужно быть особенно внимательным.

Почему возможны варианты

02

Один и тот же синус может соответствовать двум разным углам: острому и тупому. Из-за этого по формуле иногда получаются разные геометрически допустимые треугольники.

Как действовать

03

После вычисления синуса проверяют все возможные углы и условия треугольника. Если сумма углов не равна 180° или стороны не согласуются, соответствующий вариант отбрасывают.



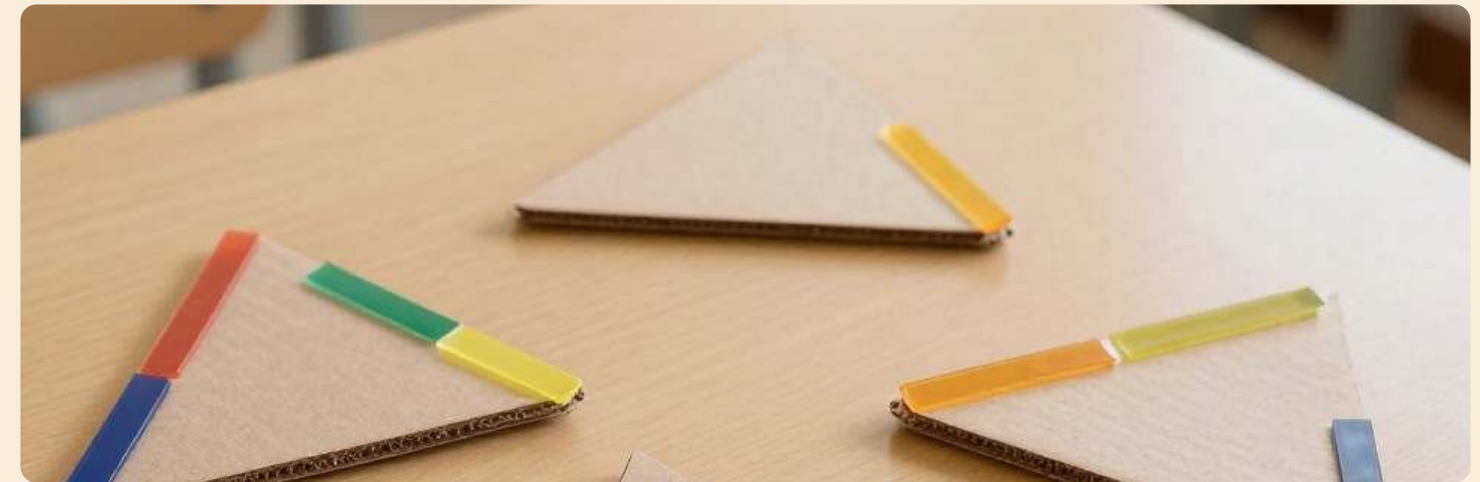
Типичные ошибки при работе с теоремой синусов

Путают пары

Часто берут сторону не напротив того угла, к которому она должна относиться. Из-за этого формула записывается верно, но подставляются неверные величины.

Ошибаются в вычислениях

Иногда при подстановке пропускают скобки, неверно округляют синусы или забывают, что сначала нужно найти именно противолежащую пару, а затем выполнять остальные действия.



Не проверяют угол

После нахождения неизвестного угла необходимо убедиться, что сумма всех углов равна 180° . Без этой проверки можно оставить в ответе невозможный треугольник.

Путают единицы

Если угол ищут в градусах, нельзя смешивать градусы и радианы. А для сторон важно указать правильные единицы измерения: сантиметры, метры или миллиметры.

Теорема синусов и теорема косинусов

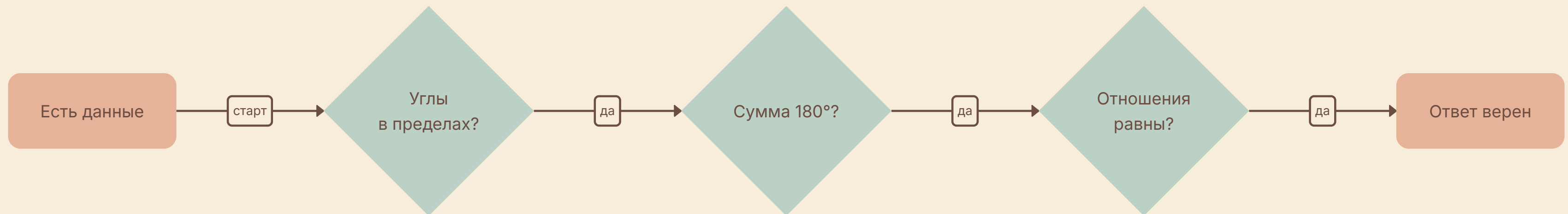
Формула	Когда применять	Что находит
Синусов	Углы и сторона	Стороны, углы
Косинусов	2 стороны + угол	Сторону, угол

Сравнение показывает, в каких ситуациях каждая формула удобнее всего и какие элементы треугольника она помогает находить.

Теорема синусов удобна при работе с противолежащими парами, а теорема косинусов — когда известен угол между двумя сторонами.

Проверка полученного ответа

Последовательность проверки решения по теореме синусов в школьной задаче.



Где теорема синусов встречается в жизни



Картография

Формула помогает определять расстояния и положение точек по углам, когда прямое измерение на карте или на местности невозможно.



Навигация

В навигации теорема синусов используется для расчёта направлений и расстояний между объектами по известному базовому отрезку и измеренным углам.



Геодезия

При работе на местности она позволяет находить недоступные расстояния между точками, опираясь на треугольники, образованные измерениями.



Недоступные объекты

Если объект нельзя измерить напрямую, выбирают две точки наблюдения и вычисляют расстояние до него через известную длину и углы.

Опорные идеи для решения задач по теореме синусов

Эти пять шагов помогают не терять логику решения: от определения пар до проверки результата и учёта особых случаев.

Если все пункты выполнены последовательно, задача решается надёжно и без лишних ошибок.



Теорема синусов — ключ к решению треугольников

Теорема синусов связывает стороны и углы одной пропорцией и помогает находить неизвестные элементы треугольника, проверять ответы и решать практические задачи по геометрии.