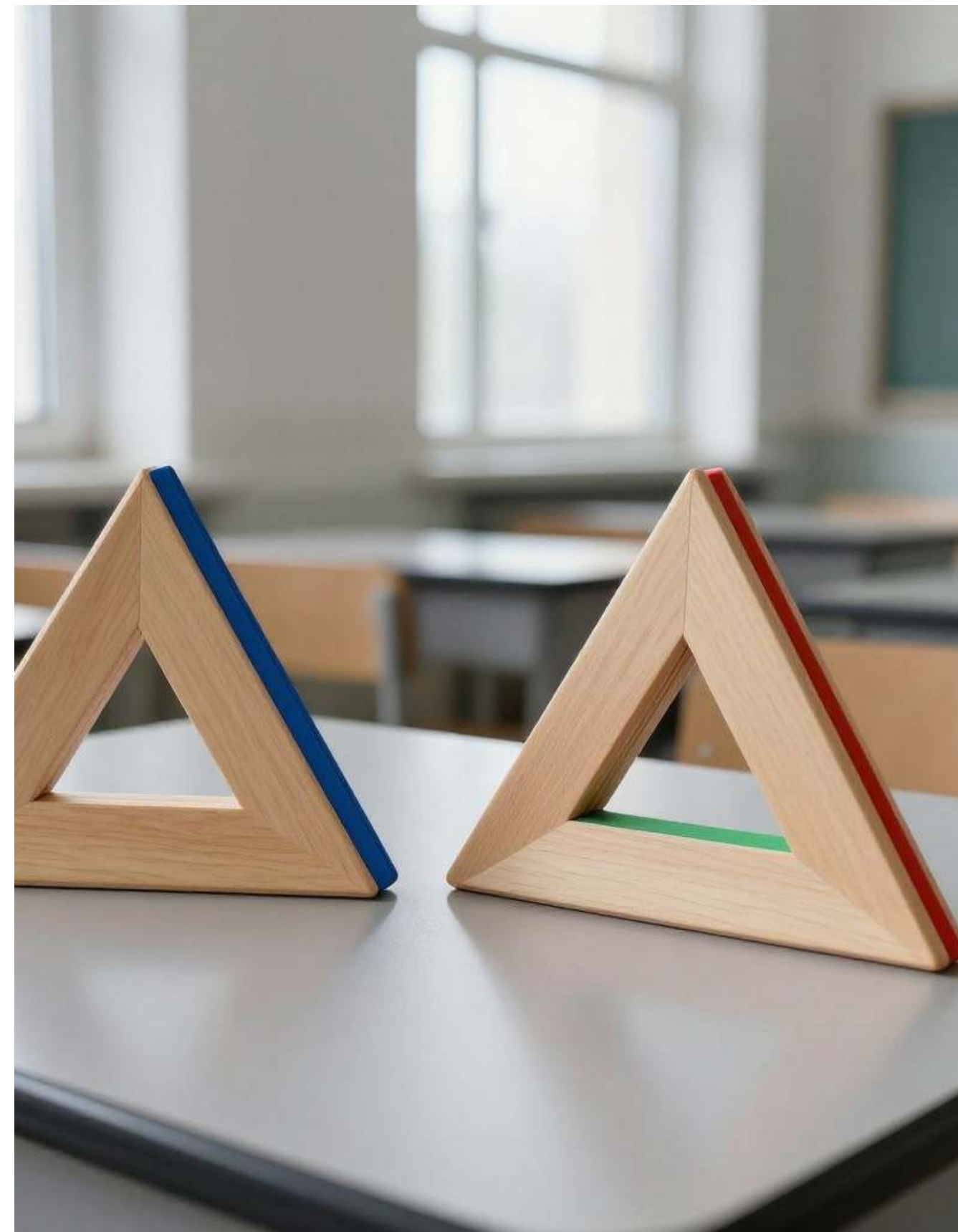


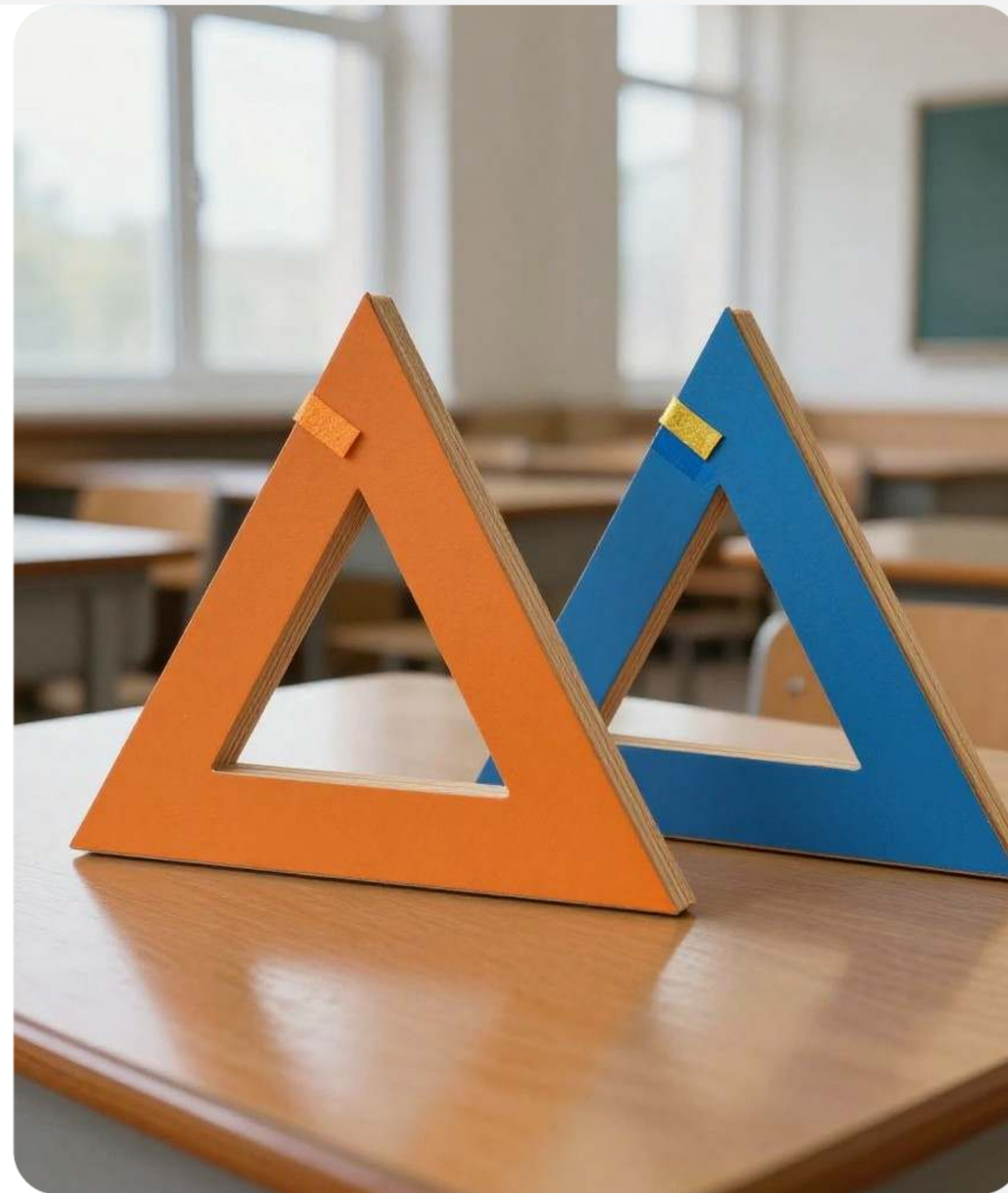
# Первый признак равенства треугольников

Треугольники, их стороны, углы и вершины.



# Первый признак в школьной геометрии

В 7 классе этот признак помогает строго сравнивать фигуры, доказывать равенство отрезков и углов, а также исследовать свойства треугольников по чертежу, а не по виду рисунка.



# Что значит, что треугольники равны

## Одинаковая форма

Равные треугольники имеют одинаковую форму: если мысленно наложить один на другой, их контуры полностью совпадут без сдвига, растяжения или поворота.

## Одинаковый размер

У равных треугольников совпадают размеры всех соответствующих сторон и углов, поэтому любые измерения в одном треугольнике можно перенести на другой.

## Не все элементы сразу

Для проверки равенства не обязательно сравнивать всё подряд: достаточно установить равенство нужного набора элементов, который гарантирует полное совпадение фигур.

## Первый признак

В первом признаке таким набором являются две стороны и угол между ними, потому что именно они полностью определяют треугольник при сравнении.

# Какие элементы сравниваются в первом признаке

## Первая сторона

Сначала сравнивают одну соответствующую сторону в двух треугольниках. На чертеже её удобно отмечают одинаковым числом штрихов, чтобы не перепутать пары.

## Вторая сторона

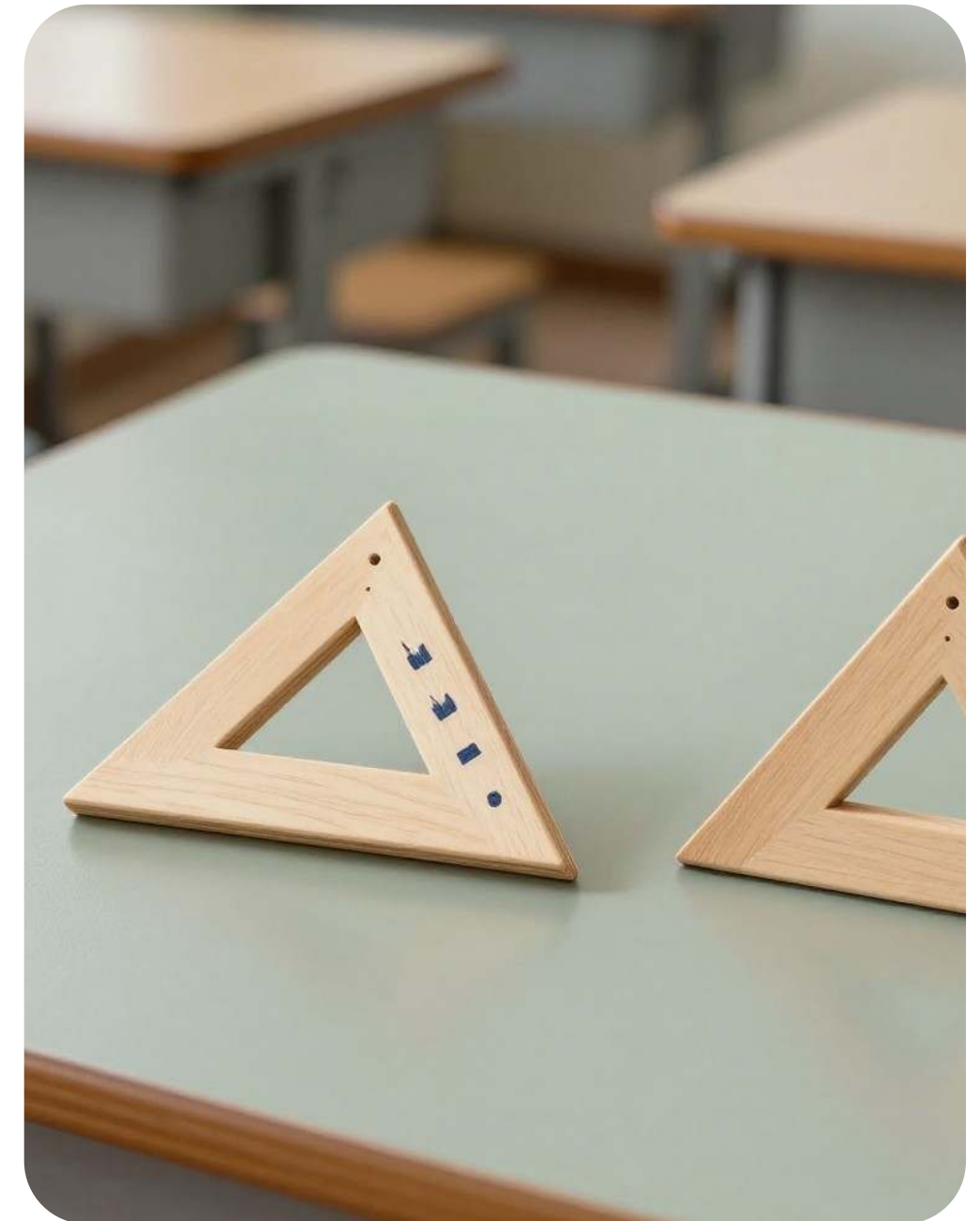
Затем проверяют вторую сторону, которая должна соответствовать первой по положению и длине. Только вместе обе стороны дают нужную основу для вывода.

## Заключённый угол

Важен именно угол, образованный этими двумя сторонами. Он показывает, насколько «раскрыт» треугольник, и связывает обе стороны в единую фигуру.

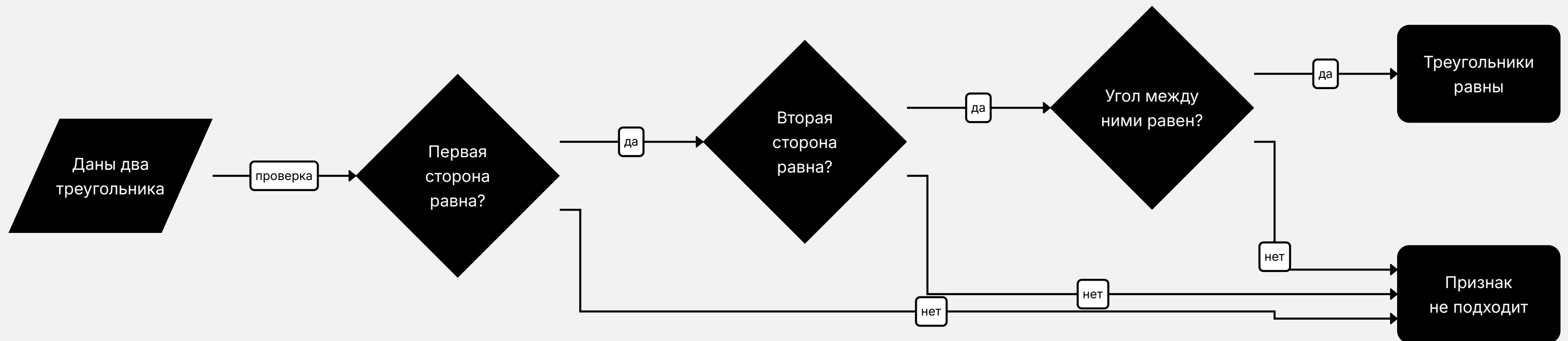
## Условные обозначения

Равные элементы на рисунке обозначают одинаковыми штрихами и дугами. Такое оформление помогает быстро увидеть соответствие сторон и углов в двух треугольниках.



# Проверка первого признака равенства треугольников

Последовательность проверки условий по школьному чертежу



# Формулировка первого признака

1

## **Сначала условие**

Если у двух треугольников совпадают две соответствующие стороны, это ещё не завершает проверку. Нужно обязательно убедиться, что между ними расположен равный угол.

2

## **Главный вывод**

Когда две стороны и угол между ними одного треугольника равны двум сторонам и углу между ними другого, треугольники считаются равными.

3

## **Почему это важно**

Этот признак особенно удобен в школьных задачах, потому что по нескольким заданным элементам можно сразу сделать строгий вывод о всей фигуре.

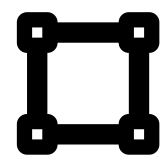
# Три элемента, которые должны совпасть

В таблице показано, какие элементы сравнивают по первому признаку равенства треугольников.

Угол должен быть заключённым, то есть лежать между указанными сторонами.

| Элемент | Первый треугольник | Второй треугольник |
|---------|--------------------|--------------------|
| Сторона | AB                 | A1B1               |
| Сторона | AC                 | A1C1               |
| Угол    | $\angle BAC$       | $\angle B_1A_1C_1$ |

# Почему важен именно угол между сторонами



## Только две стороны недостаточны

Если известны лишь длины двух сторон, треугольник может «раскрываться» по-разному. Тогда фигуры с одинаковыми сторонами способны иметь разный вид.



## Достаточное условие

Сочетание двух сторон и угла между ними даёт надёжное основание для сравнения. Именно этого набора достаточно, чтобы сделать строгий вывод о равенстве.



## Угол задаёт форму

Заключённый угол фиксирует положение сторон относительно друг друга. Благодаря ему становится ясно, как именно построен треугольник и как он выглядит.

# Пример с числовыми данными

1

## Дано в задаче

В двух треугольниках по 5 см равны две стороны, а угол между ними в каждом случае составляет  $40^\circ$ . Это уже нужный набор для проверки.

2

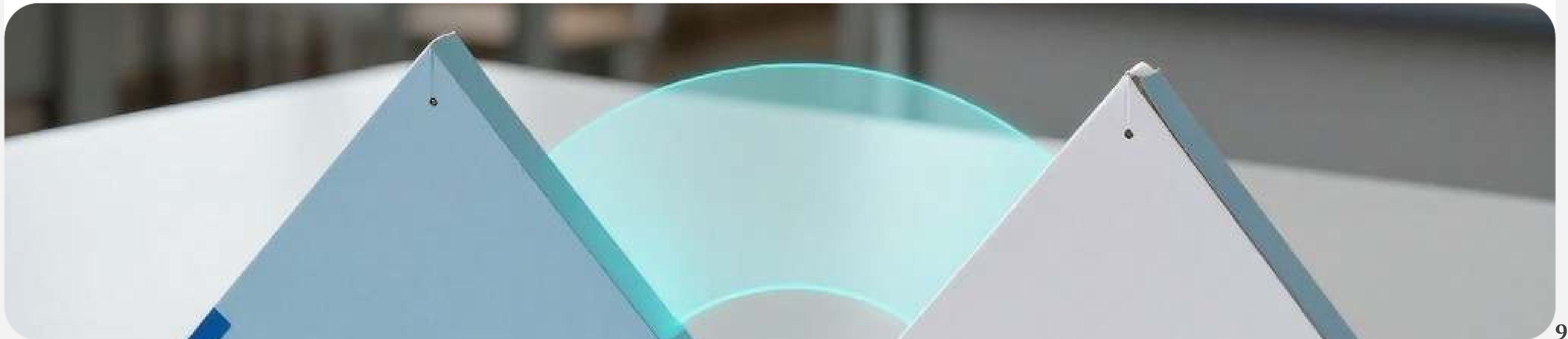
## Проверка признака

Сравниваем не только длины сторон, но и положение угла. Если угол действительно расположен между этими сторонами, первый признак выполняется полностью.

3

## Вывод для решения

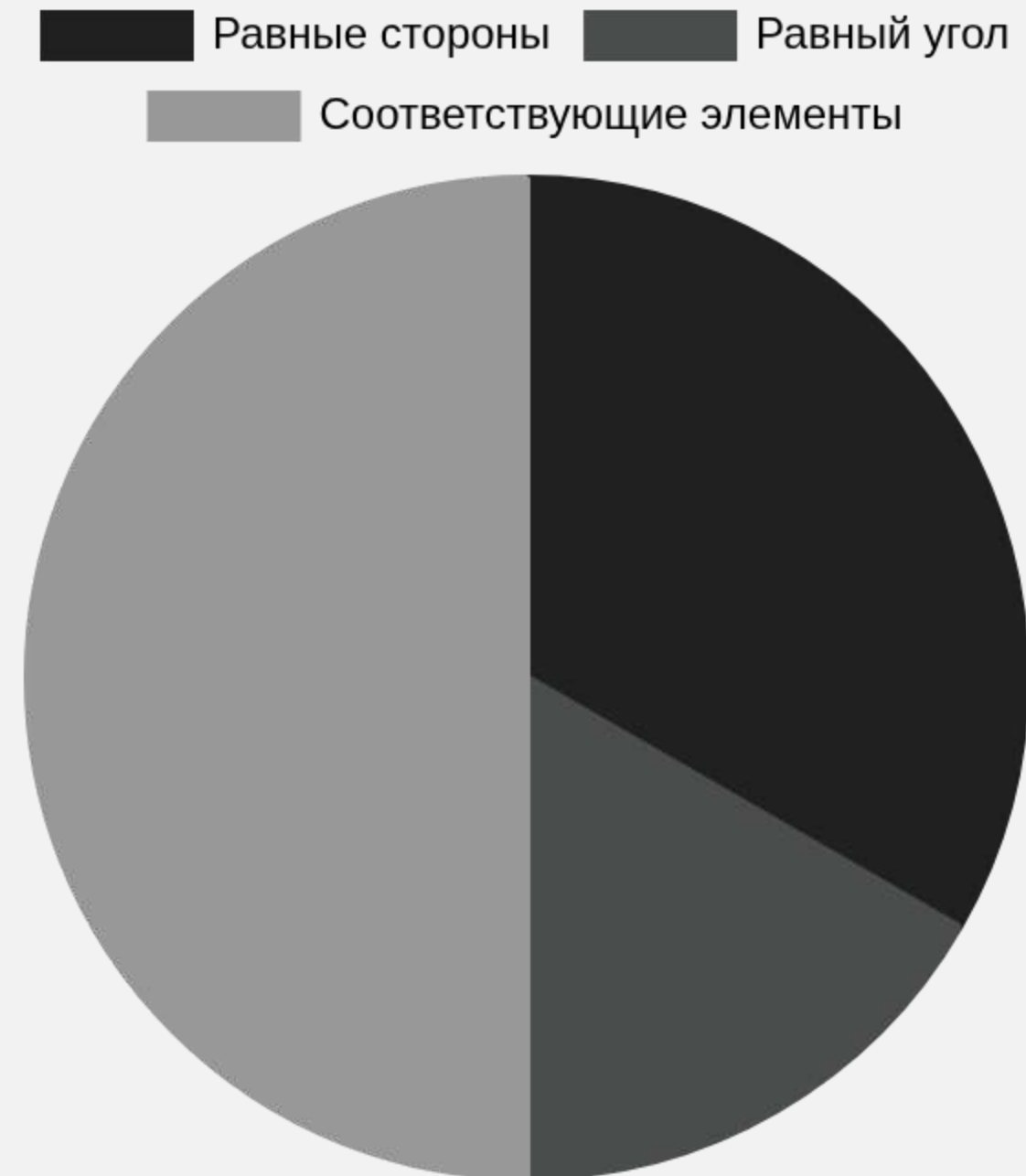
Следовательно, треугольники равны, а все соответствующие стороны и углы тоже совпадают. Такой пример показывает, как работают точные измерения в геометрии.



# Что даёт первый признак

Диаграмма помогает увидеть, что проверка опирается на минимальный, но достаточный набор данных.

Три согласованных элемента позволяют строго установить равенство треугольников без дополнительных измерений.



# Что становится известно после доказательства равенства

## Все соответствующие элементы

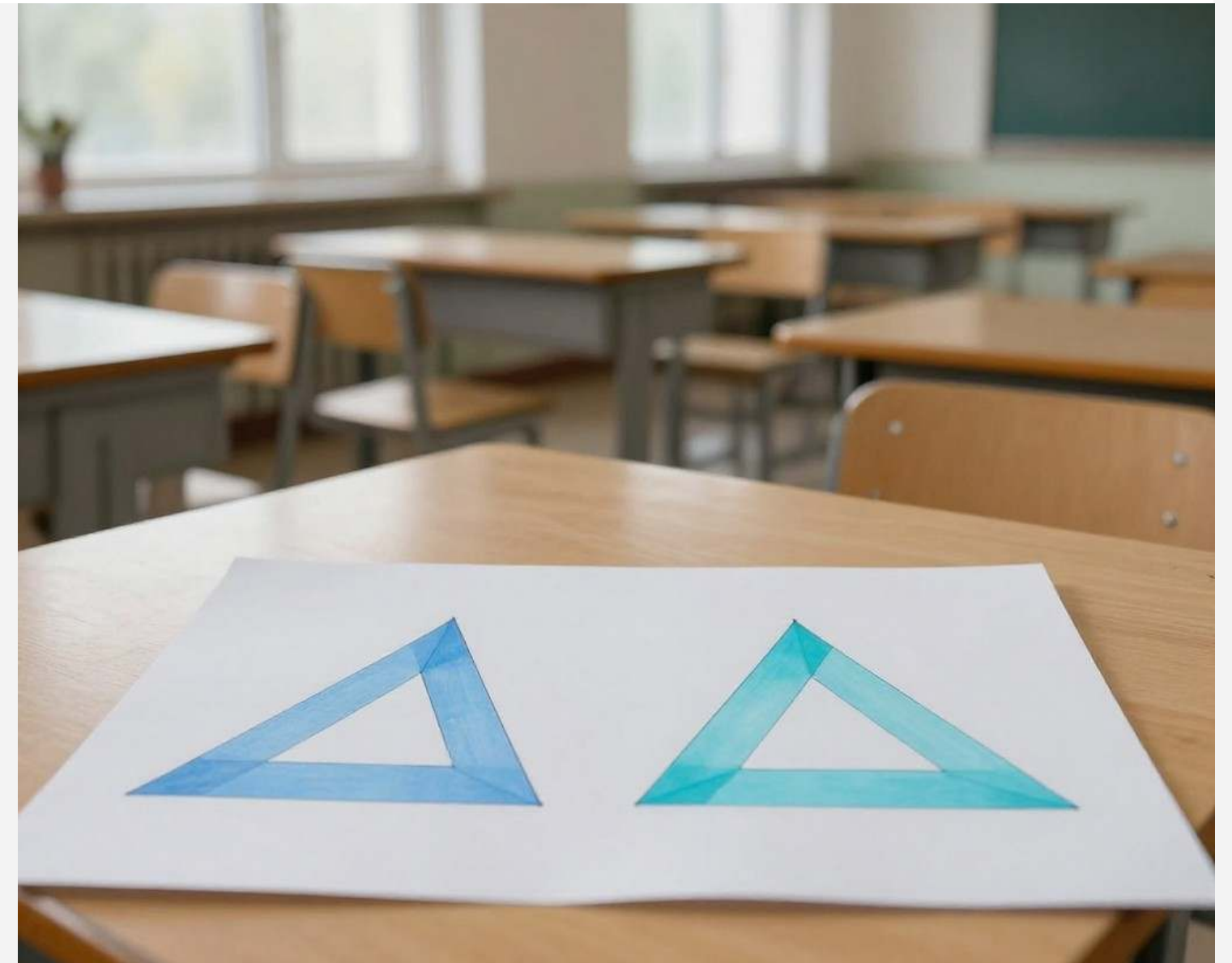
Как только треугольники признаны равными, можно сразу утверждать равенство всех соответствующих сторон и углов. Это превращает доказательство в инструмент для получения новых данных по рисунку без дополнительных измерений.

## Поиск неизвестных величин

Если в одном треугольнике известна сторона или угол, то в равном ему треугольнике можно найти искомое значение по соответствию элементов. Так решаются многие задачи на вычисление длин и углов.

## Работа со сложными фигурами

Равенство треугольников помогает сравнивать части более сложных фигур. Если фигуру можно разбить на треугольники, то через их равенство доказывают равенство отрезков, углов и отдельных участков чертежа.



# Первый, второй и третий признаки равенства треугольников

| Признак | Что дано         | Вывод              |
|---------|------------------|--------------------|
| Первый  | 2 стороны + угол | Треугольники равны |
| Второй  | Сторона + 2 угла | Треугольники равны |
| Третий  | 3 стороны        | Треугольники равны |

Сравнение показывает, какие данные нужны для каждого признака и к какому выводу они приводят.

У каждого признака свой набор исходных данных, но все три дают один результат — равенство треугольников.

# Типичные ошибки семиклассников

1

## Неверный угол

Ученики часто берут угол, который не расположен между двумя заданными сторонами. В таком случае условие первого признака не выполнено, даже если на чертеже этот угол кажется подходящим.

2

## Путаница в соответствии

Ещё одна ошибка — сравнивать стороны и углы разных местами, не связывая одинаковые вершины между треугольниками. Без точного соответствия нельзя делать вывод о равенстве фигур.

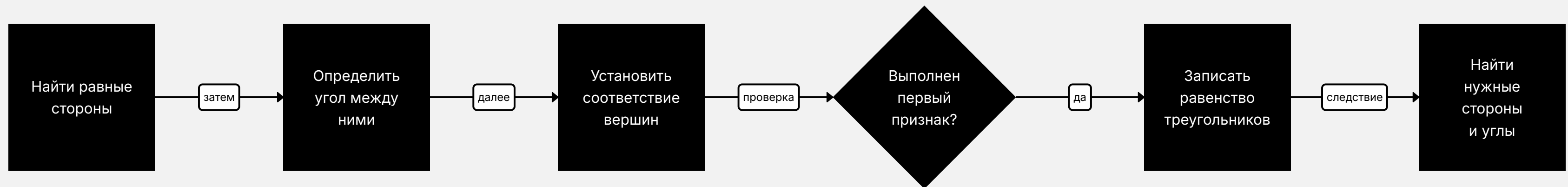
3

## Недостаточная проверка

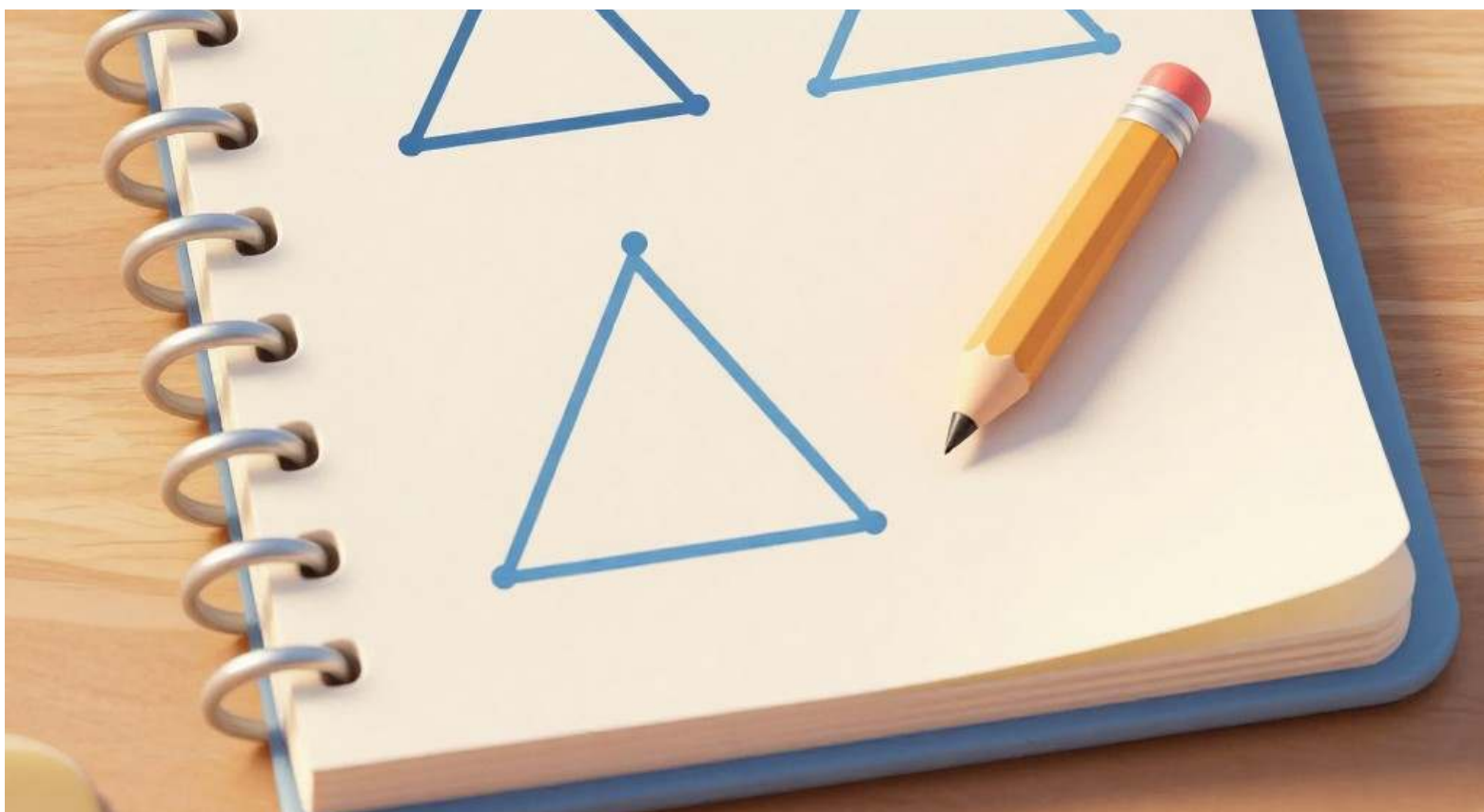
Иногда проверяют только одну сторону или один угол и сразу пишут вывод. Для первого признака нужны именно две стороны и заключённый между ними угол, иначе доказательство становится неверным.

# Порядок решения задачи с первым признаком

Последовательность действий в школьной задаче по геометрии: от поиска данных на чертеже к строгому выводу.

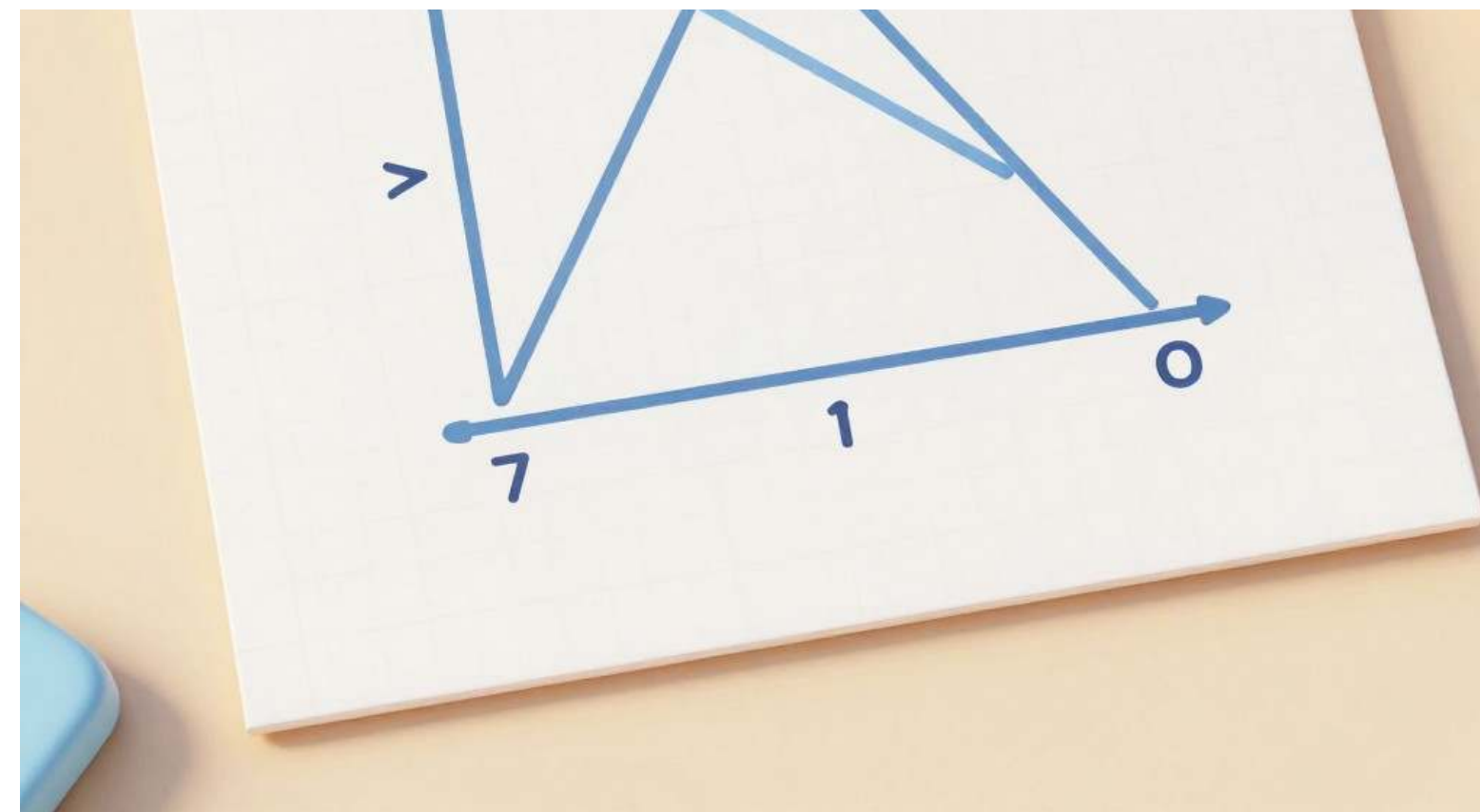


# Как записывают равенство треугольников в тетради



## Запись в символах

В тетради равные треугольники записывают коротко и строго:  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  или с помощью знака  $\cong$ . Такая запись нужна не для красоты, а для точного указания соответствующих вершин, сторон и углов. Она сразу показывает, как сопоставлены элементы двух фигур.



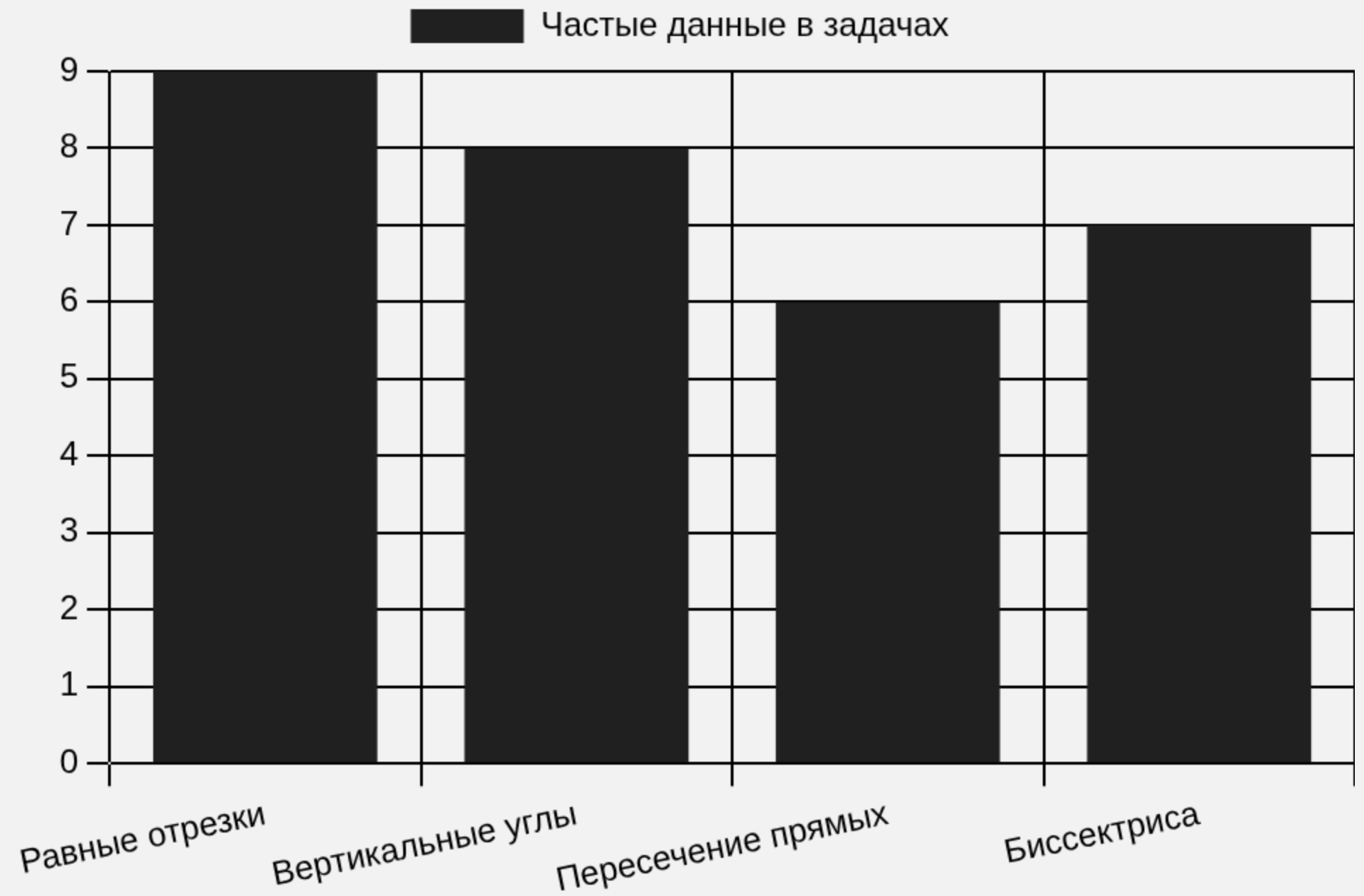
## Отметки на рисунке

На чертеже одинаковые стороны помечают одинаковым количеством штрихов, а равные углы — одинаковыми дугами. Благодаря этому сразу видно, какие элементы связаны между собой, и легче не ошибиться при чтении доказательства или при переносе условий в решение.

# Что чаще всего дано в школьных задачах

Такие данные обычно помогают быстро выделить два треугольника и найти в них нужные равные элементы.

Чаще всего условия задачи уже подсказывают нужные стороны и заключённый угол, поэтому первый признак можно применить без лишних построений.



# Где применяется первый признак



## Биссектриса

Помогает сравнивать треугольники по частям угла и доказывать равенство отрезков, которые получаются после деления угла на две равные части.



## Медиана и высота

Используется, когда нужно показать, что две части фигуры совпадают по форме или размеру, а затем найти неизвестные отрезки и углы.



## Симметрия

Позволяет доказать равенство отражённых частей фигуры, если они построены относительно оси симметрии и имеют общие соответствующие элементы.



## Параллельные прямые

Нужен в задачах, где углы при пересечении прямых помогают выделить равные элементы в двух треугольниках и сделать строгий вывод.

# Краткая схема доказательства по образцу

Пример показывает, как из данных о сторонах и угле перейти к выводу о равенстве треугольников.

Если верно указаны соответствующие стороны и угол между ними, доказательство получается коротким, точным и понятным.

| Дано                                    | Сравниваем | Вывод                           |
|-----------------------------------------|------------|---------------------------------|
| AB=DE                                   | AB и DE    |                                 |
| AC=DF                                   | AC и DF    |                                 |
| $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ | между ними | $\triangle ABC = \triangle DEF$ |

## 2

стороны и угол между ними — этого достаточно, чтобы узнать первый признак.

Школьный курс геометрии, 7 класс

Короткая подсказка помогает быстро вспомнить нужное условие на чертеже и не перепутать его с другими признаками равенства треугольников.

# Главный вывод о первом признаке

Первый признак равенства треугольников помогает уверенно доказывать равенство фигур по двум сторонам и заключённому углу. Он делает решения задач точными, понятными и удобными для дальнейших выводов.