

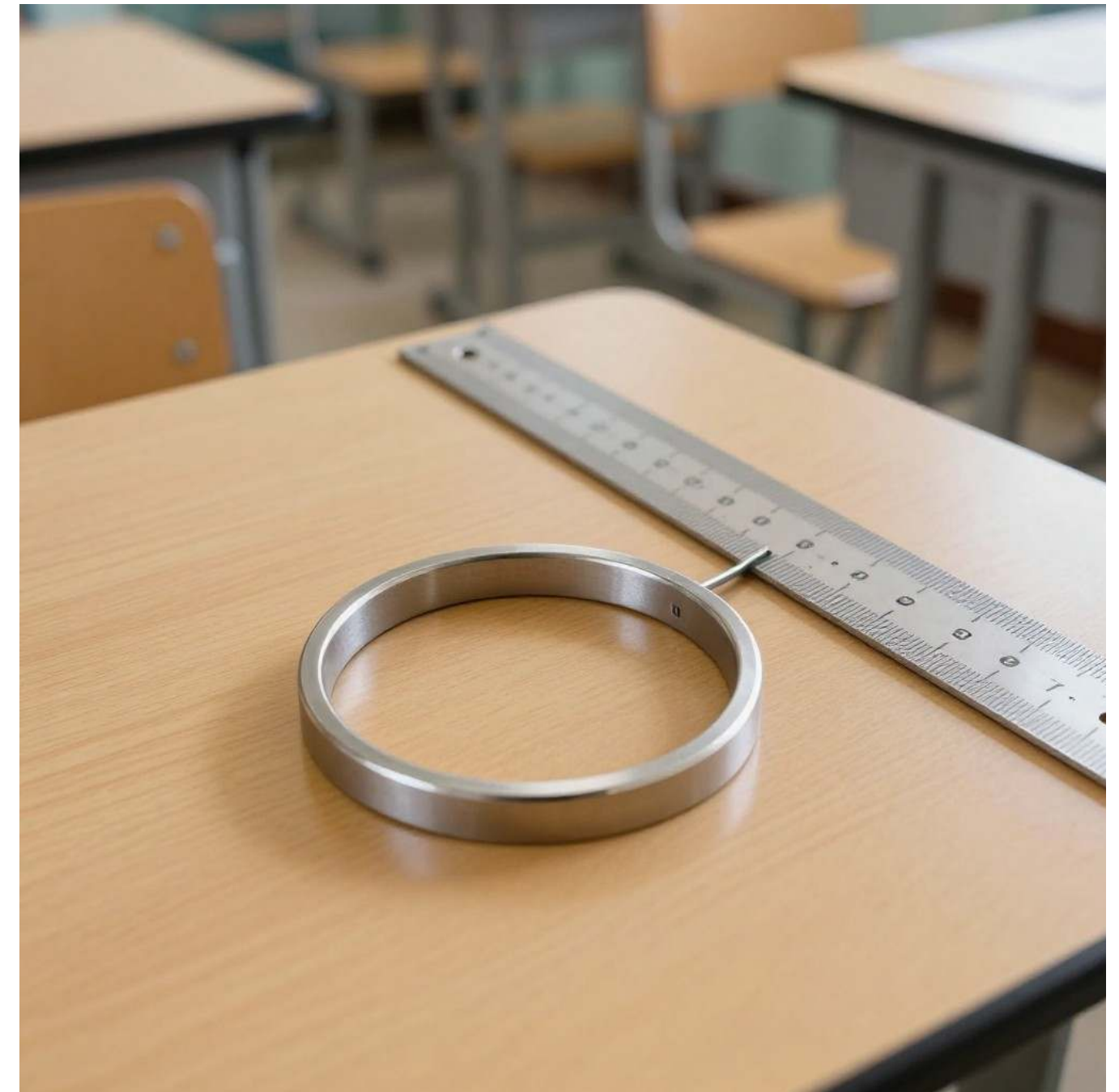


Касание прямой и окружности: основные случаи взаимного расположения

Как прямая может встретиться с окружностью?

Зачем изучать взаимное расположение прямой и окружности

Эта тема помогает читать чертежи, доказывать свойства окружности и быстро определять, будет ли прямая касательной, секущей или внешней по сравнению радиуса и расстояния до центра.



Основные элементы окружности

Окружность

Окружность — это множество точек плоскости, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной точки, называемой центром. Именно центр задаёт форму и размер всей фигуры.

Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с любой точкой окружности. Диаметр проходит через центр и состоит из двух радиусов, поэтому он вдвое длиннее радиуса.

Хорда

Хорда соединяет две точки окружности. Она может лежать внутри круга и часто появляется как часть секущей, когда прямая пересекает окружность в двух точках.

Ключевая величина

Чтобы определить положение прямой, важно знать расстояние от центра до прямой. Именно его сравнение с радиусом позволяет сразу сделать правильный вывод.



Три возможных случая взаимного расположения

1 Нет общих точек

Если прямая не пересекает окружность, общих точек нет. Такой случай называют внешним положением прямой: она проходит вне окружности и не касается её.

2 Одна общая точка

Когда прямая имеет с окружностью только одну точку, это касательная. Она словно «едва касается» окружности и не проходит через её внутреннюю часть.

3 Две общие точки

Если прямая пересекает окружность в двух точках, она называется секущей. Внутренний отрезок такой прямой образует хорду, а при проходе через центр — диаметр.



Сравнение трёх случаев

Положение	Точек	d и r	Название
вне	0	$d > r$	внешняя
касание	1	$d = r$	касательная
пересечение	2	$d < r$	секущая

Таблица показывает, как число общих точек связано с расстоянием от центра до прямой и названием прямой.

Одно сравнение d и r полностью определяет взаимное расположение прямой и окружности.

Касательная и точка касания

Что такое касательная

Касательная имеет с окружностью ровно одну общую точку. Эта точка называется точкой касания и служит главным ориентиром при решении задач на окружность.

Главное свойство

Радиус, проведённый в точку касания, всегда перпендикулярен касательной. Это свойство позволяет узнавать касательную по чертежу и доказывать правильность построения.

Обратное утверждение

Если прямая перпендикулярна радиусу в его конце на окружности, то она является касательной. Поэтому в задачах важны не только рисунок, но и угол 90° .



Радиус, проведённый в точку касания

Что видно на рисунке

На схеме отмечены центр окружности, радиус, точка касания и касательная. Такое изображение помогает сразу увидеть, что прямая соприкасается с окружностью только в одной точке.

Прямой угол

Угол между радиусом и касательной равен 90° . Это основной признак касания, который удобно использовать как при проверке чертежа, так и при решении задач.

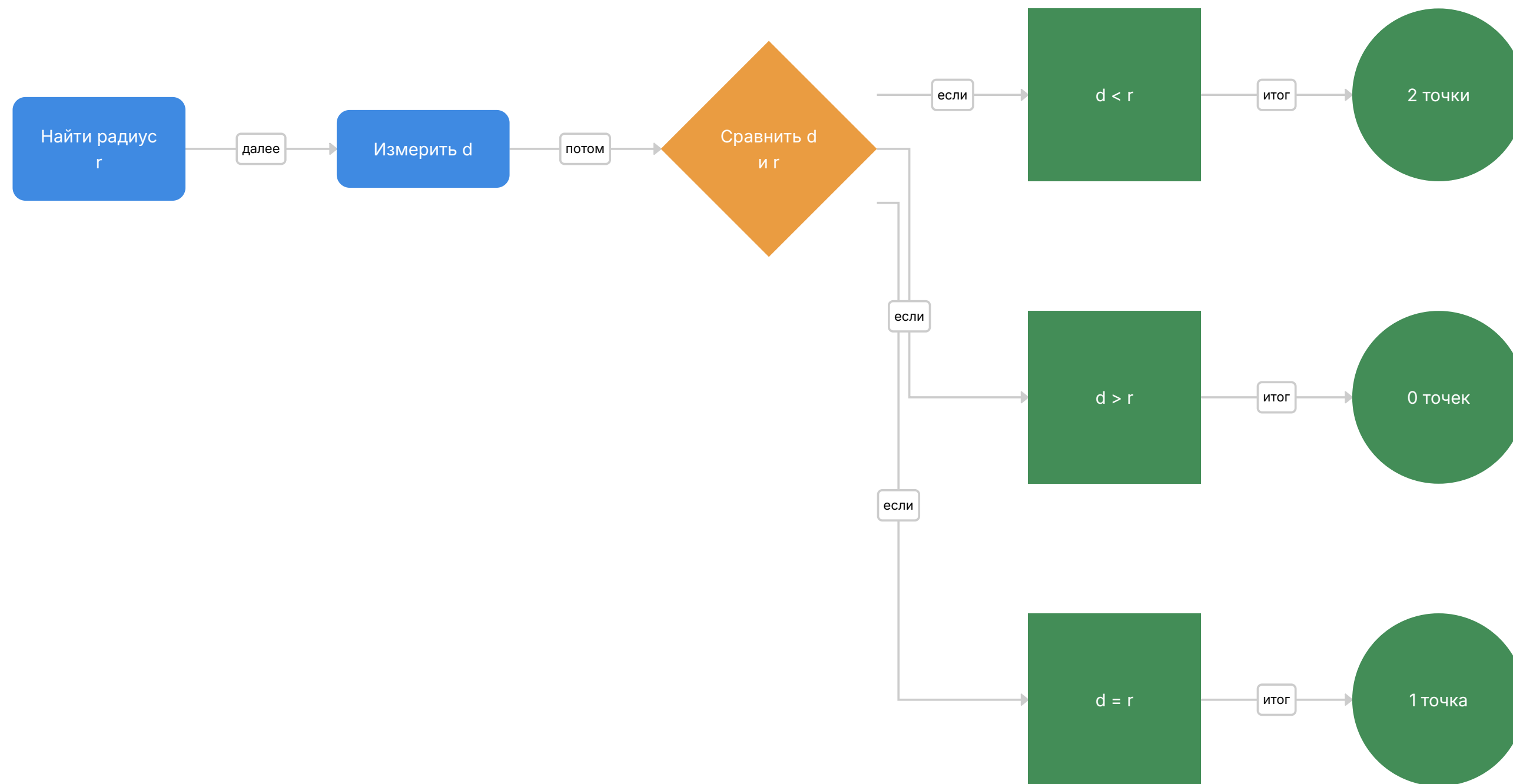
Зачем это нужно

Если на рисунке найден перпендикуляр к радиусу в его конце, можно уверенно заключить, что проведена касательная. Так геометрия связывает изображение и доказательство.

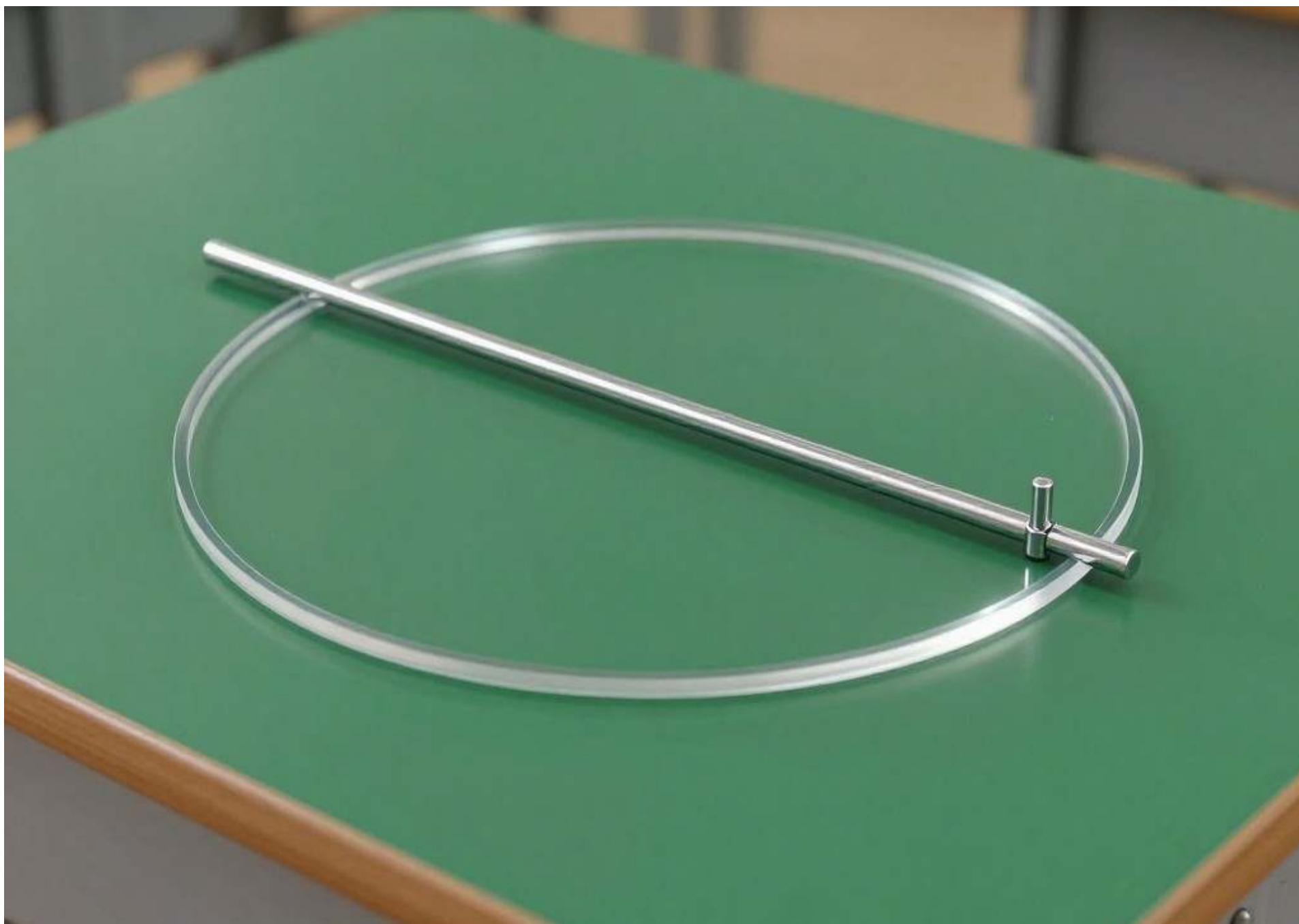


Как определить положение прямой относительно окружности

Алгоритм основан на сравнении расстояния от центра до прямой с радиусом окружности.



Теорема о перпендикулярности радиуса и касательной



1

Прямое утверждение

Если прямая касается окружности, то радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен этой прямой. Это один из самых удобных признаков касательной в доказательствах.

2

Обратное утверждение

Если прямая перпендикулярна радиусу в его конце на окружности, то она касается окружности. В задачах это помогает не только доказывать, но и строить касательную.

Число общих точек и тип прямой



На диаграмме видно, что тип прямой меняется вместе с расстоянием от центра: чем меньше d относительно r , тем больше общих точек.

Сравнение d и r сразу показывает, будет ли прямая внешней, касательной или секущей.

Расстояние от центра до прямой

Перпендикулярное измерение

Расстояние от точки до прямой всегда измеряют по перпендикуляру. Для центра окружности это расстояние обозначают d и именно его сравнивают с радиусом, чтобы определить взаимное положение.

Главное сравнение

Если d больше r , прямая проходит вне окружности и не имеет общих точек. При равенстве d и r она касается окружности, а при d меньше r пересекает её.

Основа задач

Во многих задачах достаточно найти d и сравнить его с r . После этого можно сразу назвать прямую внешней, касательной или секущей и определить число точек пересечения.

Секущая и хорда

1 Что такое секущая

Секущей называют прямую, которая пересекает окружность в двух точках. Эти точки становятся границами отрезка, который можно выделить внутри окружности.

2 Как появляется хорда

Часть секущей, заключённая между точками пересечения, называется хордой. Хорда всегда соединяет две точки окружности и лежит внутри круга.

3 Особый случай

Если секущая проходит через центр окружности, полученная хорда становится диаметром. Диаметр — это самая длинная хорда, потому что он равен двум радиусам.



Секущая на чертеже

Две точки встречи

На чертеже прямая входит в окружность с одной стороны и выходит с другой. Видно две точки пересечения, а значит, перед нами секущая. Участок между ними лежит внутри окружности и образует хорду.



Внутренний отрезок

Если внимательно посмотреть на рисунок, можно заметить, что не вся прямая важна для вывода. Решающее значение имеет её часть внутри окружности: именно она показывает, где находится хорда и как она связана с секущей.

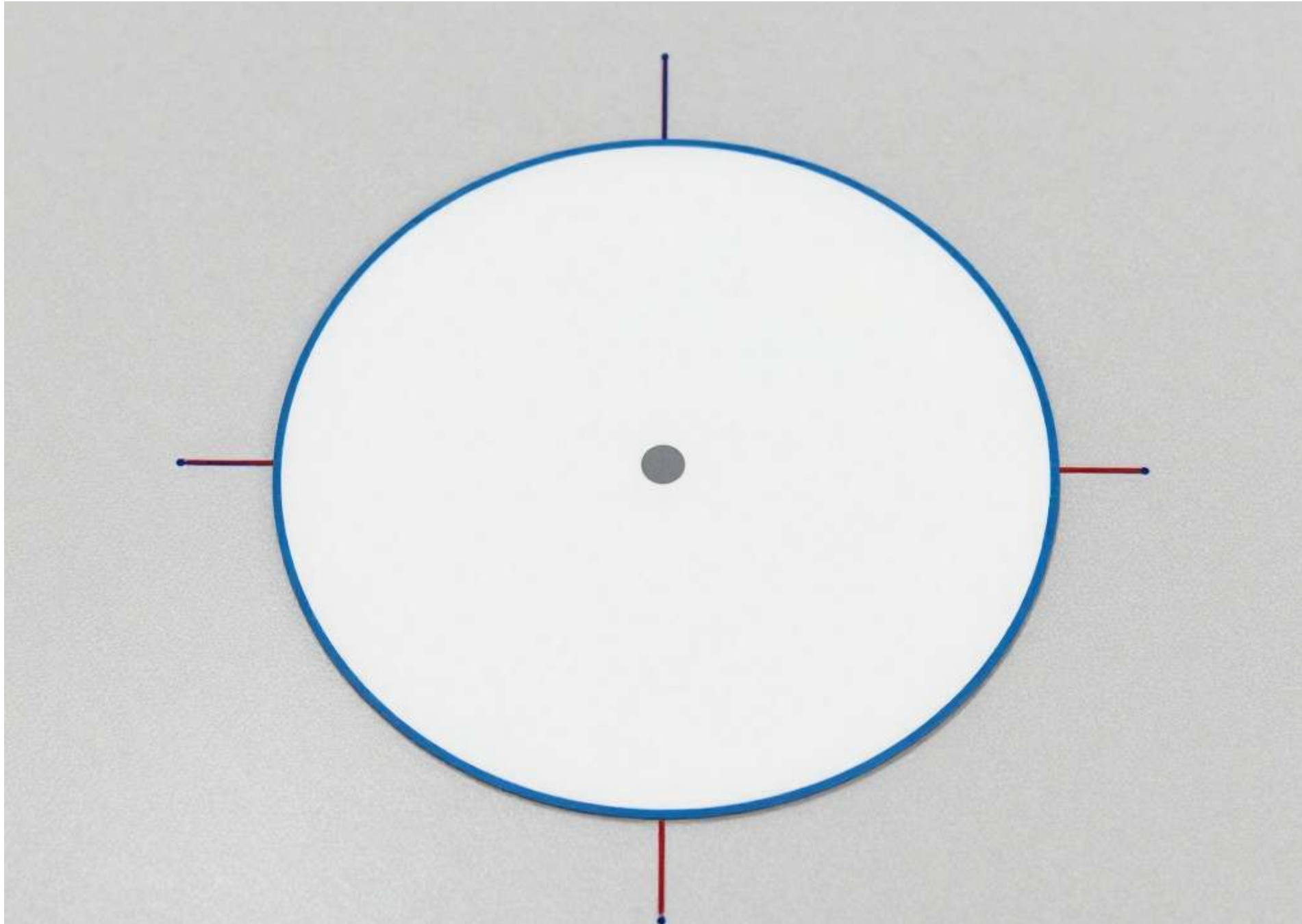


Когда появляется диаметр

Иногда секущая проходит через центр окружности. Тогда внутренний отрезок становится не просто хордой, а диаметром. На схеме это особенно наглядно, потому что линия делит окружность на две равные части.



Внешняя прямая



1

Нет пересечений

Внешняя прямая не имеет с окружностью ни одной общей точки. На чертеже она расположена так, что даже при продолжении не входит в область окружности.

2

Сравнение расстояний

Главный признак внешней прямой — расстояние от центра до прямой больше радиуса. Именно поэтому окружность не может её пересечь и не касается её в одной точке.

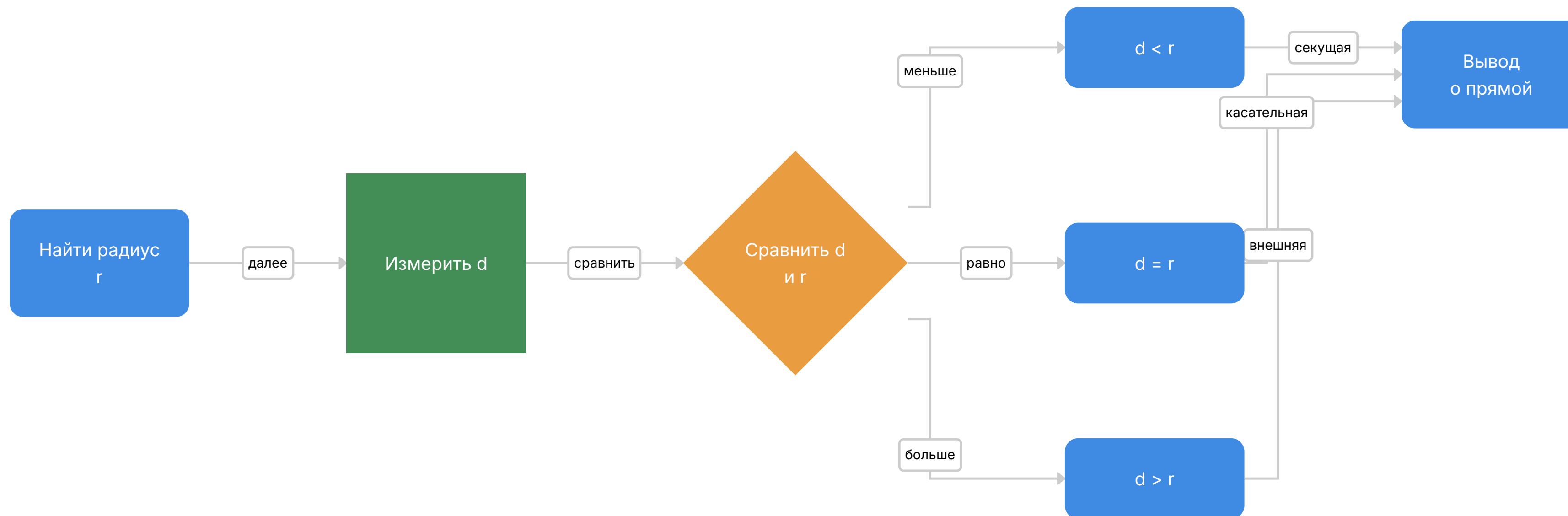
3

Как использовать признак

Этот случай удобно применять при проверке решений и чертежей. Если удалось показать, что d больше r , сразу можно сделать вывод: прямая внешняя, а общих точек нет.

Как определить положение прямой

Последовательность основана на сравнении расстояния от центра до прямой с радиусом окружности.



Типичные ошибки при решении задач

Путают касательную и секущую

Иногда прямая на рисунке выглядит как касательная, но на самом деле проходит через окружность в двух точках. Нужно всегда проверять не внешний вид, а число общих точек.

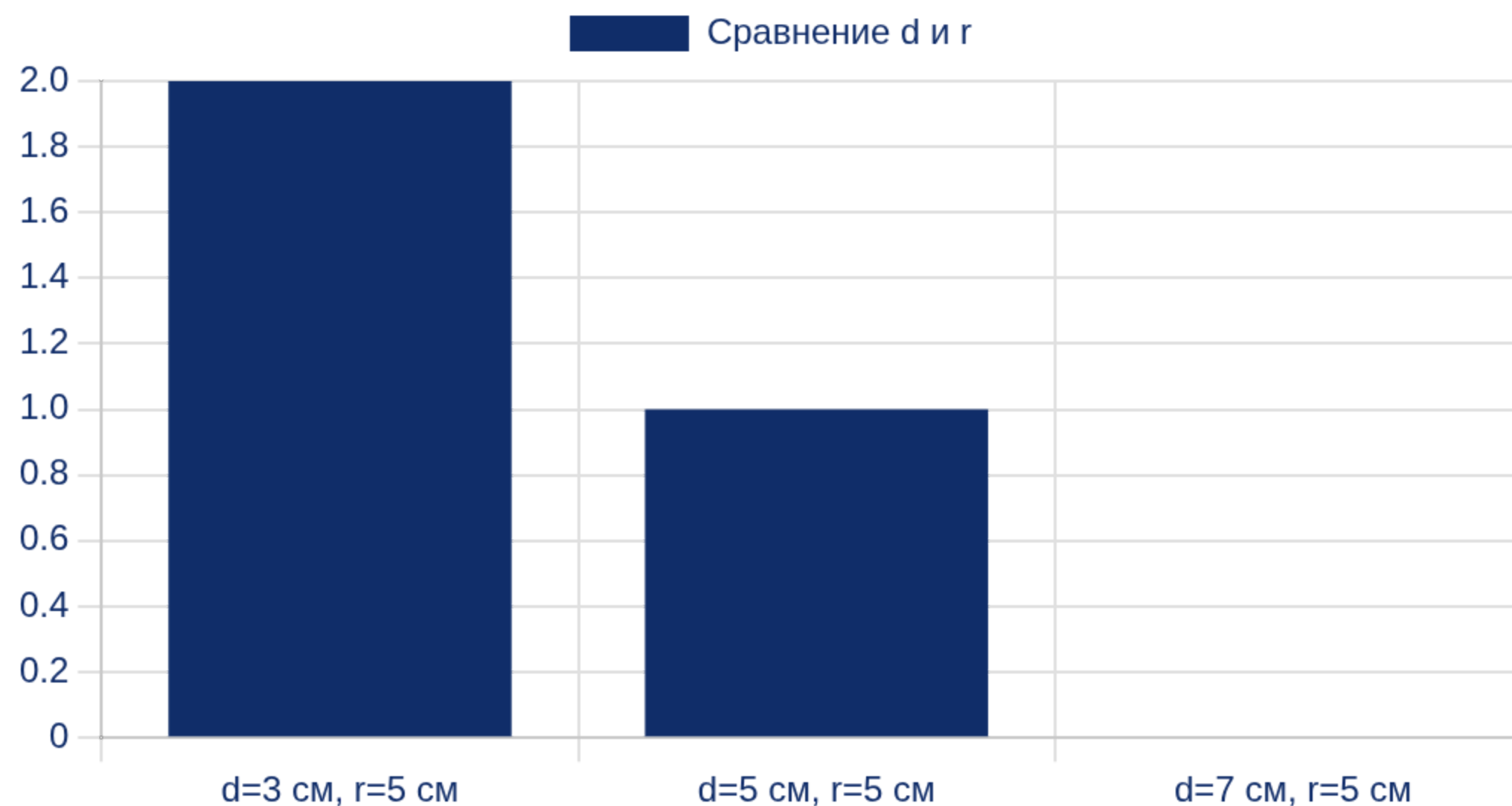
Сравнивают не те величины

Распространённая ошибка — сравнивать длину отрезка или всей прямой с радиусом. Правильно сравнивать только расстояние от центра окружности до прямой, то есть d .

Забывают про перпендикуляр

Для касательной важно помнить её связь с радиусом в точке касания. Если прямая перпендикулярна радиусу в этой точке, это надёжный признак касательной.

Примеры сравнения d и r



На диаграмме показано, сколько общих точек получается в каждом случае. Числовые значения помогают быстро увидеть связь между расстоянием до центра и положением прямой.

Чем меньше d по сравнению с r , тем больше вероятность пересечения окружности. Равенство даёт касание, а превышение радиуса означает внешнюю прямую.

Признаки трёх положений прямой

Таблица помогает быстро запомнить, как по сравнению d и r определить тип прямой, число общих точек и геометрическое название.

Одно неравенство полностью определяет положение прямой относительно окружности. Поэтому сначала находят d , а затем сразу делают геометрический вывод.

Случай	Точки	Признак
$d < r$	2	секущая
$d = r$	1	касательная
$d > r$	0	внешняя

Где используется эта тема в геометрии и в жизни

Окружности в чертежах



Касательные и секущие часто встречаются в задачах про окружности, дуги и хорды. Они помогают понять, как расположены линии на рисунке и сколько точек пересечения существует.

Геометрические построения



При построениях нужно точно определить расстояние от центра до прямой. Это позволяет доказать, что прямая касается окружности, либо показать, что она её пересекает.

Предметы вокруг нас



Окружности есть у колёс, часов, мишеней и многих деталей механизмов. Поэтому понятия касательной и секущей помогают описывать реальные формы и их границы.

Основа для дальнейших тем



Эта тема нужна для следующих разделов геометрии, где изучают свойства касательных и хорд. Она тренирует умение рассуждать по чертежу и делать точные выводы.

Один признак — три разных случая

Достаточно сравнить расстояние от центра окружности до прямой с радиусом, чтобы сразу определить её положение. Это простое правило помогает решать задачи, строить чертежи и доказывать свойства фигур.

