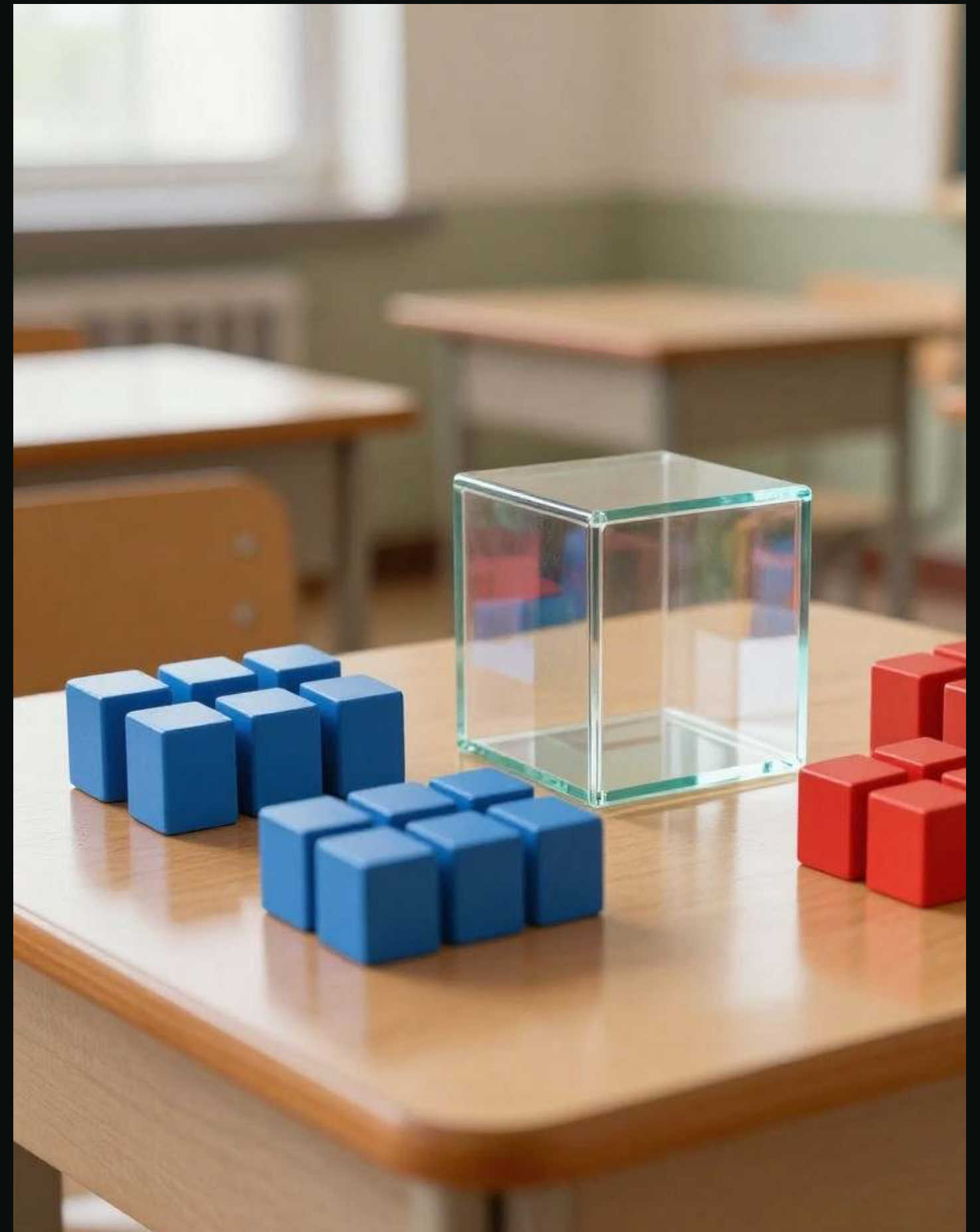


Возведение в куб суммы и разности

Формулы куба суммы и разности: быстро
раскрываем скобки без лишних вычислений.



Где применяются эти формулы



Эти формулы входят в раздел сокращённого умножения и помогают упрощать выражения, вычислять многочлены и проверять ответы. Они особенно полезны при работе с видами вроде $(x+2)^3$, $(y-1)^3$ и $(2a-b)^3$.

Что означает возведение в третью степень

Куб числа

Возведение в третью степень означает умножить выражение само на себя три раза: $a^3 = a \cdot a \cdot a$. Так же записываются и более сложные выражения.

1

Три одинаковых множителя

Если основание — сумма или разность, получаем три одинаковые скобки: $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$, $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$.

2

Откуда берутся члены

При раскрытии скобок каждый множитель выбирает либо первую, либо вторую часть. Поэтому в результате появляются четыре слагаемых, а не три и не пять.

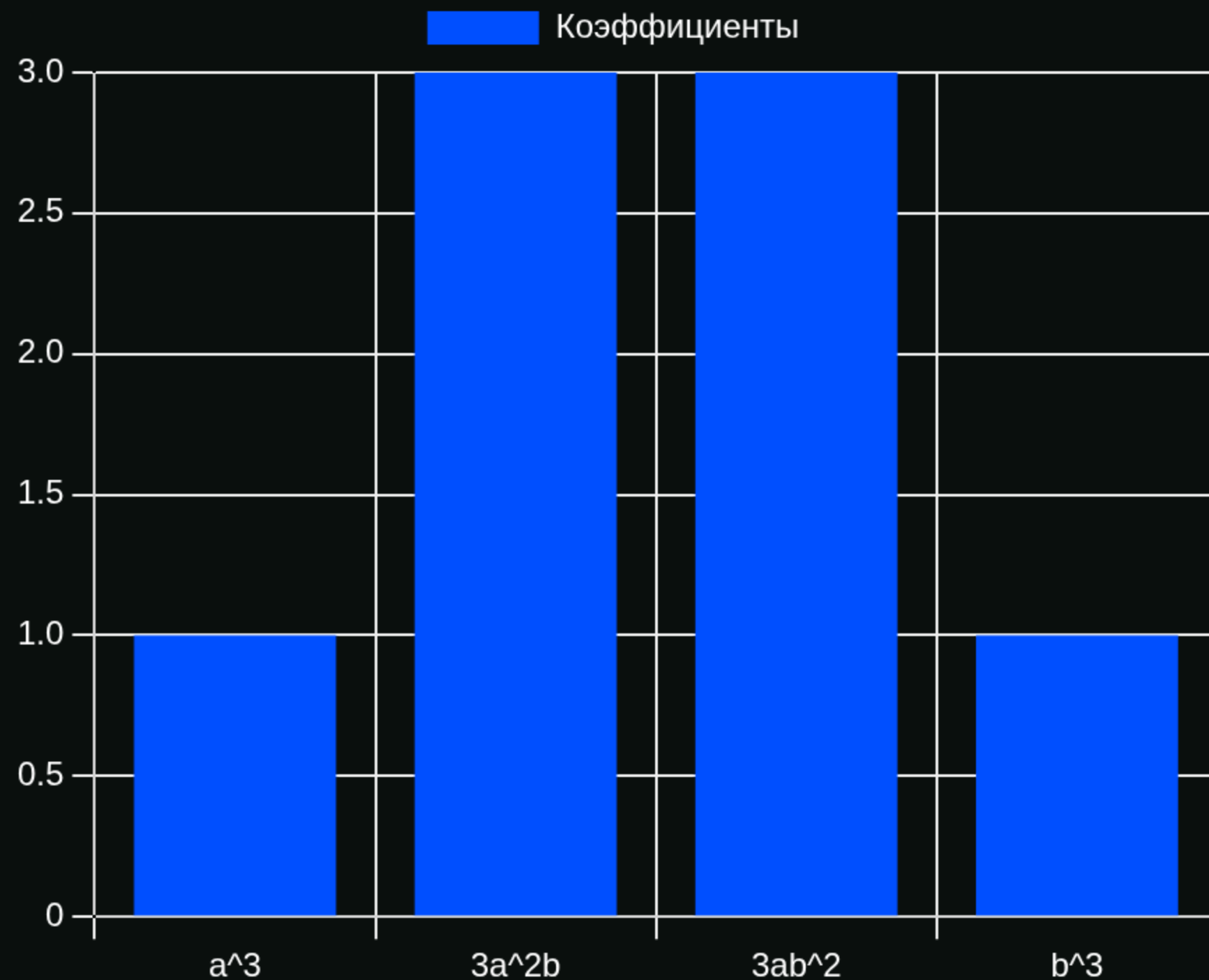
3

Зачем это нужно

Такой способ позволяет получить многочлен быстрее, чем полное перемножение всех скобок, и помогает лучше понять правила умножения многочленов.

4

Коэффициенты в формуле куба суммы



Средние столбцы одинаковы, а крайние равны 1 — так легко запомнить форму записи.

Симметрия коэффициентов 1, 3, 3, 1 показывает устойчивую структуру формулы.

Формула $(a+b)^3$ из темы «Формулы сокращённого умножения»

Формулы куба суммы и куба разности

Сравнение двух формул показывает общую структуру и различие только в знаках.

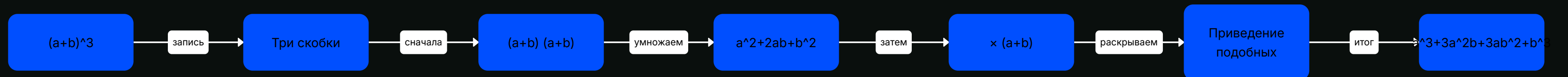
Формула	Члены	Знаки
$(a+b)^3$	$a^3, 3a^2b, 3ab^2, b^3$	+ + + +
$(a-b)^3$	$a^3, 3a^2b, 3ab^2, b^3$	+ - + -

У куба суммы все знаки положительные, у куба разности отрицательны второй и четвёртый члены.

Алгебра, формулы сокращённого умножения

Как раскрывается куб суммы

Последовательность получения формулы $(a+b)^3$ через умножение и приведение подобных членов



Почему появляются коэффициенты 3

1

Член a^2b

Он возникает, когда из трёх скобок только одна даёт b , а две остальные дают a . Такой выбор можно сделать тремя способами, поэтому коэффициент равен 3.

2

Член ab^2

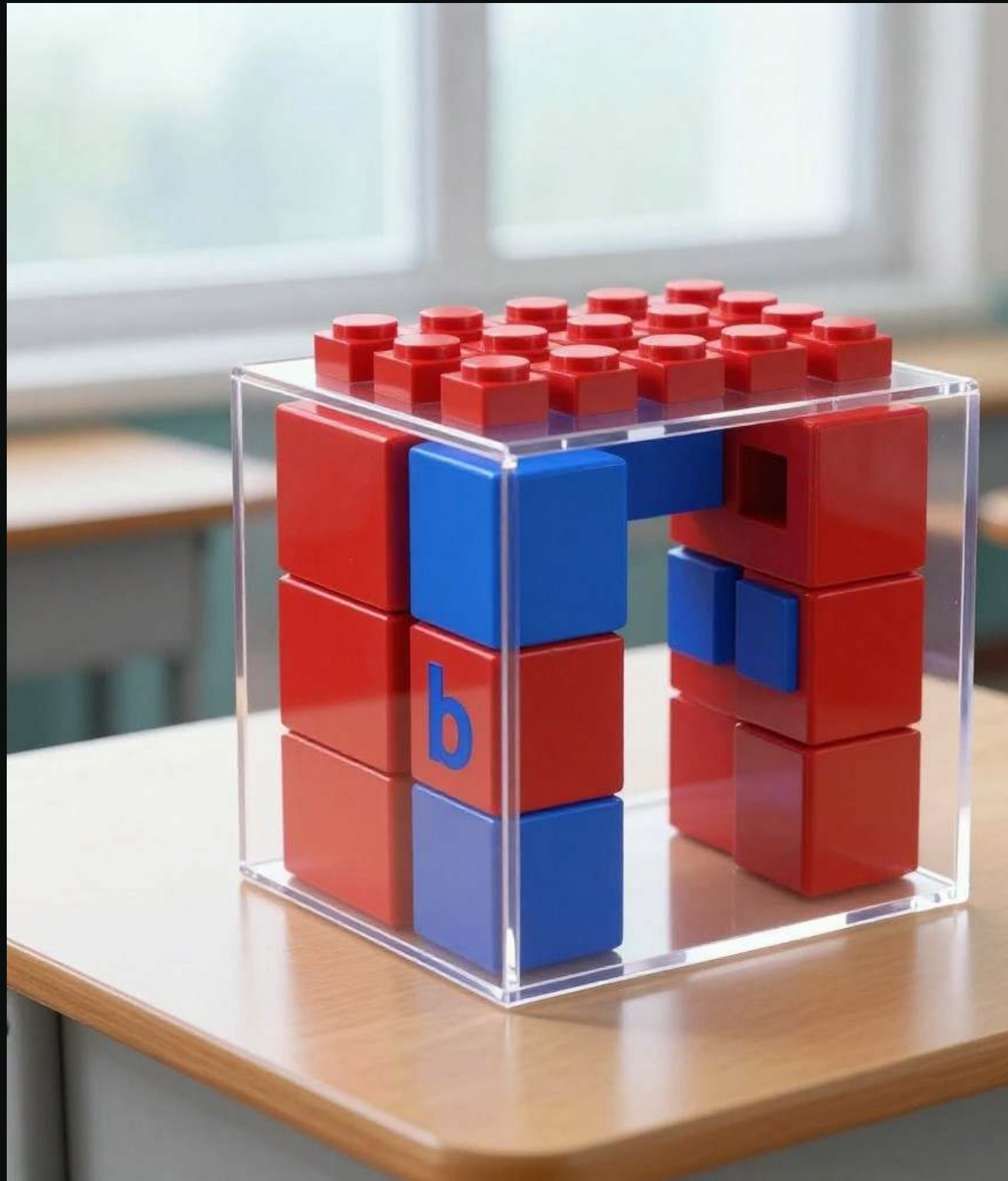
Здесь b выбирают уже в двух скобках, а a остаётся только в одной. Количество возможных сочетаний снова равно трём, поэтому перед членом стоит 3.

3

Смешанные члены повторяются

Одинаковые одночлены складываются между собой после раскрытия скобок. Именно поэтому средние члены формулы получают одинаковый коэффициент 3 и легко запоминаются.

Куб разности: схема со сменой знаков



Первая часть неизменна

В формуле $(a-b)^3$ первый член остаётся a^3 . Он показывает, что куб строится так же, как и в случае суммы, только дальше меняются знаки.

Отрицательный второй член

Следующий член становится отрицательным: $-3a^2b$. Это связано с тем, что во всех трёх скобках знак минуса влияет на результат после раскрытия.

Положительный третий член

Член $3ab^2$ снова записывается со знаком плюс. Несмотря на чередование знаков, коэффициент и порядок степеней остаются такими же, как в формуле суммы.

Последний член со знаком минус

Завершает запись член $-b^3$. Он показывает, что у куба разности меняются только знаки, а структура с четырьмя членами сохраняется.

Сравнение на числовых примерах

Оба примера имеют одинаковые коэффициенты, но отличаются знаками при разности.

При одинаковых коэффициентах меняются только знаки, поэтому формулы легко сравнивать и запоминать.

Подстановка числа 2 в формулы куба суммы и разности

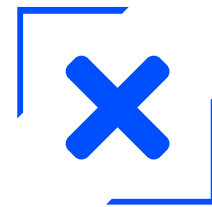
Выражение	Результат	Что видно
$(x+2)^3$	$x^3+6x^2+12x+8$	Все знаки +
$(x-2)^3$	$x^3-6x^2+12x-8$	Чередование знаков

Проверка формулы через умножение



Сначала квадрат

Проверку удобно начать с квадрата суммы:
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Это даёт промежуточный результат для следующего умножения.



Умножение на скобку

Затем полученный многочлен умножают на $(a+b)$. Каждое слагаемое распределяется по второй скобке, и появляются все нужные члены.



Сбор одинаковых членов

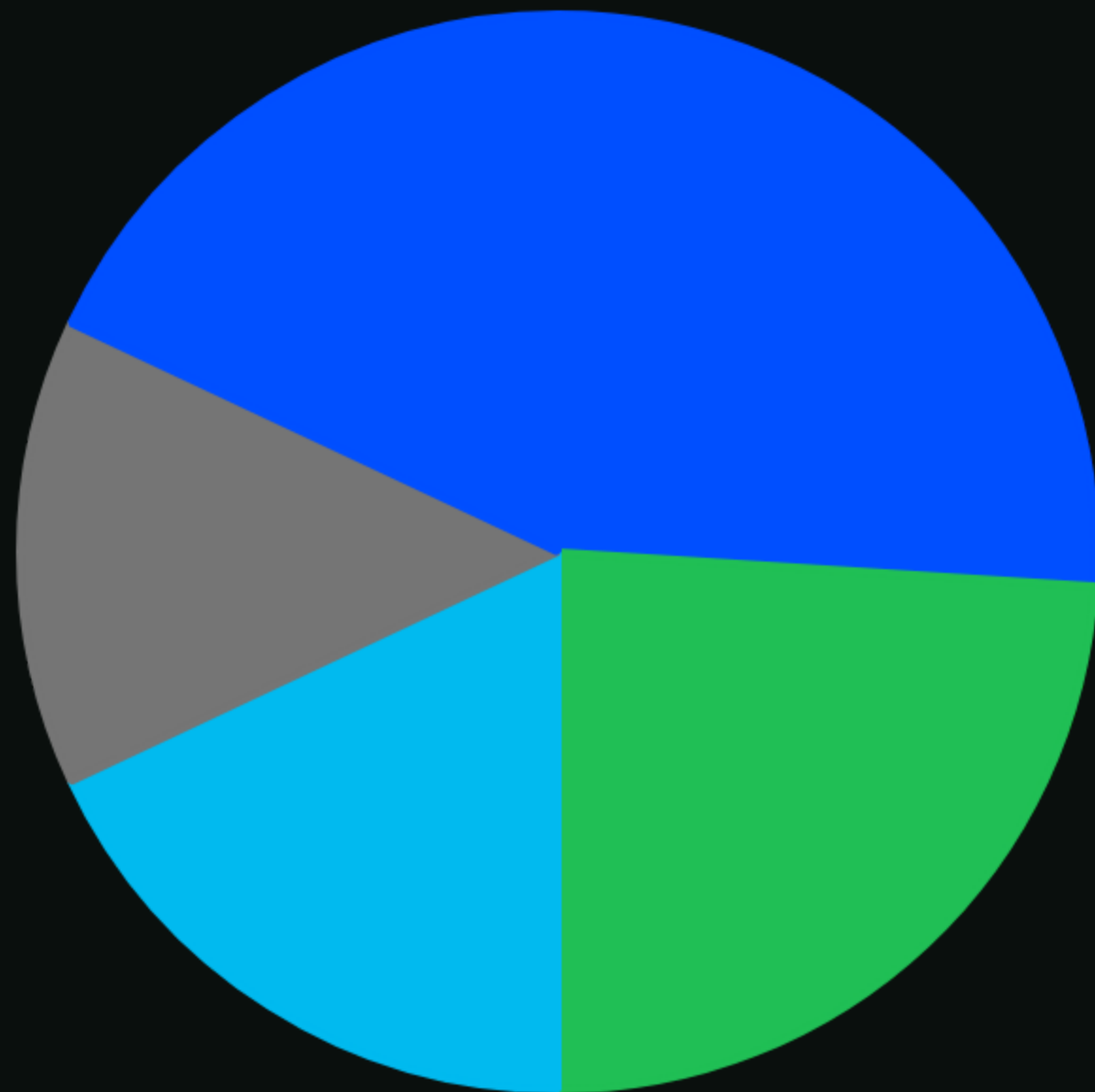
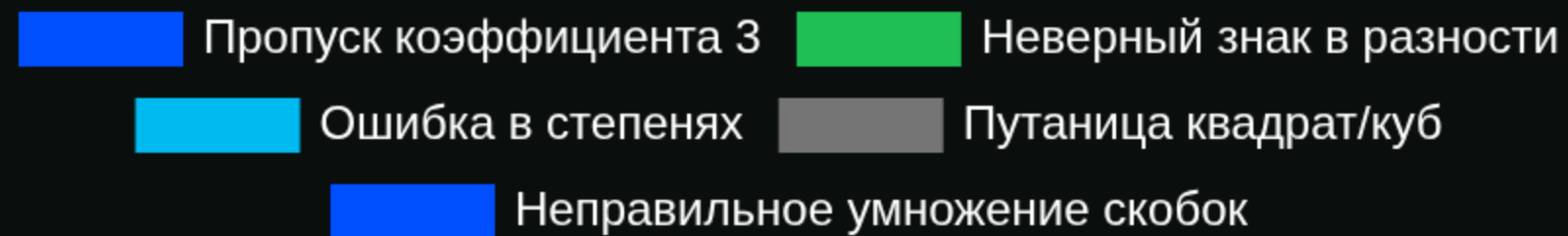
После раскрытия скобок одночлены приводят подобно. Так получается $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, без пропуска важных слагаемых.



Проверка результата

Такой способ подтверждает формулу и помогает понять происхождение каждого члена. Если результат совпал, значит знаки и коэффициенты записаны верно.

Типичные ошибки при раскрытии куба



Чаще всего ошибка возникает там, где нужно помнить сразу и знаки, и коэффициенты, поэтому полезно проверять запись по каждому члену отдельно.

Основные затруднения связаны со знаками и коэффициентом 3; именно эти элементы требуют особого внимания при самопроверке.

Учебная схема типичных ошибок по теме формул куба суммы и разности

Шаблоны для запоминания формулы

Крайние члены

Первый и последний члены всегда выглядят как кубы: a^3 и b^3 . Это помогает быстро увидеть начало и конец формулы без полного раскрытия скобок.

1

Средние члены

Середина формулы всегда содержит коэффициент 3 и смешанные степени: сначала квадрат одной переменной и одна степень другой, затем наоборот.

2

Знаки в кубе суммы

Если внутри скобок стоит плюс, то все четыре члена после раскрытия записываются с положительными знаками. Такой вариант запомнить проще всего.

3

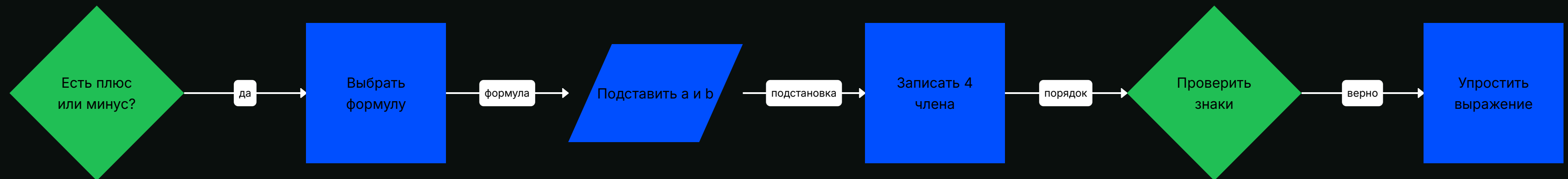
Знаки в кубе разности

Если внутри скобок стоит минус, то отрицательными становятся второй и четвёртый члены, а третий остаётся положительным. Это главное отличие от куба суммы.

4

Алгоритм раскрытия скобок

Последовательность действий для выражений вида $(a \pm b)^3$



Как формула куба связана с объёмом



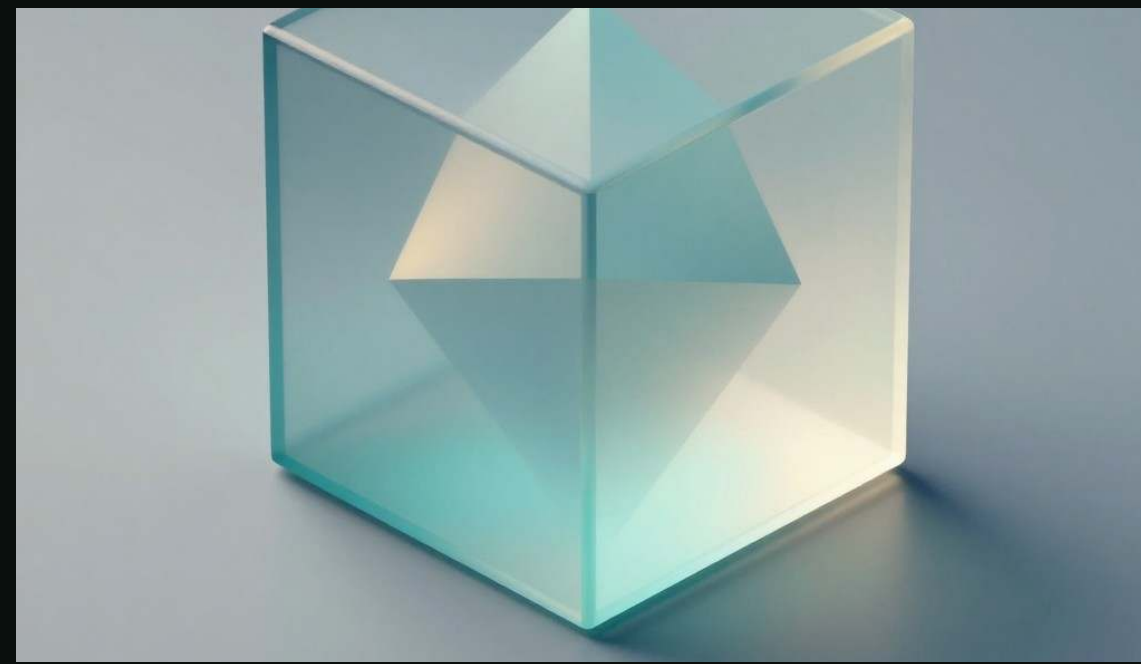
Если ребро задано суммой

Когда ребро куба состоит из двух частей, например $a+b$, его объём выражается как $(a+b)^3$. Это показывает, что одна геометрическая величина может быть записана алгебраически. Разбиение на части помогает увидеть, откуда берутся отдельные слагаемые.



Если ребро задано разностью

Если длина ребра уменьшается на часть, например $a-b$, объём записывают как $(a-b)^3$. Такой случай удобен для сравнения с формулой суммы: меняются только знаки, а структура остаётся одинаковой.



Куб, разбитый на части

На рисунке куб можно мысленно разделить на несколько меньших объёмов. Тогда ясно, что формула собирает вместе отдельные части и превращает геометрическую модель в многочлен с четырьмя членами.

Примеры раскрытия куба для букв и чисел

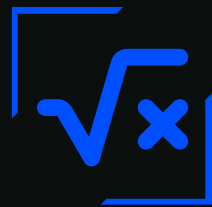
В примерах видно, как общий шаблон 1, 3, 3, 1 превращается в конкретные коэффициенты после подстановки букв и чисел.

Подстановка чисел меняет только конкретные коэффициенты, но порядок членов и общий принцип записи остаются одинаковыми.

Выражение	Результат	Особенность
$(2x+1)^3$	$8x^3+12x^2+6x+1$	плюс
$(y-3)^3$	$y^3-9y^2+27y-27$	разность
$(3a+2)^3$	$27a^3+54a^2+36a+8$	масштаб

Примеры, составленные по формуле куба суммы и куба разности

Сравнение куба суммы и квадрата суммы



Меньше членов

Квадрат суммы даёт три члена: a^2 , $2ab$ и b^2 . При переходе к кубу появляется ещё один член, и выражение становится заметно длиннее.



Больше степень

В кубе крайние члены имеют степень 3, а в квадрате — степень 2. Это показывает, что рост степени увеличивает сложность записи и вычислений.



Смешанные члены

У квадрата суммы только один смешанный член, а у куба их два. Именно они делают формулу более богатой по структуре и по коэффициентам.



Коэффициенты растут

Во второй степени появляется коэффициент 2, а в третьей — коэффициенты 3. Поэтому при увеличении степени важно внимательнее следить за формой каждого слагаемого.

Структура членов в формуле куба

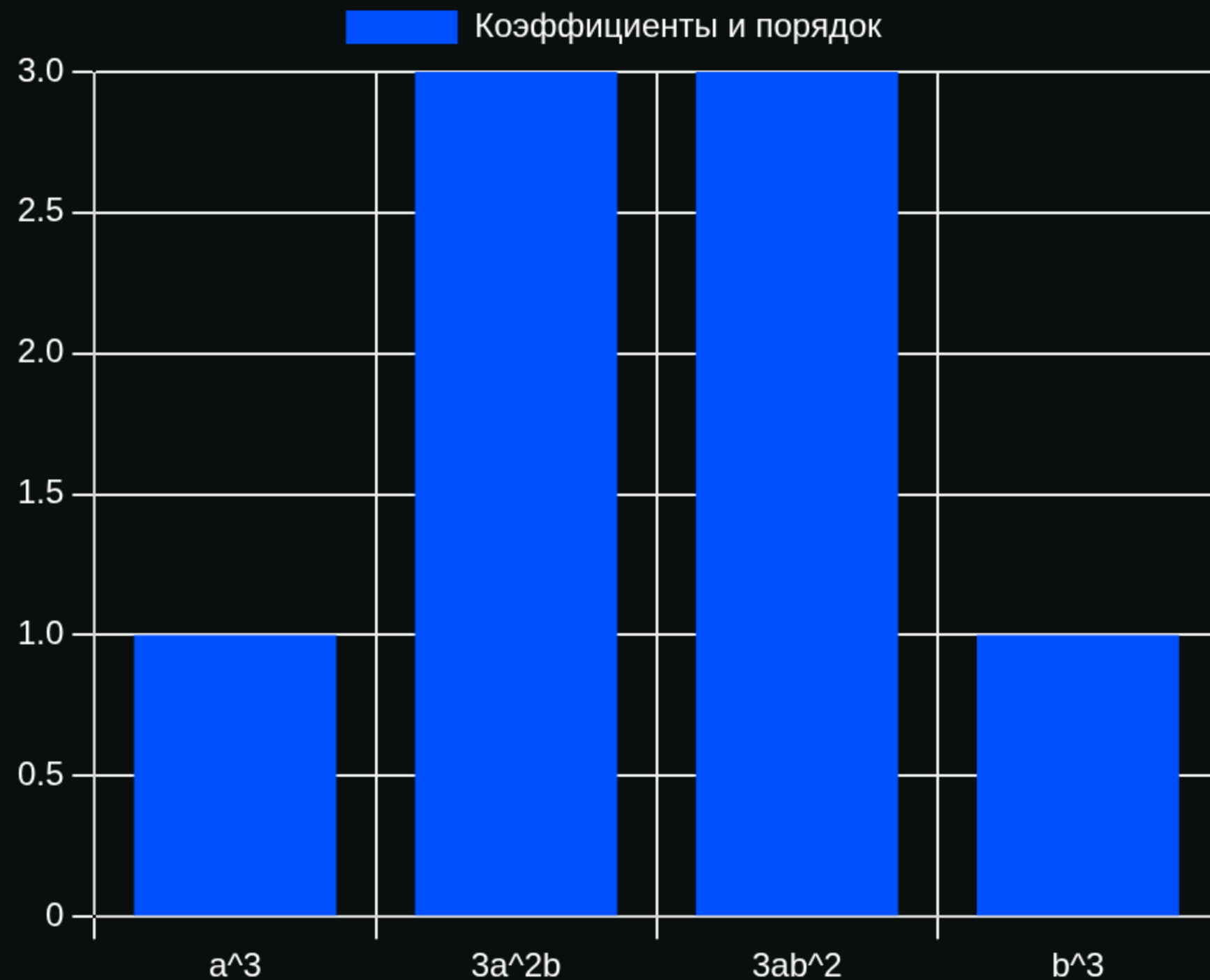


Диаграмма показывает, что коэффициенты и степени расположены симметрично: от первого члена к последнему структура меняется по зеркальному принципу.

Симметрия формулы помогает быстро восстанавливать пропущенный член и проверять правильность записи без полного перемножения скобок.

Стандартная запись формулы $(a+b)^3$ в курсе алгебры 7 класса

Практическая польза формул в вычислениях

1

Быстрый счёт

Выражения рядом с круглыми числами удобно считать через куб суммы или разности. Так, 99^3 легче представить как $(100-1)^3$ и сразу использовать формулу.

2

Проверка разложения

Формулы помогают быстро понять, правильно ли раскрыты скобки в решении. Если члены и знаки не совпадают с шаблоном, значит, допущена ошибка.

3

Экономия времени

На самостоятельных и контрольных работах такой приём ускоряет вычисления. Не нужно перемножать все скобки по отдельности, достаточно подставить значения в готовую формулу.

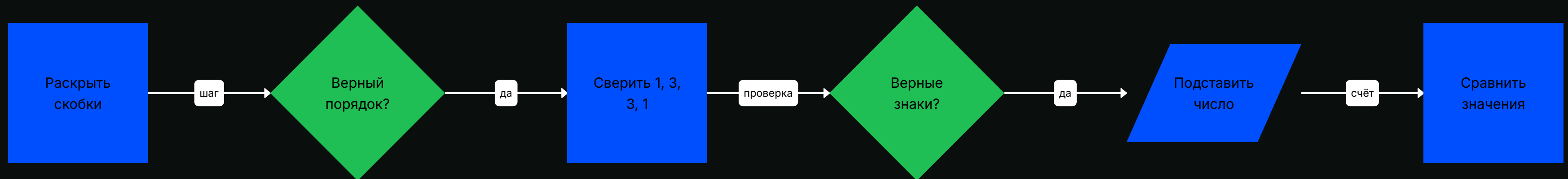
4

Меньше ошибок

Когда ученик опирается на шаблон 1, 3, 3, 1, ему легче не перепутать порядок членов. Это особенно полезно при сложных выражениях с числами и буквами.

Пошаговая проверка результата

Алгоритм самопроверки после раскрытия куба суммы или разности



Главное о кубе суммы и разности

Формулы $(a+b)^3$ и $(a-b)^3$ помогают быстро раскрывать скобки, видеть структуру многочлена и проверять решения. Если помнить шаблон 1, 3, 3, 1 и внимательно следить за знаками, ошибок становится заметно меньше.