

Разность векторов: основная идея и способы вычисления

Как вычитать векторы и проверять ответ без ошибок



Почему разность векторов важна

Разность векторов помогает сравнивать направления, описывать перемещение и быстро работать с координатами. На уроке вы увидите, как заменить вычитание сложением, прочесть смысл результата на рисунке и проверить вычисления.

Что называют вектором

Есть длина и направление

Вектор — это отрезок со стрелкой, у которого важны и размер, и направление. Поэтому два вектора могут быть равны даже в разных местах чертежа.

Можно переносить параллельно

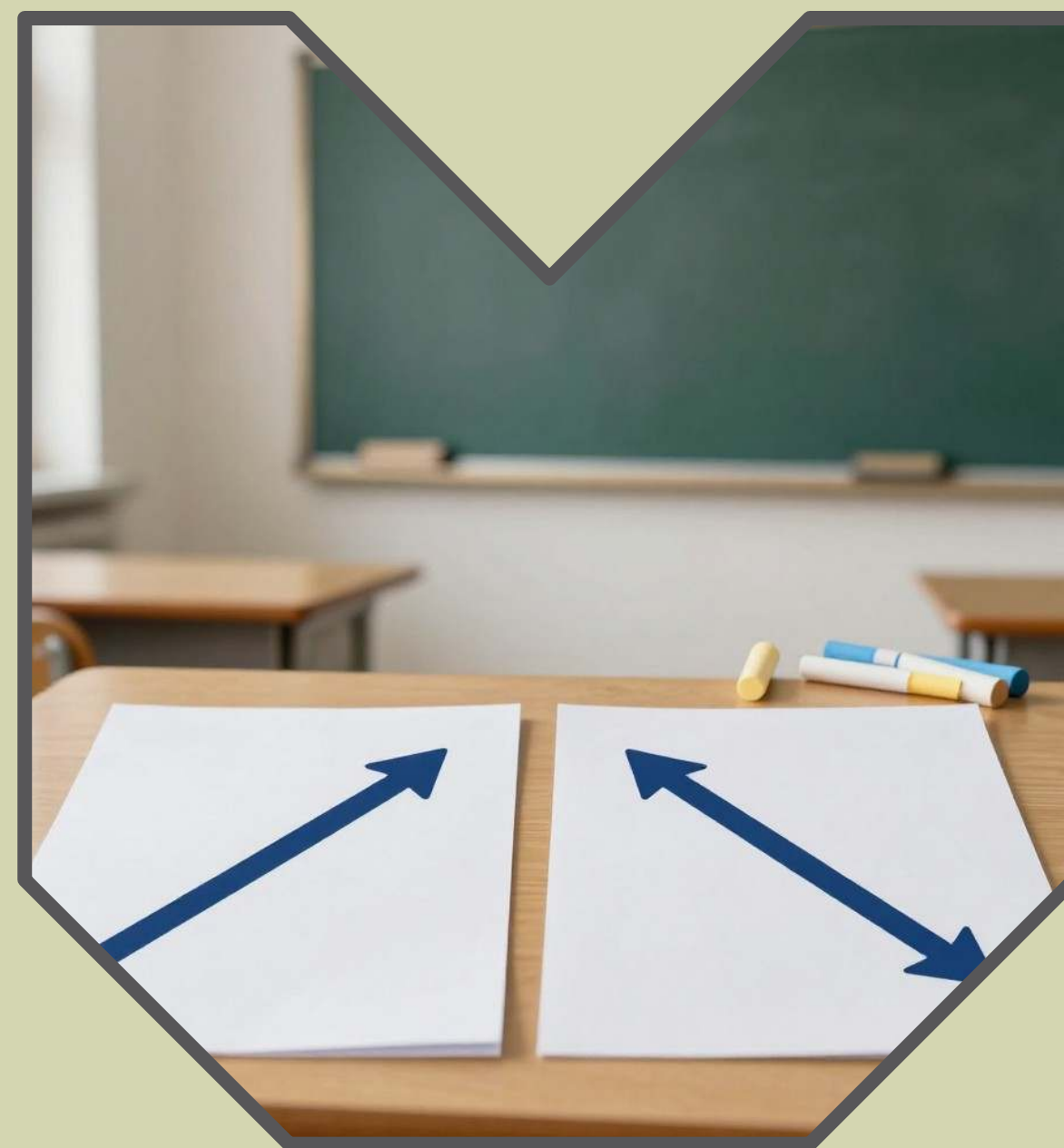
Один и тот же вектор разрешается переносить без изменения длины и направления. Это удобно: на рисунке важен не сам отрезок, а его ориентированное движение.

Обозначение на записи

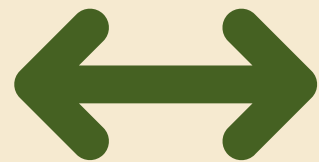
Вектор часто обозначают как AB или буквой a . Так легко отличить его от обычного отрезка и сразу понять, что речь идет о направлении, а не только о расстоянии.

Длина вектора

Длина вектора обозначается $|a|$ и всегда неотрицательна. Если вектор заменить другим такой же длины и направления, его модуль останется тем же.



Что важно знать о противоположном векторе



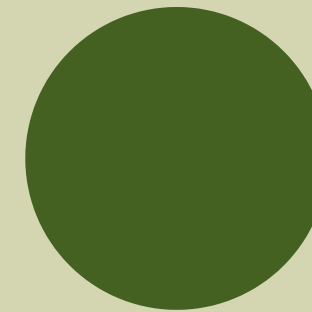
Противоположное направление

Для любого вектора a существует вектор $-a$. Он имеет ту же длину, но направлен в другую сторону, поэтому на чертеже выглядит как стрелка, повернутая на 180 градусов.



Одинаковая длина

У вектора a и его противоположного вектора $-a$ модуль одинаковый. Меняется только направление, а не размер, поэтому они образуют пару с равными длинами.

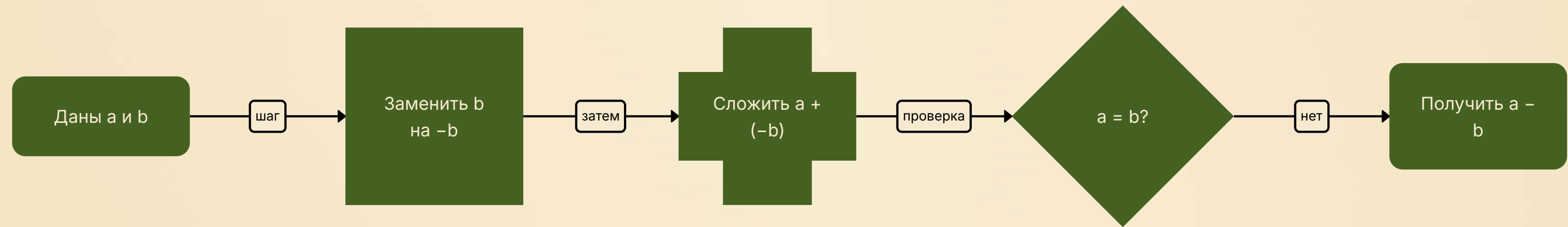


Нулевой результат

Если сложить a и $-a$, получится нулевой вектор. Это главный признак того, что векторы взаимно уничтожают друг друга при сложении.

Определение разности векторов

Переход от вычитания к сложению с противоположным вектором



Геометрический смысл разности $a - b$

● Вектор-связка

Разность $a - b$ — это такой вектор, который нужно прибавить к b , чтобы получить a . Поэтому он связывает два исходных вектора и показывает переход от одного к другому.

● Зависит от направления

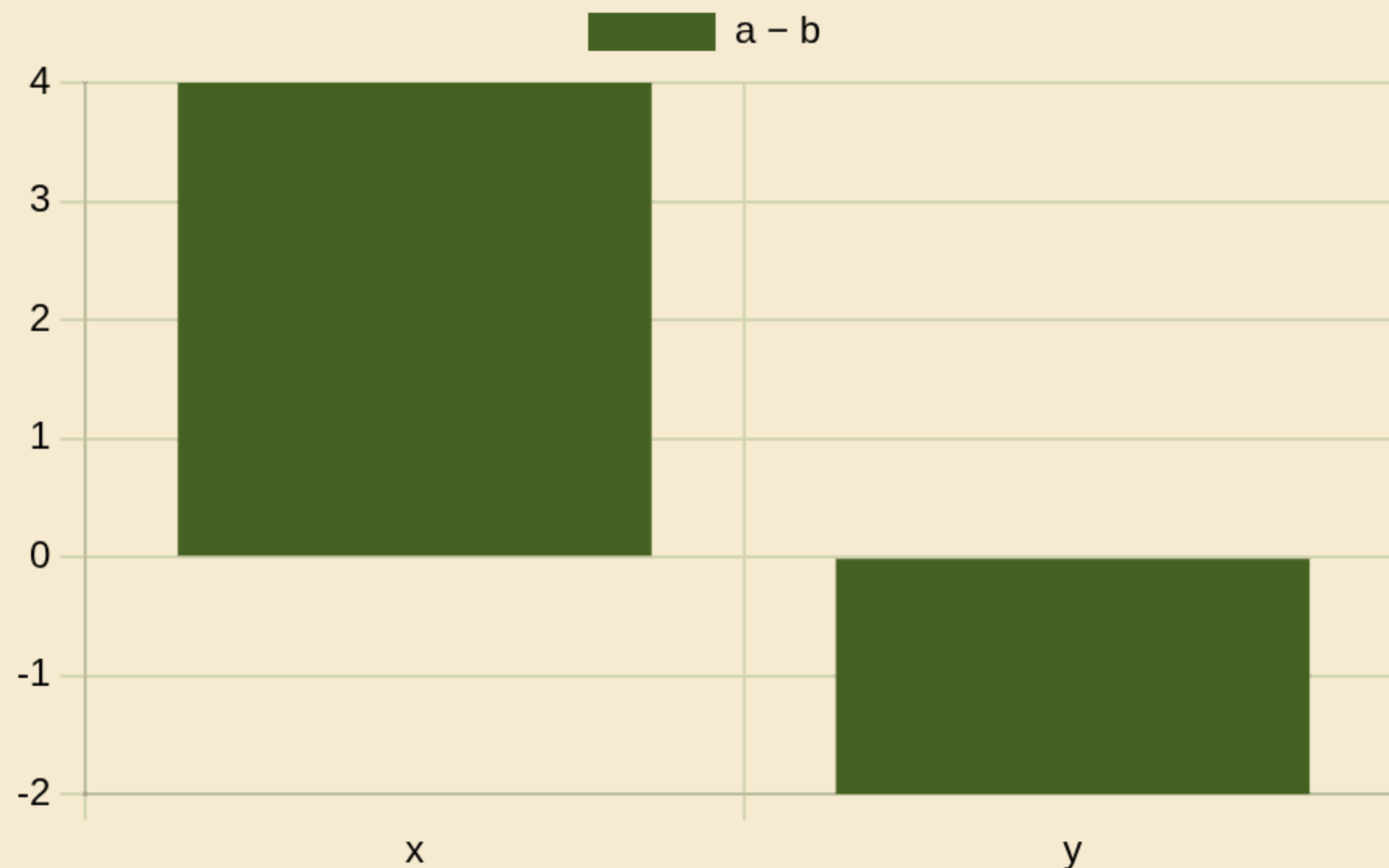
Чем сильнее отличаются направления исходных векторов, тем заметнее будет разность. При близких направлениях результат обычно короче, а при противоположных — выражен сильнее.

● Стрелка между концами

Если векторы изображены из одной точки, результат удобно проводить стрелкой от конца b к концу a . Так на чертеже сразу видно, какой именно вектор получается.



Разность векторов на координатной плоскости



По координатам видно, что каждая ось обрабатывается отдельно: сначала x , потом y . Это делает вычисление быстрым и понятным даже без построения полного чертежа.

Получается вектор $(4, -2)$: по оси x — смещение вправо, по оси y — вниз. Значения координат вычитаются по отдельности.

Пример из условия: $a = (5, 2)$, $b = (1, 4)$

Примеры вычисления разности по координатам

a	b	a – b	результат
(3, 1)	(1, 2)	(2, –1)	вправо-вниз
(–2, 4)	(3, 1)	(–5, 3)	влево-вверх
(6, 0)	(2, 0)	(4, 0)	вправо

В таблице показано, как поэлементное вычитание работает в разных случаях и как знак координат влияет на итоговое направление.

Во всех случаях координаты вычитаются отдельно. Знак результата показывает направление итогового вектора на плоскости.

Примеры составлены по правилу поэлементного вычитания координат

Правило координат для разности векторов

1 Записать координаты

Сначала нужно определить координаты обоих векторов: $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$. Без этого невозможно аккуратно применить формулу разности.

2 Вычесть поэлементно

Дальше вычитают отдельно координаты по оси x и по оси y : $a - b = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$. Такой способ одинаково работает для любых векторов на плоскости.

3 Обобщить на пространство

Если вектор задан в пространстве, добавляется третья координата z . Тогда правило расширяется до формулы $(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$, и вычисление остается таким же.

Разность векторов и расстояние между точками

Вектор между точками

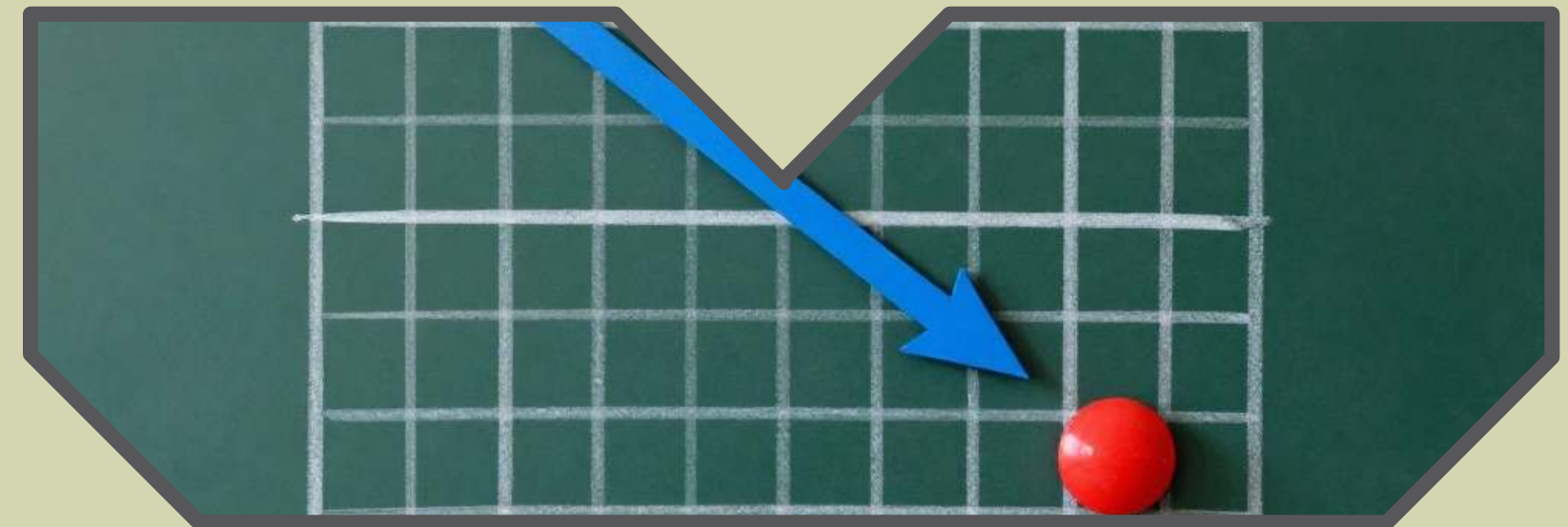
Если известны точки A и B , вектор AB находят как разность координат $B - A$. Он показывает, как перейти от одной точки к другой по клеткам.

Смещение по двум осям

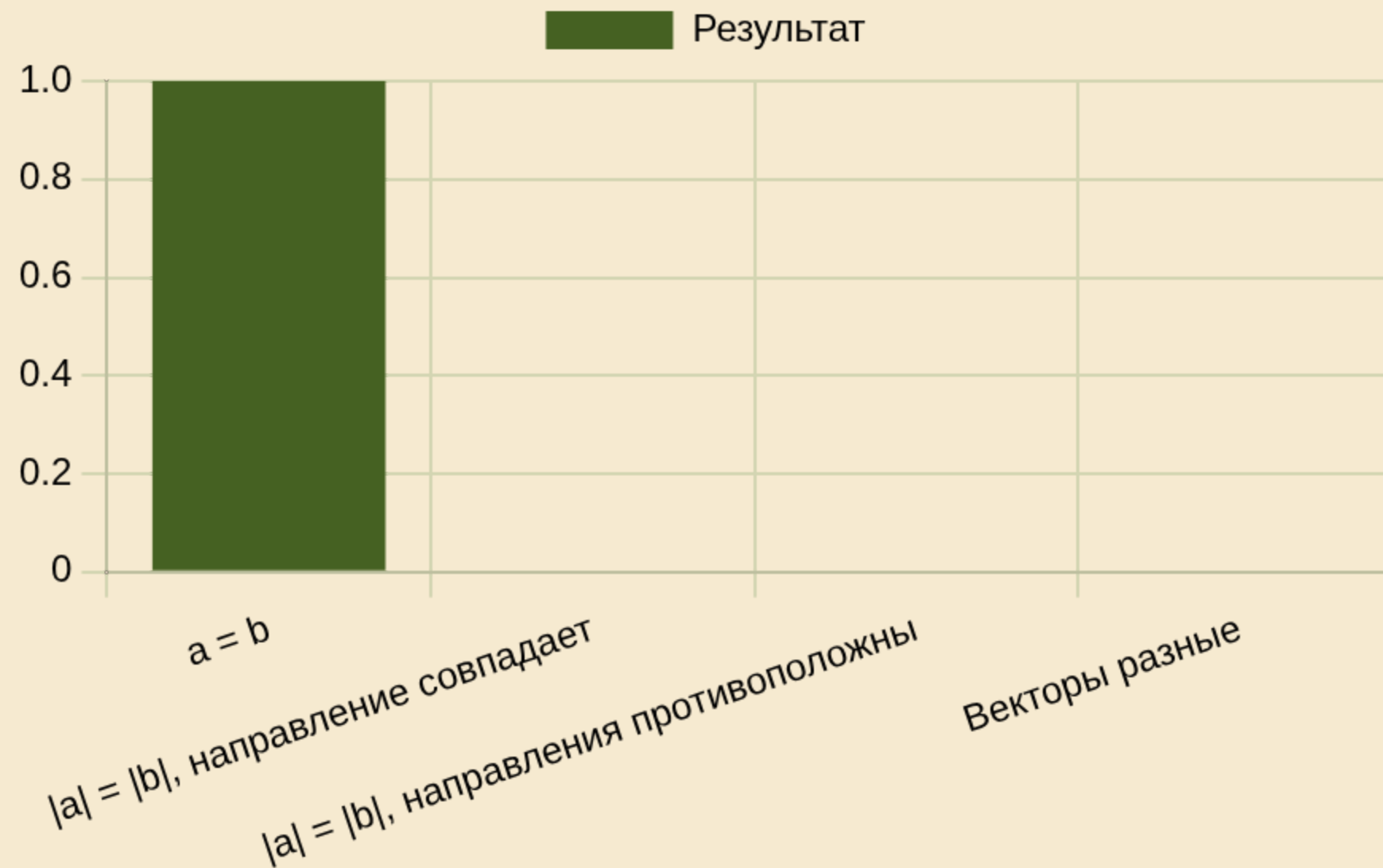
Перемещение на плоскости складывается из движения по оси x и по оси y . Разность векторов помогает увидеть, как оба смещения соединяются в один результат.

Помощь в задачах

Такой способ особенно полезен в задачах на маршрут, изменение положения и сравнение двух точек. Он позволяет быстро определить направление движения без лишних построений.



Когда разность дает нулевой вектор

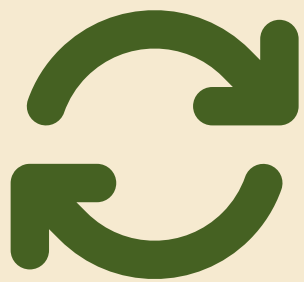


Нулевой результат возникает только при полном совпадении векторов. В остальных случаях разность показывает различие по направлению, длине или обоим признакам.

Если векторы равны, разность обнуляется; любое отличие дает ненулевой результат.

Учебная схема по теме «Разность векторов», 9 класс

Свойства разности векторов



Порядок важен

Разность не обладает переместительным свойством: при перестановке векторов меняются и координаты, и направление результата, поэтому $a - b$ и $b - a$ обычно различны.



Через сложение

Разность удобно понимать как сумму с противоположным вектором: $a - b = a + (-b)$. Такое представление помогает быстро переходить от вычитания к уже знакомому сложению.

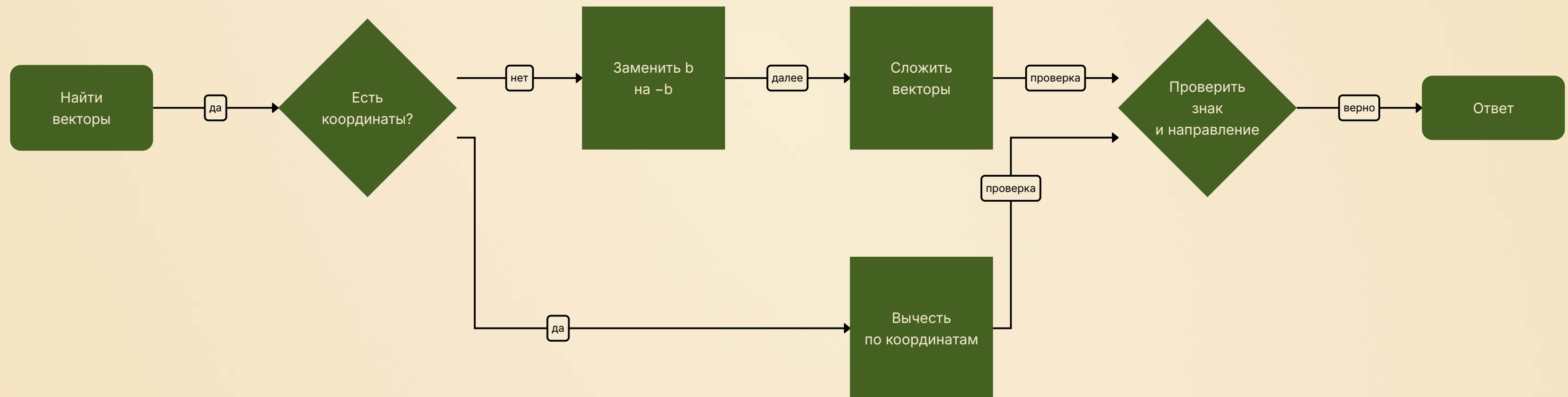


Проверка обратным действием

Если к найденной разности прибавить вычитаемый вектор, должен получиться исходный. Это простая проверка, которая помогает заметить ошибку в вычислениях или знаках.

Как находить разность векторов

Последовательность шагов: от задания векторов до проверки результата по формуле и рисунку.

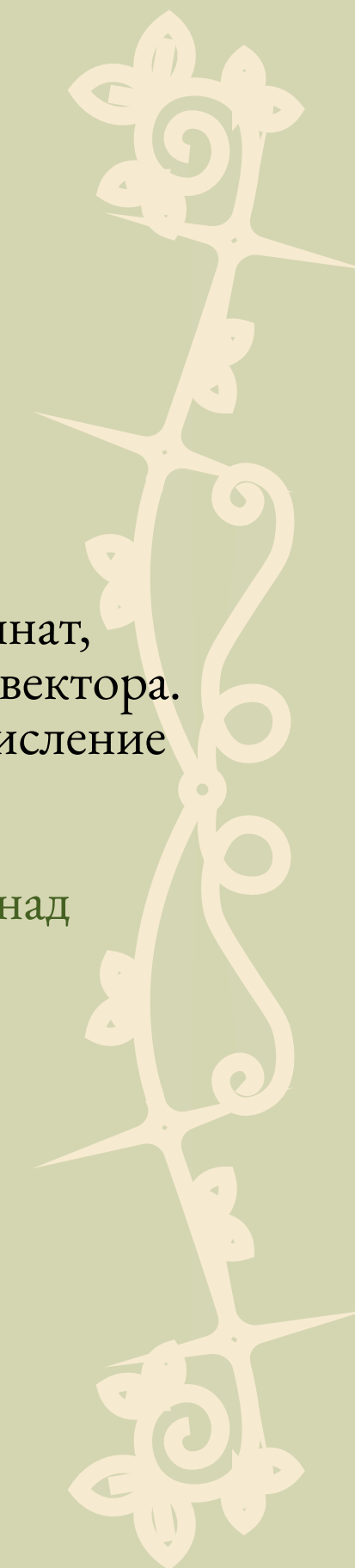


3

частые ошибки особенно мешают,
если не проверять знак и порядок
действий

На практике чаще всего путают вычитание координат, порядок векторов и свойства противоположного вектора. Поэтому полезно каждый раз перепроверять вычисление по рисунку и формуле.

Методические рекомендации по теме «Действия над векторами»



Сложение и разность векторов: сравнение операций

Краткое сравнение двух действий помогает не путать формулы и смысл результата.

Сложение соединяет направления, а разность показывает отличие одного вектора от другого.

Школьный курс геометрии, тема «Векторы»

Операция	Формула	Смысл
Сложение	$a + b$	объединение
Разность	$a - b$	сравнение

Разность векторов в реальных ситуациях



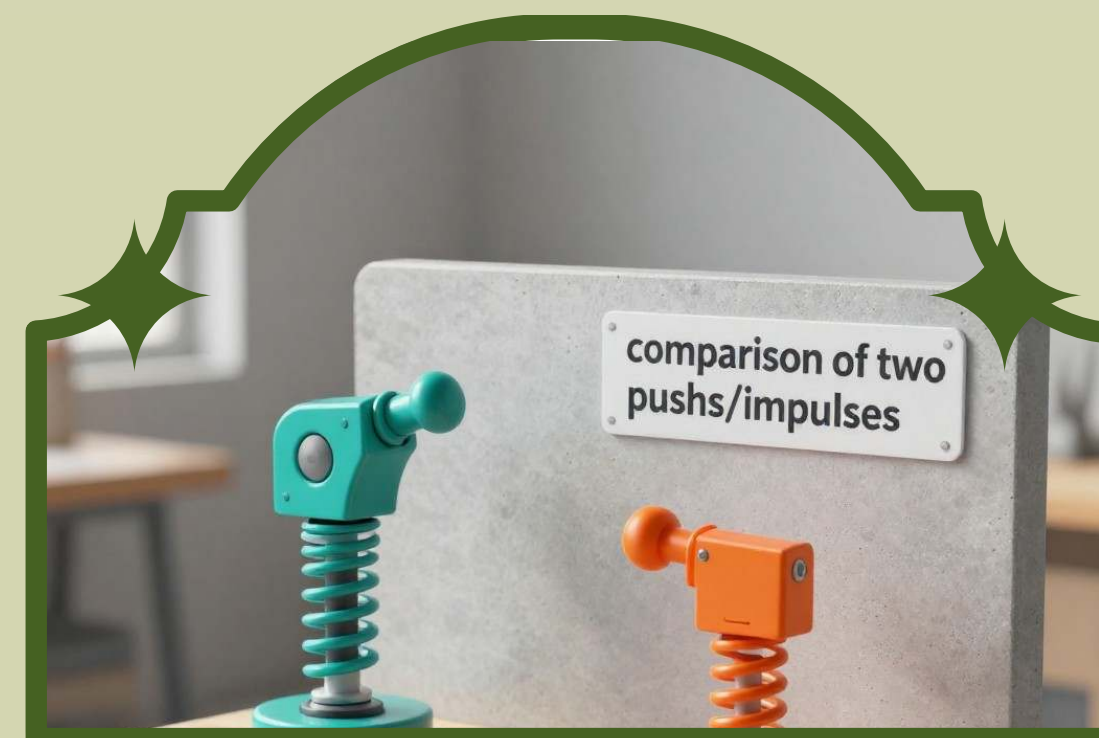
Маршрут на карте

На плане города человек проходит один путь, а затем сравнивает его с другим. Разность векторов показывает, насколько второй маршрут отличается от первого по направлению и смещению. Такое сравнение удобно изображать стрелками на схеме.



Движение по клеткам

Если объект перемещается по клетчатому полю, каждая часть пути легко переводится в вектор. Разность помогает увидеть, на сколько клеток изменилось положение по горизонтали и вертикали. По такому принципу решают многие учебные задачи.



Сравнение двух толчков

Когда два импульса или толчка направлены по-разному, важно понять не только их длину, но и различие направлений. Разность векторов описывает это различие наглядно, даже если на рисунке стрелки выглядят почти одинаково.

Пример вычитания координат на конкретных данных



По оси x результат уменьшился на 2, а по оси y стал отрицательным. Координаты обрабатываются независимо друг от друга.

Разность координат легко проверить по каждому измерению отдельно: x и y изменяются независимо.

Учебный пример по теме «Разность векторов», 9 класс

Проверка правильности ответа

1 Добавьте вычитаемый вектор

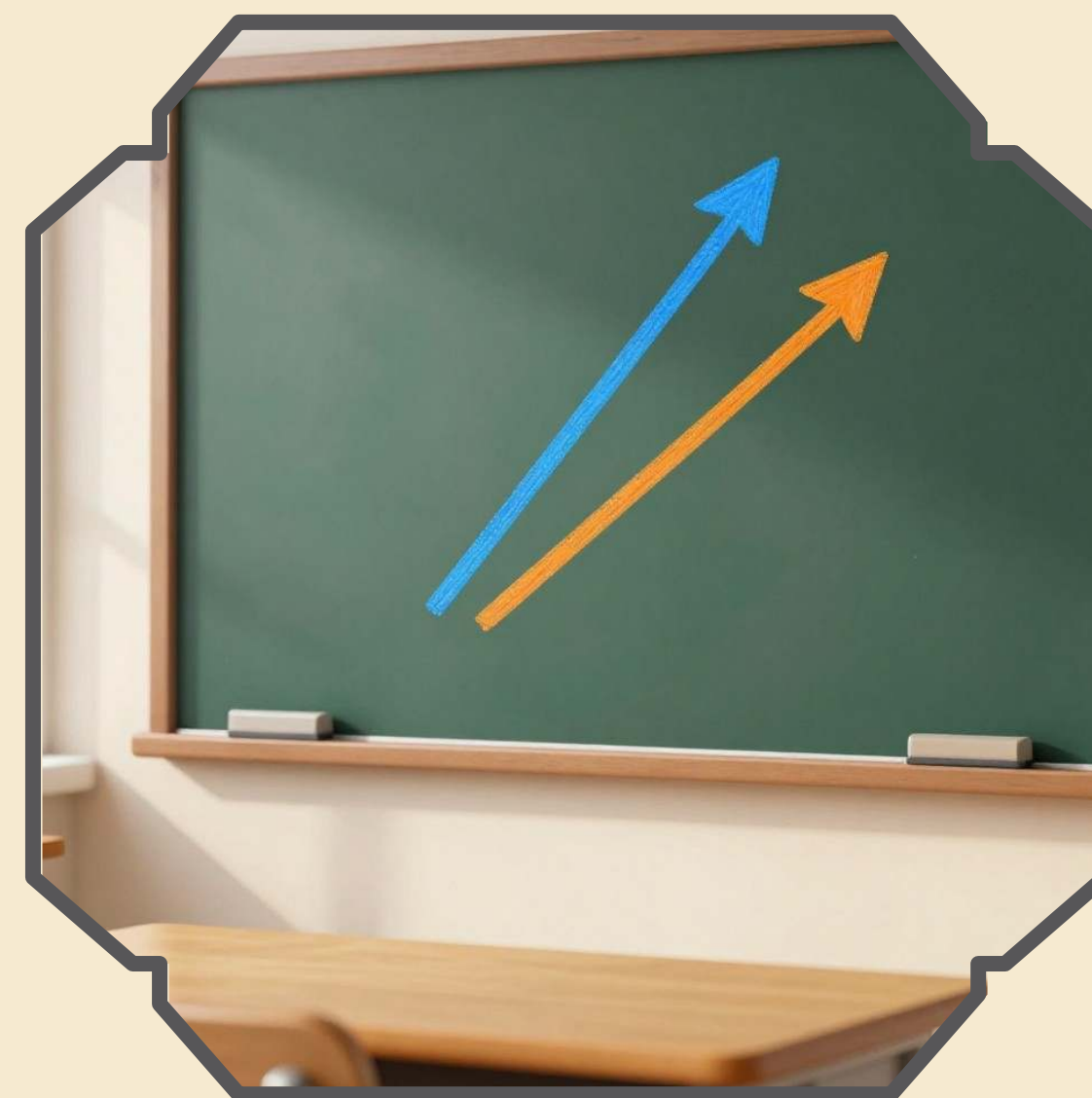
К найденной разности прибавьте вектор b . Если вычисление выполнено верно, результат должен совпасть с исходным вектором a без дополнительных преобразований.

2 Сверьте координаты

При работе на плоскости проверьте каждую координату отдельно: сначала x , затем y . Обратное сложение быстро показывает, где допущена ошибка в знаке.

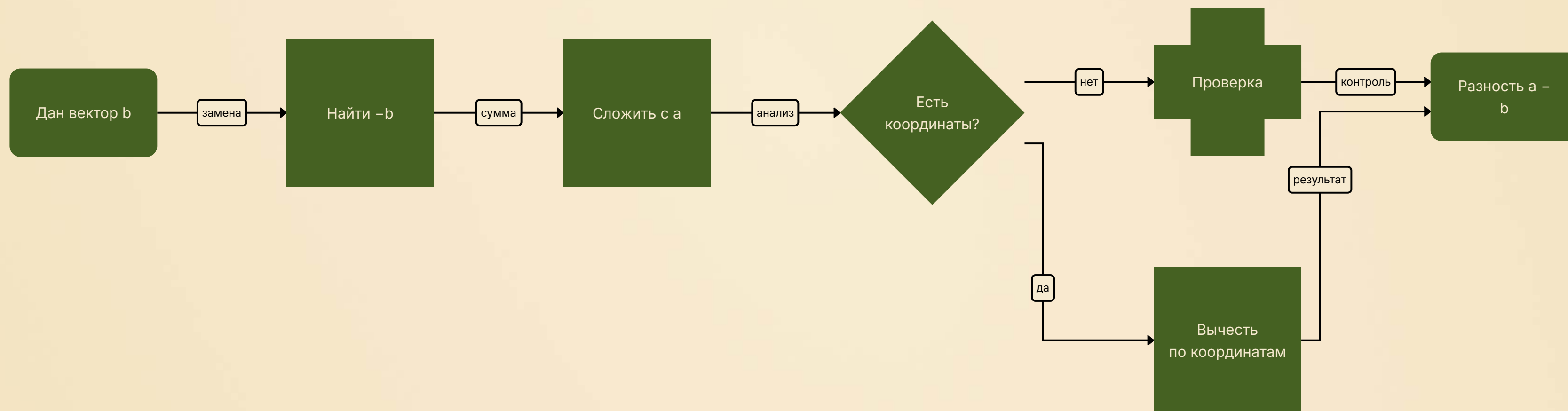
3 Сравните с рисунком

Если есть чертеж, убедитесь, что итоговый вектор направлен туда, куда должен. Геометрическая проверка особенно полезна, когда задача включает несколько последовательных действий.



Разность как часть действий над векторами

Схема показывает, как вычитание связано со сложением, координатами и проверкой результата.





Разность векторов: что важно запомнить

Разность векторов строится через противоположный вектор и удобно считается по координатам.
Она помогает находить перемещения, сравнивать направления и быстро проверять решение,
если не забывать о порядке вычитания.