

Функция $y = x^2$: первая парабола в алгебре

Квадрат числа открывает мир
парабол и симметрии.





Где встречается квадратная зависимость

Квадрат помогает считать площади, описывать движение и читать таблицы значений. На его примере удобно увидеть, как работает функция с чётным показателем степени и почему её график так легко узнать.

2

**именно такой показатель
делает результат
одинаковым для чисел
с противоположными
знаками.**

В функции $y = x^2$ число возводится во вторую степень, поэтому квадрат отрицательного и положительного числа с одинаковым модулем совпадает.

Формула степенной функции $y = x^n$; вычисления по правилам возведения в степень.

Таблица значений функции $y = x^2$



Выбираем x

Берём несколько удобных значений аргумента: отрицательные, ноль и положительные числа. Это помогает увидеть, как функция ведёт себя по обе стороны от оси симметрии.

Считаем квадрат

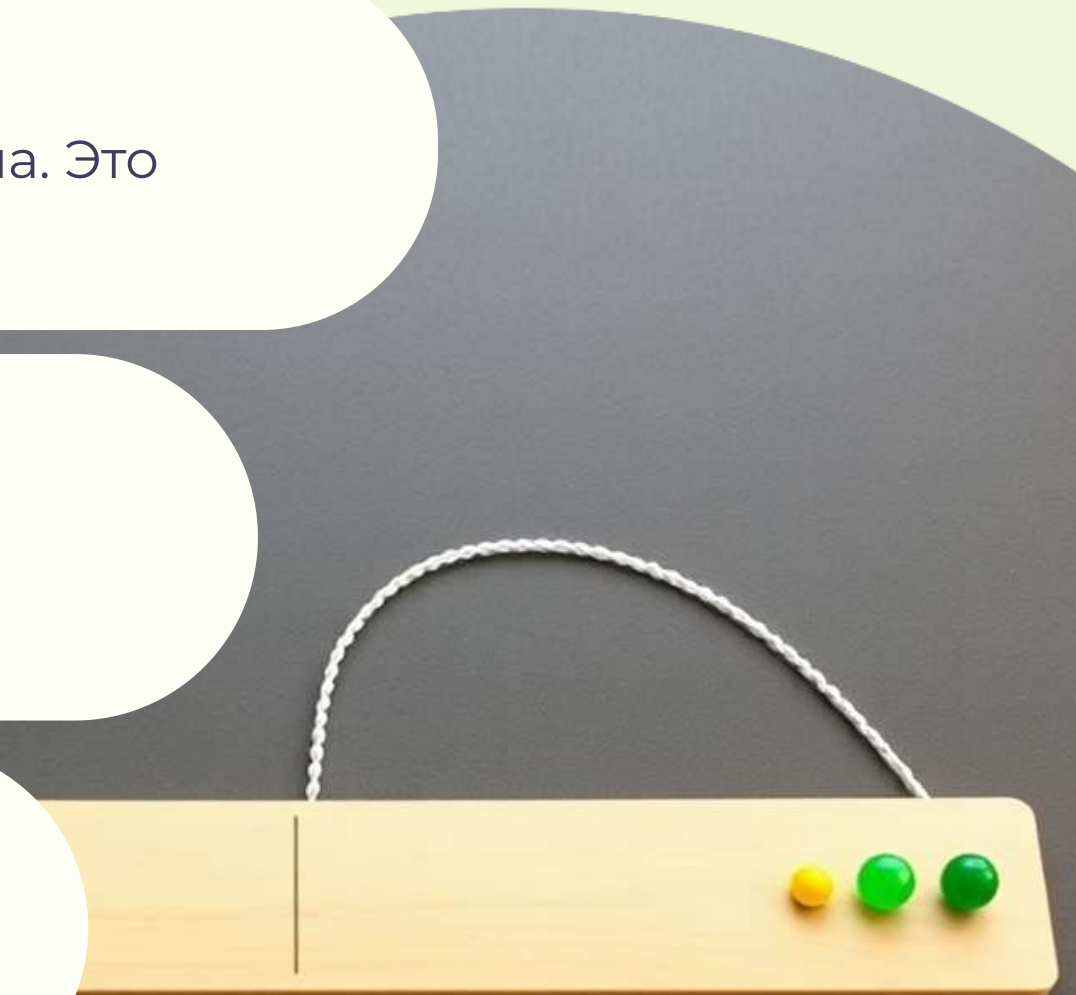
Для каждого значения x вычисляем x^2 . При этом знак числа исчезает, а результат зависит только от модуля, поэтому противоположные числа дают одинаковые ответы.

Получаем точки

Каждая пара значений превращается в точку на координатной плоскости. Если отметить их аккуратно, становится видно, как будущая парабола поднимается от вершины вверх.

Строим график

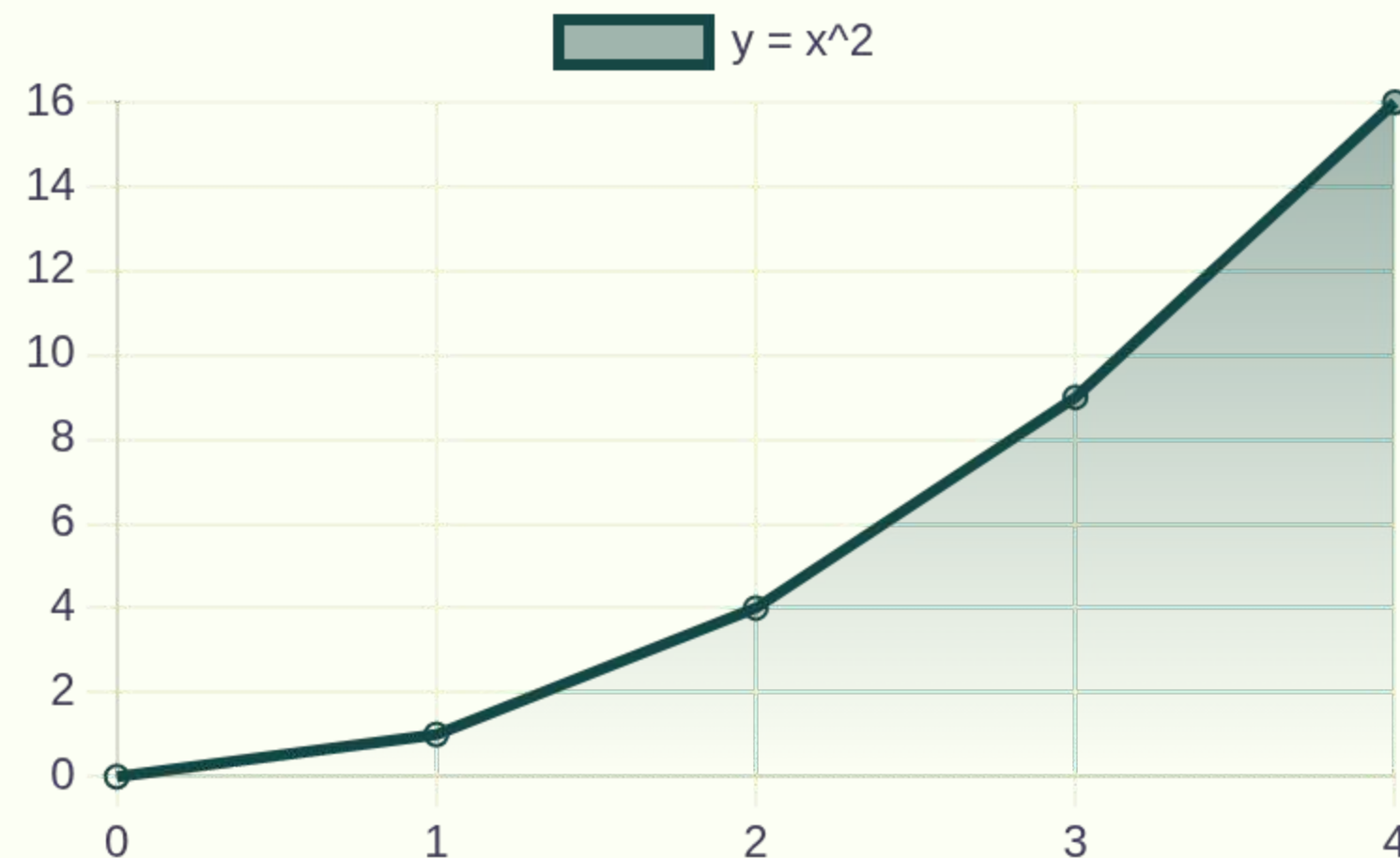
После нанесения всех точек их соединяют плавной линией. Ломаная здесь не подходит: график функции должен быть гладким и непрерывным.



Как быстро растут значения квадрата числа

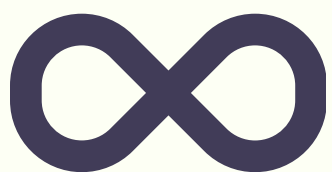
Рост неравномерный: каждый следующий шаг по x даёт всё больший прирост y .

Квадратная зависимость ускоряется с увеличением аргумента, поэтому большие по модулю числа дают заметно более крупные значения.



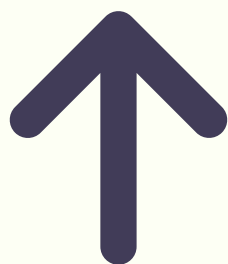
Вычисления по формуле $y = x^2$.

Основные свойства функции $y = x^2$



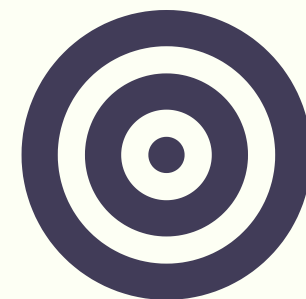
Область определения

Функцию можно вычислить для любого действительного числа. Подставлять в формулу разрешается и отрицательные, и дробные, и целые значения без ограничений.



Значения функции

Результат квадрата никогда не бывает отрицательным. Поэтому график расположен на оси x и выше неё, а нижняя граница значений равна нулю.



Минимум и ноль

Наименьшее значение функция принимает в точке $x = 0$. Здесь же находится её единственный ноль, потому что только ноль в квадрате даёт ноль.

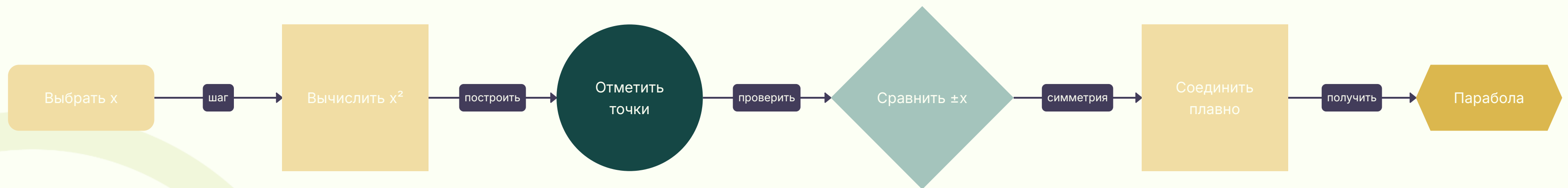


Симметрия

Если взять числа x и $-x$, значения функции совпадут. Из-за этого график выглядит одинаково слева и справа от оси y .

Как построить параболу по точкам

Последовательность основана на вычислении значений $y = x^2$ и их нанесении на координатную плоскость.



Симметрия графика относительно оси y



Парные точки

Точки с противоположными абсциссами оказываются на одинаковой высоте. Например, значения для -2 и 2 совпадают, как и для -3 и 3 .

Ось зеркала

Ось y делит график на две одинаковые части. Если мысленно сложить рисунок по этой линии, левая половина совпадёт с правой.

Следствие для чтения графика

Зная одну точку справа, легко предсказать точку слева. Это упрощает построение параболы и помогает быстрее проверять вычисления.

Вершина параболы и направление ветвей

- 1 Найти вершину**

Вершина графика $y = x^2$ находится в начале координат. Это самая нижняя точка параболы, от которой начинается её подъём в обе стороны.
- 2 Понять направление ветвей**

Ветви параболы направлены вверх, потому что значения функции не могут стать отрицательными. Чем дальше точка от оси y , тем выше она расположена.
- 3 Сделать вывод**

Минимальное значение функции равно нулю и достигается только при $x = 0$. Именно поэтому график не опускается ниже оси x .



Сравнение значений функции при разных x

x	y
-4	16
-2	4
0	0
2	4

Вычисления по формуле $y = x^2$.

Таблица показывает, как меняются значения функции при разных аргументах и почему важна симметрия относительно нуля.

Противоположные числа дают одинаковые значения, а ноль даёт минимальный результат. Это подтверждает симметрию и неотрицательность функции.

Связь функции $y = x^2$ с площадью квадрата

1

Сторона квадрата

Если сторона квадрата равна a , то его площадь находят по формуле $S = a^2$. Здесь возведение в квадрат означает умножение числа само на себя и напрямую связано с измерением площади.

2

Пример с числом 5

При $a = 5$ см получаем $S = 5^2 = 25$ см². Такой пример помогает увидеть, что запись x^2 в алгебре имеет понятный геометрический смысл и легко проверяется на практике.

3

Связь с графиком

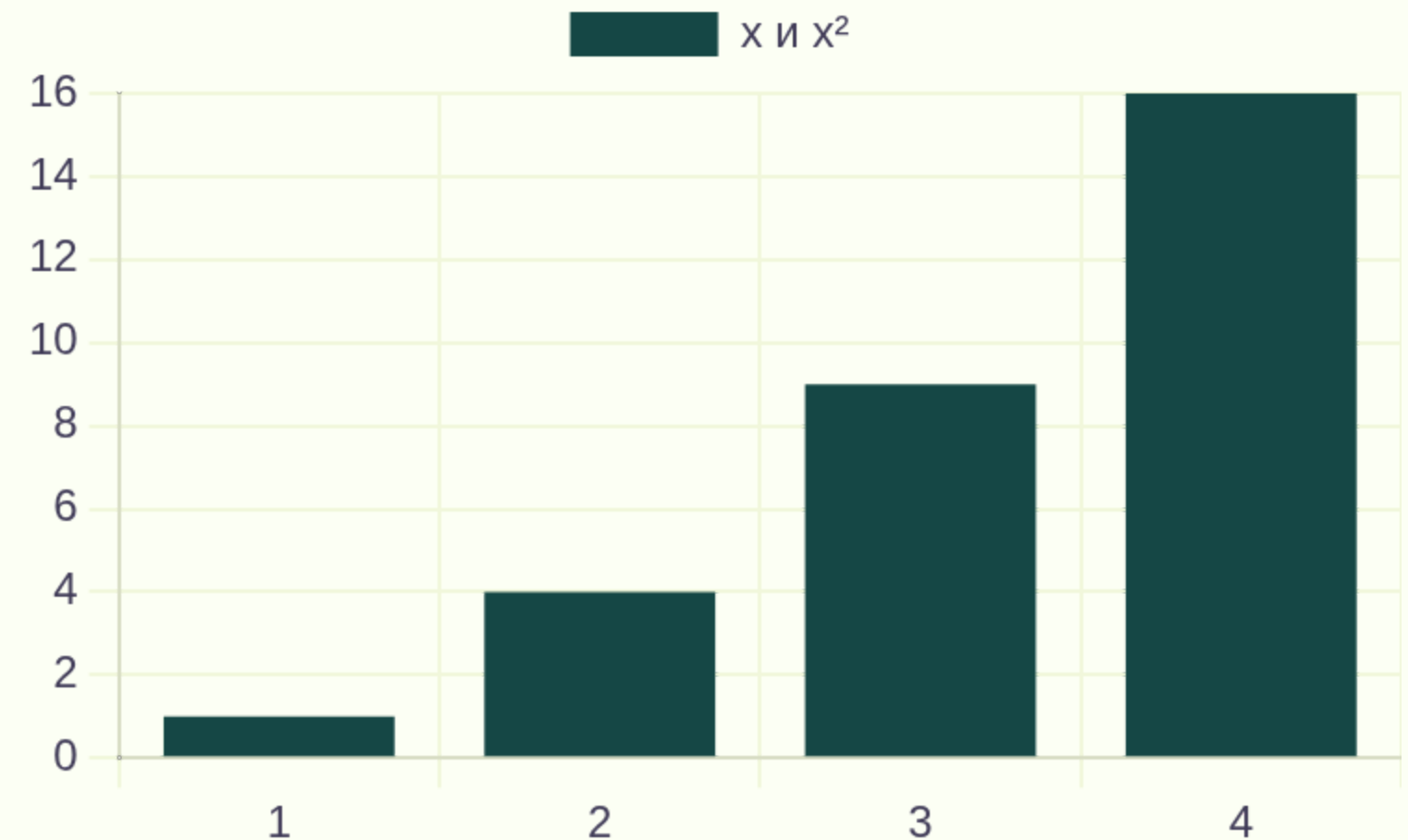
Когда в функции $y = x^2$ меняется x , меняется и значение площади для соответствующей стороны. Поэтому квадратная зависимость соединяет вычисления, геометрию и построение точек на координатной плоскости.



Сравнение числа и его квадрата

На диаграмме видно, что каждое следующее значение растёт быстрее предыдущего, поэтому разница между столбцами становится всё заметнее.

Квадрат числа усиливает рост: чем больше x , тем быстрее увеличивается x^2 .



Вычисления по формуле $y = x^2$

Почему показатель 2 называется чётным



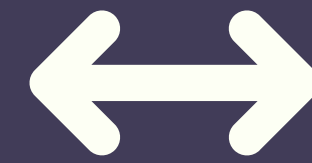
Положительный и отрицательный

При возведении в квадрат число и его противоположное дают одинаковый результат: $3^2 = 9$ и $(-3)^2 = 9$. Модуль числа влияет, а знак исчезает.



Неотрицательный результат

Квадрат любого числа не бывает отрицательным. Поэтому значения функции $y = x^2$ всегда лежат на оси x или выше неё, а график не опускается ниже нуля.



Симметрия по знаку

Чётный показатель делает функцию одинаковой для x и $-x$. Это объясняет зеркальность графика относительно оси y и помогает быстро находить пары точек.

Где можно увидеть параболу



Мост, который напоминает график

Если посмотреть на арки некоторых мостов, можно заметить плавный изгиб, похожий на параболу. Такая форма выглядит устойчиво и красиво, поэтому её часто используют в архитектуре. На рисунке это помогает связать график с реальным объектом.



Фара автомобиля и луч света

Отражатель фары нередко имеет форму, близкую к параболической. Это нужно для того, чтобы свет собирался и направлялся в нужную сторону. Здесь геометрическая форма помогает решать практическую задачу, а не только строить рисунок в тетради.

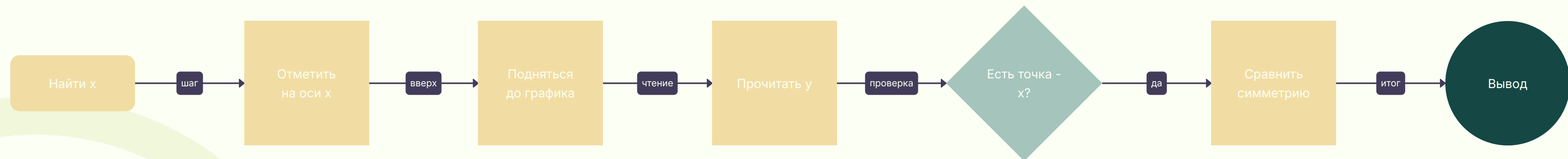


Прыжок мяча в воздухе

Когда мяч летит после броска, его путь обычно напоминает дугу, похожую на параболу. Движение меняется под действием силы тяжести, поэтому траектория сначала поднимается, а затем опускается. Такой пример легко увидеть на уроке физкультуры.

Как читать точку на параболе

Последовательность действий при работе с графиком $y = x^2$



Ошибки при вычислении квадрата числа

Запись	Результат
$(-2)^2$	4
-2^2	-4
$(-3)^2$	9
-3^2	-9

Скобки показывают, возводится ли в квадрат само число или только его модуль без знака.

Скобки меняют смысл записи: сначала выполняют возведение в степень, а затем учитывают знак.

Правило порядка действий и возведение в степень

Сравнение $y = x^2$ с другими степенными функциями

График $y = x^2$
симметричен
относительно оси y
и не опускается ниже оси
 x . Его форма показывает
влияние чётного
показателя степени
и удобна для сравнения
с другими графиками.

Квадратичная функция $y = x^2$

Линейная функция $y = x$

У линейной функции
значения меняются
равномерно:
при увеличении x на 1, y
тоже растёт на 1.
У квадратичной
функции сначала рост
медленнее, но затем
он заметно ускоряется.

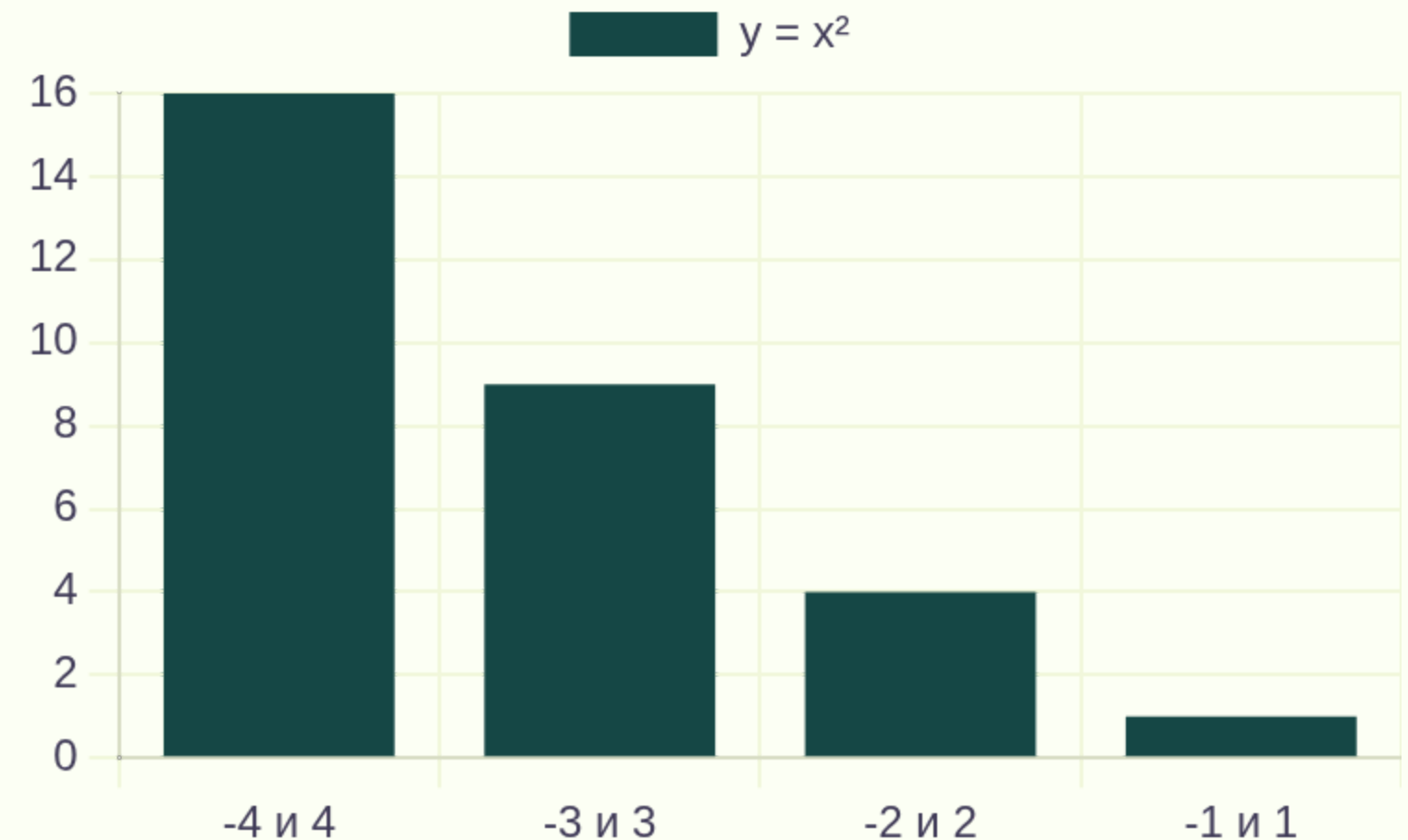
Кубическая функция $y = x^3$

У функции $y = x^3$ график
проходит и выше, и ниже
оси x , поэтому
он не обладает такой же
зеркальной симметрией,
как парабола. Это
подчёркивает разницу
между чётным и нечётным
показателем.

Пары симметричных точек на параболе

Каждая пара точек находится на одинаковом расстоянии от оси y , поэтому их значения совпадают и удобно сравниваются по модулю x .

Равенство значений для противоположных x подтверждает симметрию параболы относительно оси y .



Вычисления по формуле $y = x^2$

Что важно запомнить о функции $y = x^2$

1

Форма графика

График функции $y = x^2$ называется параболой. Его легко узнать по плавной U-образной форме, которая помогает отличать эту функцию от линейной и кубической.

2

Вершина и направление

Самая низкая точка графика находится в начале координат: $(0; 0)$. От неё ветви поднимаются вверх, поэтому функция имеет минимальное значение, равное нулю.

3

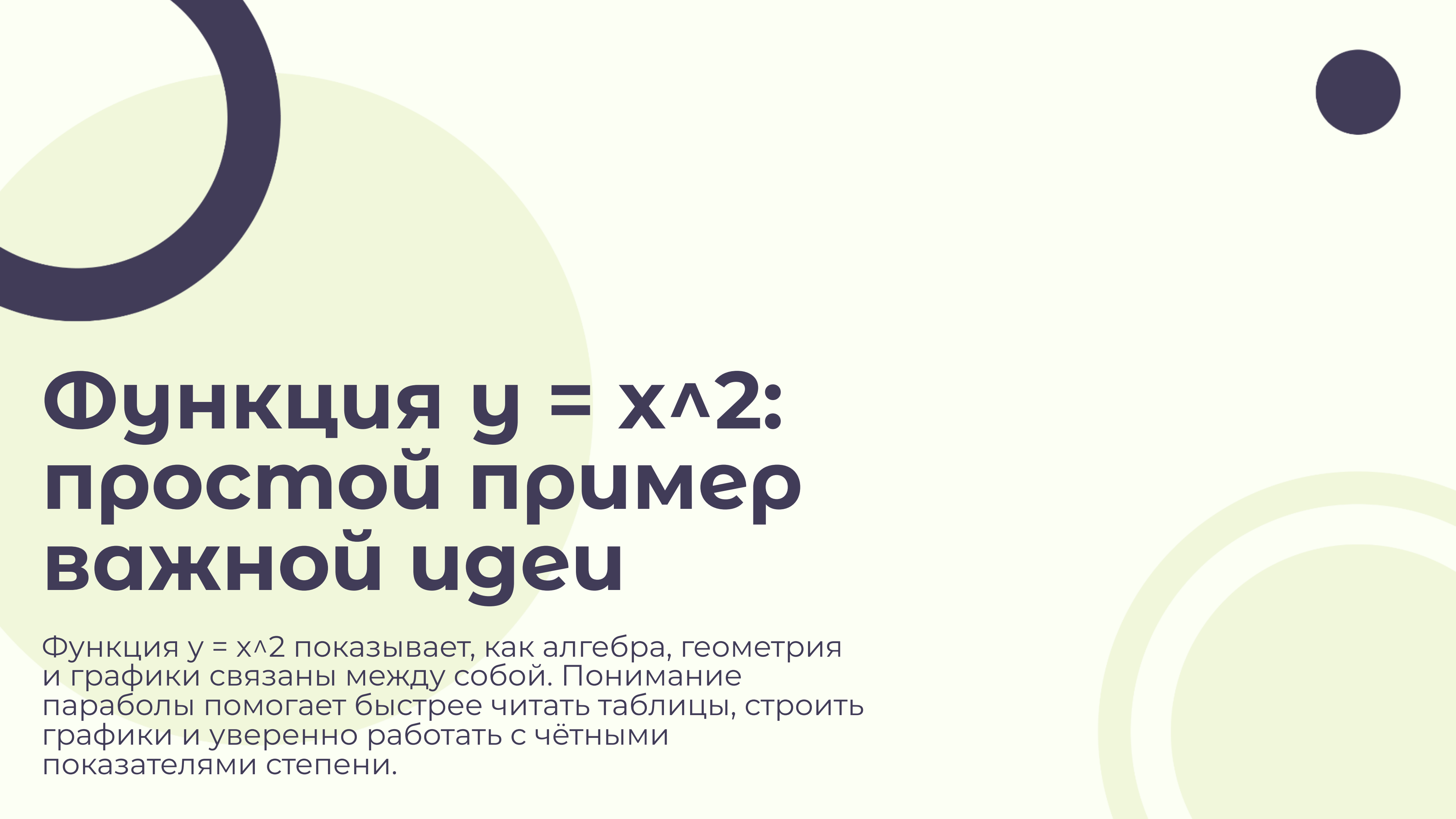
Значения функции

Для любых x значения y неотрицательны, а точки с противоположными абсциссами дают одинаковые ординаты. Это главное свойство чётного показателя степени.

4

Связь с жизнью

Квадрат числа нужен не только в алгебре. Он помогает находить площадь квадрата, читать таблицы значений и уверенно строить графики на координатной плоскости.



Функция $y = x^2$: простой пример важной идеи

Функция $y = x^2$ показывает, как алгебра, геометрия и графики связаны между собой. Понимание параболы помогает быстрее читать таблицы, строить графики и уверенно работать с чётными показателями степени.