

Умножение многочлена на многочлен

Раскрываем скобки по правилу распределения.



Зачем нужен этот приём



Он помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и проверять формулы. Важно не пропустить ни одно произведение, правильно поставить знаки и затем собрать подобные слагаемые в ответе без ошибок.

Что такое многочлен



Сложение одночленов

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов, например $3x+2$ или x^2-5x+1 . Он состоит из отдельных членов, которые можно рассматривать по отдельности при вычислениях.

1

Из чего состоит член

Каждый член имеет коэффициент, буквенную часть и степень. Например, в выражении $2a$ буквенная часть — a , коэффициент — 2 , а степень переменной определяет, сколько раз она повторяется.

2

Как работать с произведениями

При умножении многочленов сначала получают все возможные произведения членов из обеих скобок. Затем одинаковые по буквенной части слагаемые объединяют, чтобы запись стала короче и удобнее.

3

Зачем это важно

Такой способ нужен не только для примеров на уроке. Он помогает преобразовывать выражения, решать уравнения и проверять формулы, встречающиеся в алгебре и геометрии.

4

Распределительное свойство как основа умножения

■ Главное правило

Распределительное свойство записывают так: $a(b+c)=ab+ac$. Оно означает, что каждый множитель из первой части должен быть умножен на каждое слагаемое во второй части без исключений.

■ Для двух скобок

Если умножаются два многочлена, правило применяется последовательно. Например, в выражении $(x+2)(x+3)$ каждый член первой скобки соединяется с каждым членом второй, и получается четыре произведения.

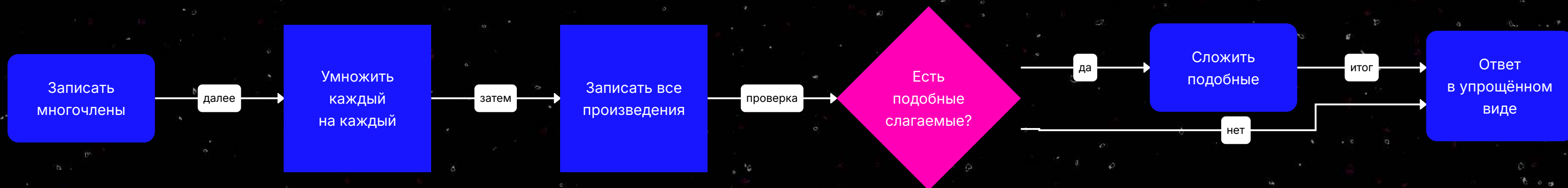
■ Как это видно на схеме

На рисунке удобно показать стрелки от каждого элемента первой скобки ко всем элементам второй. Такая схема помогает не забыть ни одно произведение и быстрее понять порядок действий.



Алгоритм умножения многочлена на многочлен

Последовательность действий при раскрытии скобок и упрощении выражения



Пример: $(x+2)(x+3)$

Таблица показывает все промежуточные произведения и то, как из них получается упрощённый ответ.

После объединения $3x$ и $2x$ получаем x^2+5x+6 ; при двух двучленах всегда выходит четыре произведения.

Произведение	Результат
$x \cdot x$	x^2
$x \cdot 3$	$3x$
$2 \cdot x$	$2x$
$2 \cdot 3$	6

Распределительное свойство умножения

Как умножаются одночлены



Коэффициенты

Сначала перемножают числовые коэффициенты, не обращая внимания на буквы. Например, $4 \cdot (-3) = -12$, поэтому знак результата зависит от знаков множителей.



Одинаковые буквы

Если в произведении встречается одна и та же буква, её степени складывают. Так, $x^2 \cdot x^3 = x^5$, потому что к показателю 2 добавляется показатель 3.



Несколько переменных

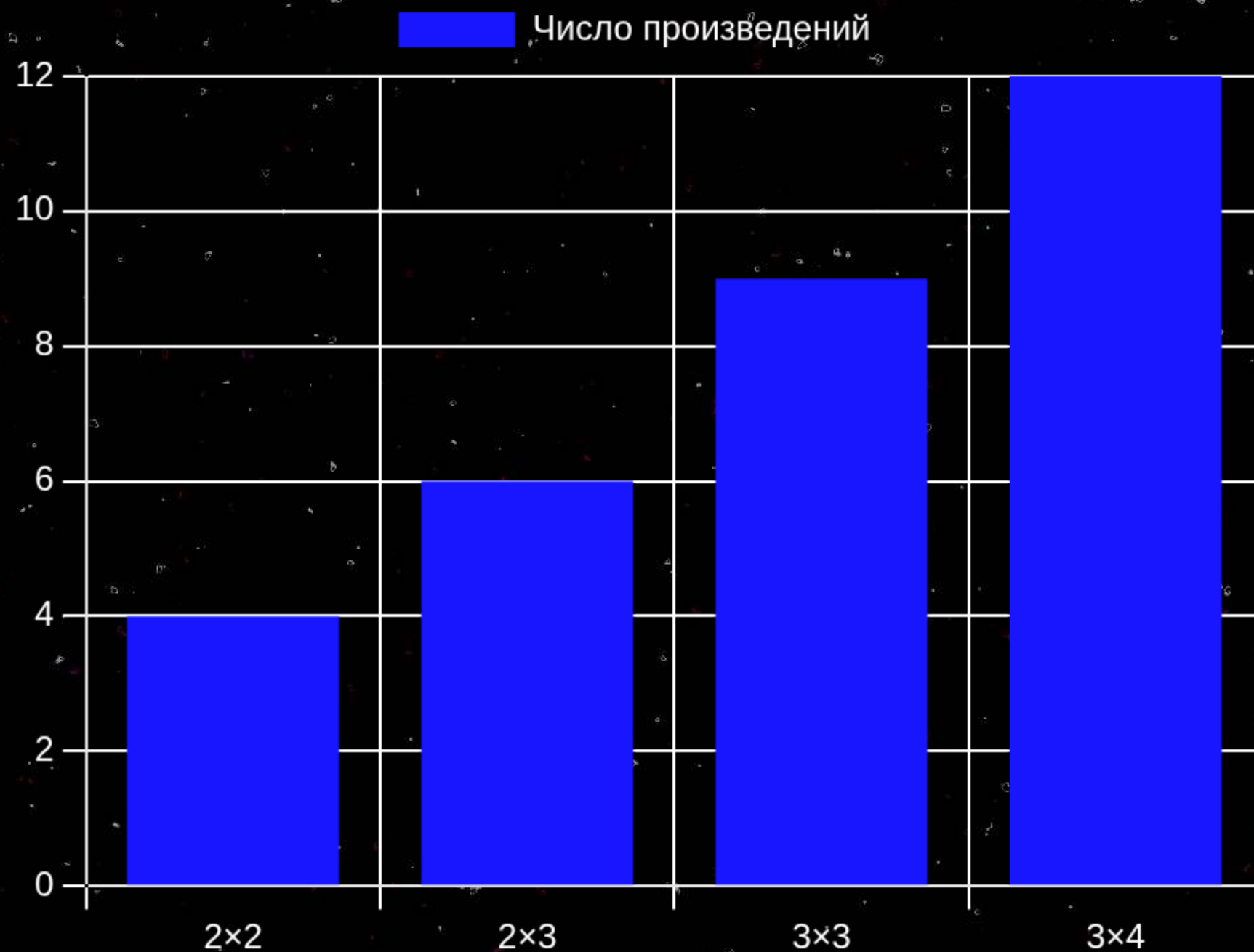
Когда букв несколько, показатели складывают по каждой из них отдельно. Например, $a^2b \cdot ab^3 = a^3b^4$, и каждая переменная сохраняет свой порядок.



Проверка записи

Важно аккуратно писать степени и не забывать о буквах, которые уже есть в каждом одночлене. Ошибка в одной переменной меняет весь итоговый ответ.

Как число произведений зависит от числа членов



Чем больше членов в скобках, тем больше промежуточных действий придется выполнять при раскрытии скобок.

Рост числа произведений идёт быстро, поэтому в длинных выражениях особенно важны порядок записи и внимательная проверка.

По правилу умножения многочленов; учебный пример

Работа со знаками в произведениях

Одинаковые знаки

Положительное число на положительное даёт положительный результат. Поэтому произведения без минусов записываются без изменений по знаку и обычно не вызывают трудностей.

Разные знаки

Если один множитель положительный, а другой отрицательный, результат будет отрицательным. Это правило помогает правильно записывать члены, возникающие после раскрытия скобок.

Два минуса

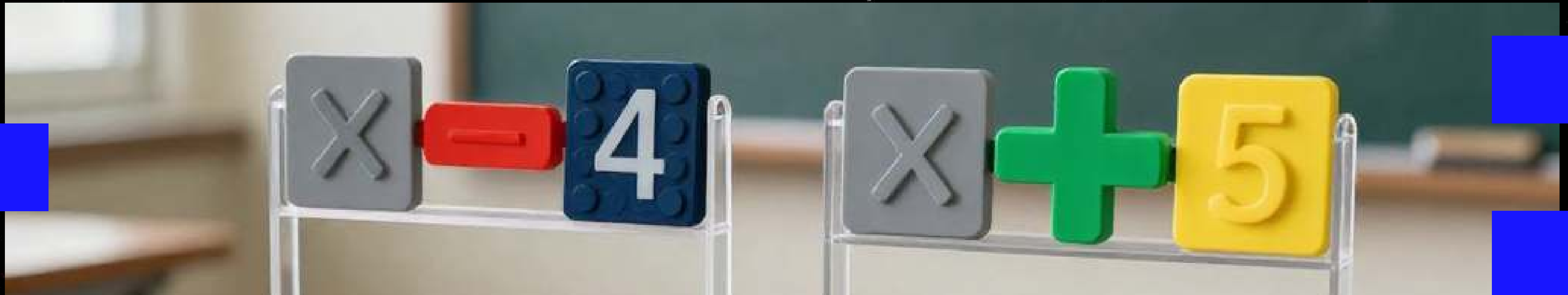
Произведение двух отрицательных чисел даёт положительный результат. В многочленах это особенно заметно, когда минус стоит перед скобкой или перед отдельным членом.

Как не ошибиться

Полезно выделять знаки цветом, подчёркивать их или отмечать стрелками на схеме. Такая визуальная проверка помогает не перепутать знак при каждом промежуточном произведении.



Пример с отрицательными числами



Первое произведение

В выражении $(x-4)(x+5)$ сначала умножаем x на x и получаем x^2 . Это начало ответа, которое показывает, что переменные перемножаются так же, как и числа.

Следующие члены

Затем x умножаем на 5 , а -4 умножаем на x . Получаются $5x$ и $-4x$. Здесь особенно важно внимательно следить за знаками, чтобы не изменить результат.

Последнее произведение

Четвёртое произведение — $(-4) \cdot 5 = -20$. Оно завершает раскрытие скобок и показывает, что при умножении на отрицательное число знак результата остаётся отрицательным.

Итоговый ответ

После объединения подобных слагаемых $5x$ и $-4x$ получаем $x^2 + x - 20$. Этот пример доказывает, что знак и порядок действий одинаково важны для правильного ответа.

1

2

3

4

Типичные ошибки при раскрытии скобок

Ошибка	Как правильно
Пропущено слагаемое	Умножить всё
Неверный знак	Проверить знаки
Не приведены	Сложить подобные
Степень записана неверно	Сложить показатели

Сравнение частых ошибок помогает быстрее находить и исправлять неточности при умножении многочленов.

Если проверять каждый шаг отдельно, можно избежать пропусков, ошибок со знаками и неверной записи степеней.

учебный алгоритм раскрытия скобок и типовые ошибки при умножении многочлена на многочлен.

Квадрат двучлена как частный случай

1. Записываем произведение

Если двучлен умножается сам на себя, получаем квадрат двучлена: $(a+b)(a+b)$.

2. Раскрываем скобки

Каждый член первой скобки умножаем на каждый член второй и получаем a^2 , ab , ab и b^2 .

3. Объединяем подобные

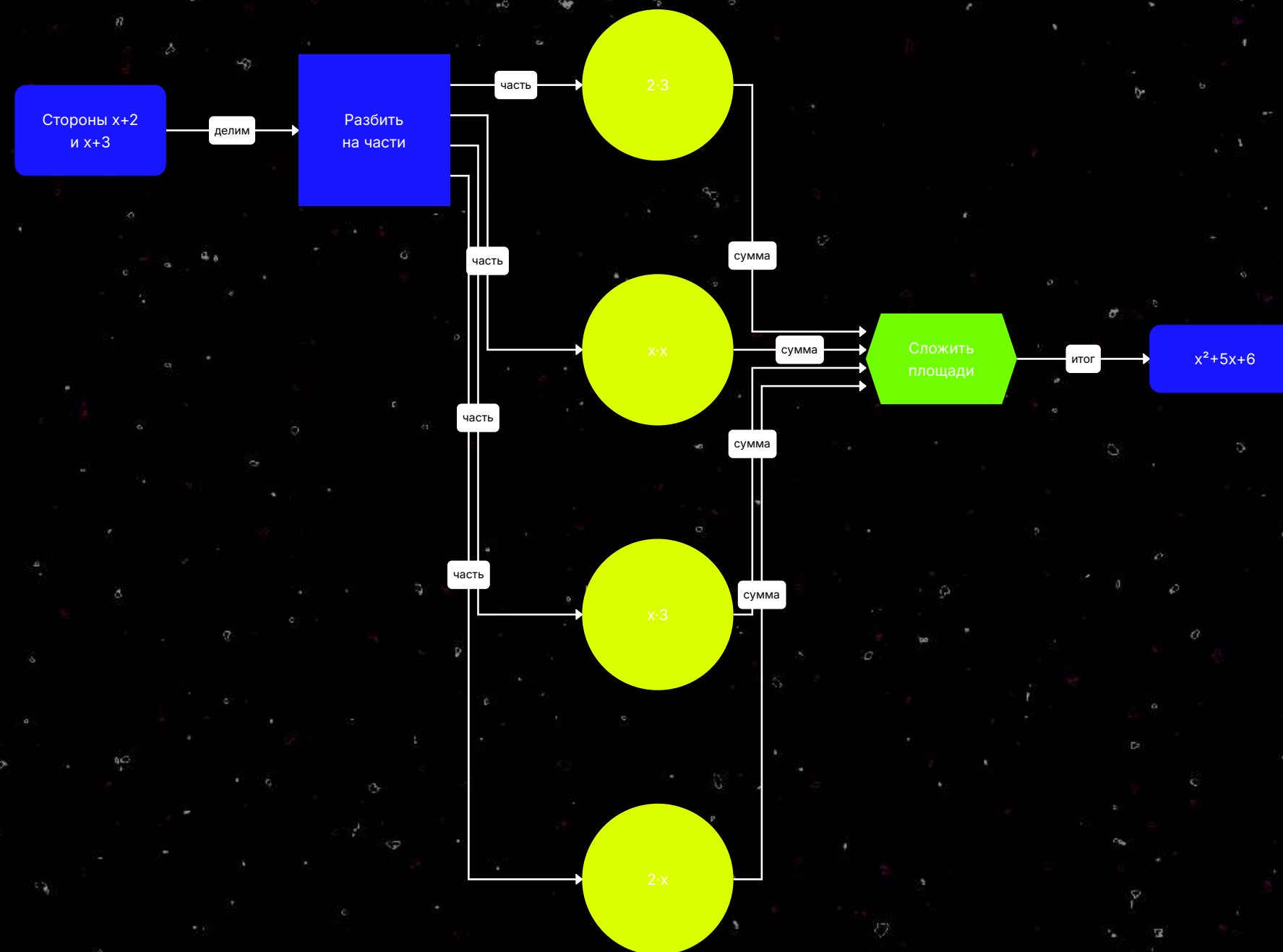
Два одинаковых слагаемых ab складываются, поэтому выражение становится $a^2+2ab+b^2$.

4. Используем формулу

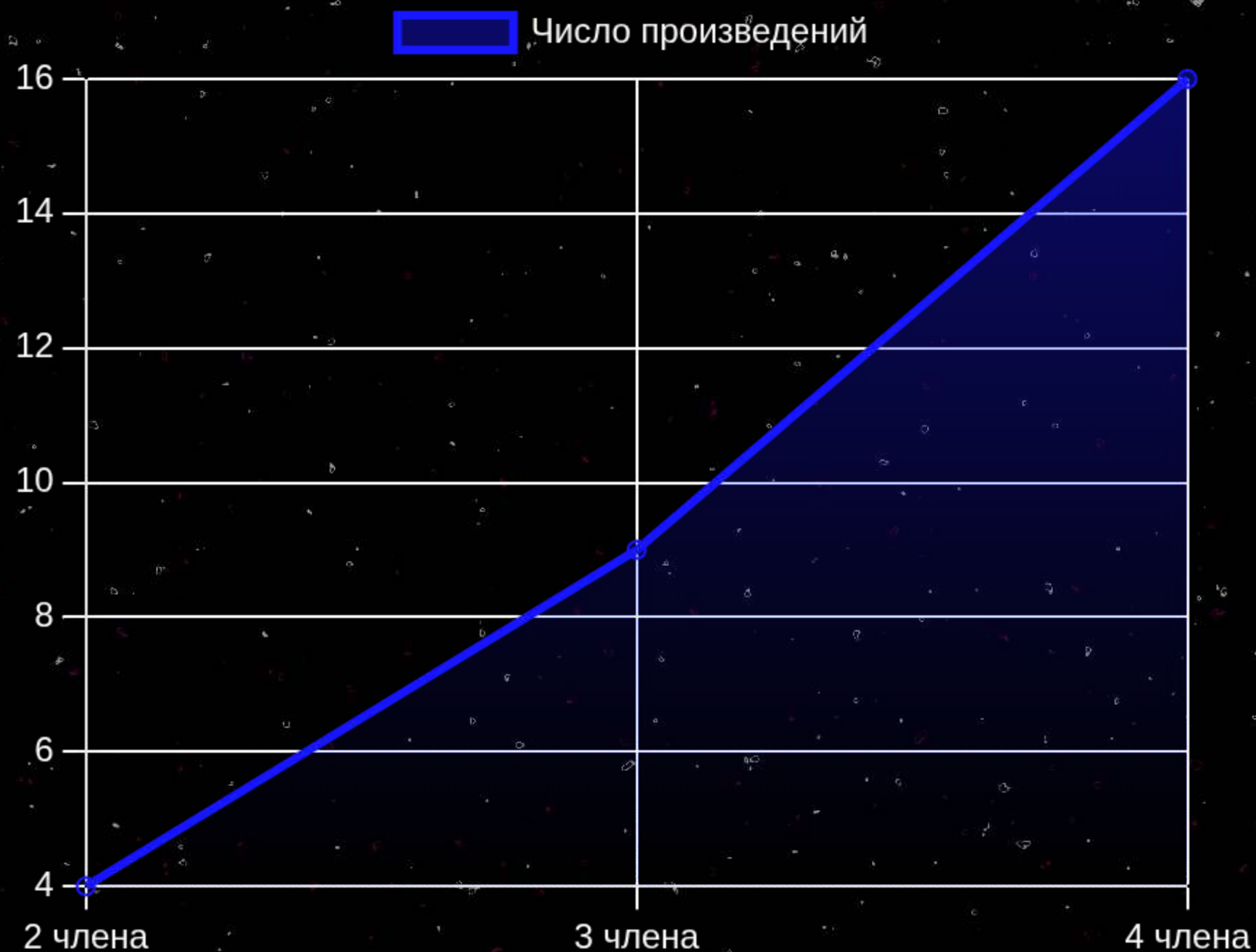
Такой вид позволяет быстро находить ответ без полного повторного перемножения всех членов.

Связь с площадью прямоугольника

Геометрическая модель показывает, как сумма площадей частей совпадает с произведением многочленов.



Почему в длинных выражениях легко ошибиться



Рост количества действий требует особенно аккуратной записи каждого произведения и проверки знаков.

Чем больше членов в скобках, тем выше риск пропустить слагаемое или ошибиться в вычислениях.

Математическая зависимость: число произведений при умножении многочленов равно произведению числа членов скобок; 7 класс.

Порядок действий в более сложных выражениях



Сначала скобки

Раскрывают все скобки по очереди, не меняя исходные знаки и не сокращая выражение раньше времени.



Записать произведения

Каждое полученное произведение фиксируют отдельно, чтобы ни один член не потерялся при дальнейших вычислениях.



Проверить знаки

Особенно внимательно отслеживают отрицательные числа и минусы перед скобками, потому что именно здесь чаще всего возникают ошибки.



Объединить подобные

После раскрытия скобок складывают одинаковые члены и получают ответ в более простом виде.

Тренировочные примеры и ответы

Короткая подборка показывает, как один и тот же алгоритм работает при разных коэффициентах и знаках.

Во всех примерах сначала получают все произведения, а затем приводят подобные слагаемые; формула работает одинаково для разных коэффициентов.

Пример	Ответ
$(x+1)(x+4)$	x^2+5x+4
$(x-2)(x+3)$	x^2+x-6
$(2x+1)(x-5)$	$2x^2-9x-5$

Стандартные упражнения по теме «Умножение многочлена на многочлен», 7 класс.

Проверка ответа подстановкой числа



Проверка на одном числе

Подставим $x=2$ в исходное выражение $(x+2)(x+3)$. Получаем $4 \cdot 5 = 20$, значит результат должен совпасть и после раскрытия скобок. Если ответа нет, значит где-то допущена ошибка в знаках или в сложении подобных слагаемых.

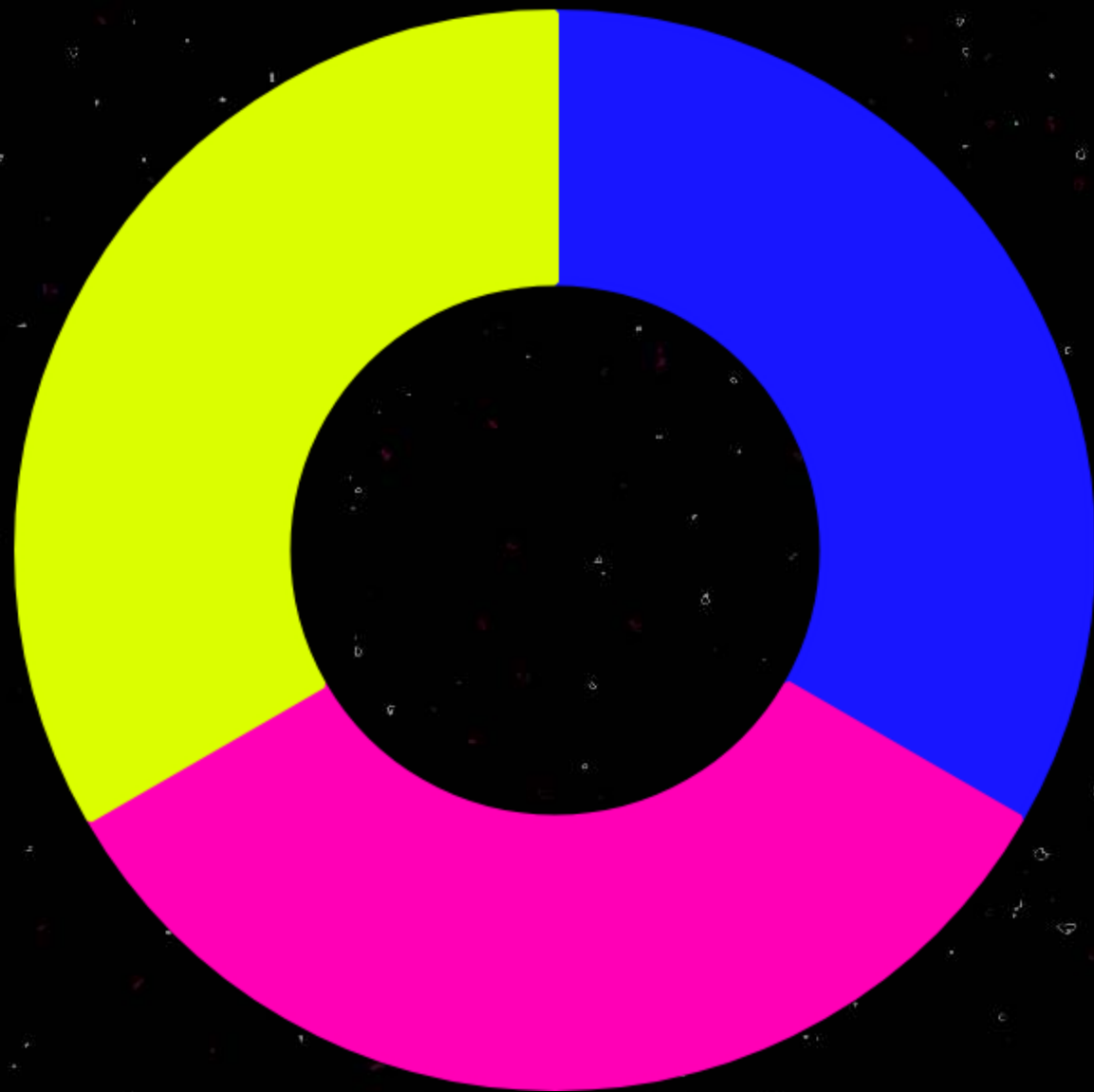


Сравнение двух записей

Теперь проверяем упрощённый вид $x^2 + 5x + 6$: $2^2 + 5 \cdot 2 + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$. Совпадение показывает, что преобразование выполнено верно. На иллюстрации удобно поставить оба выражения рядом и показать одинаковый результат.

Самопроверка после вычислений

■ Все члены умножены ■ Знаки верны
■ Подобные объединены



После раскрытия скобок полезно пройти по короткому чек-листу, чтобы не пропустить ни одной ошибки.

Три проверки — полный набор произведений, правильные знаки и приведение подобных слагаемых — делают ответ надёжнее.

Учебный чек-лист по проверке раскрытия скобок при умножении многочленов.

Итоговые правила умножения многочлена на многочлен

1. Умножить все на все

Каждый член первой скобки нужно умножить на каждый член второй, не пропуская ни одного произведения.

2. Учесть коэффициенты

Числовые коэффициенты перемножаются отдельно, а одинаковые буквы дают сумму показателей степеней.

3. Записать выражение

Все полученные произведения аккуратно записывают с нужными знаками, чтобы видеть полный набор слагаемых.

4. Привести подобные

Одинаковые члены складывают и получают окончательный ответ в упрощённом виде.

Умножение многочленов: правило, которое работает всегда

Умножение многочлена
на многочлен строится
на распределительном свойстве
и требует точности в знаках,
коэффициентах и степенях.
Освоенный алгоритм помогает
быстро раскрывать скобки и решать
задачи без лишних ошибок.