



Подобие фигур и гомотетия

Одинаковая форма, разные размеры —
в этом суть темы.



Почему эта тема важна в 7 классе



Подобие и гомотетия помогают сравнивать фигуры, работать с пропорциями и понимать масштаб на картах, чертежах и в повседневных задачах.



Что такое подобные фигуры



01

Одинаковая форма

Подобные фигуры выглядят одинаково по очертаниям: у них совпадают соответствующие углы, поэтому одна фигура может быть уменьшенной или увеличенной копией другой.

02

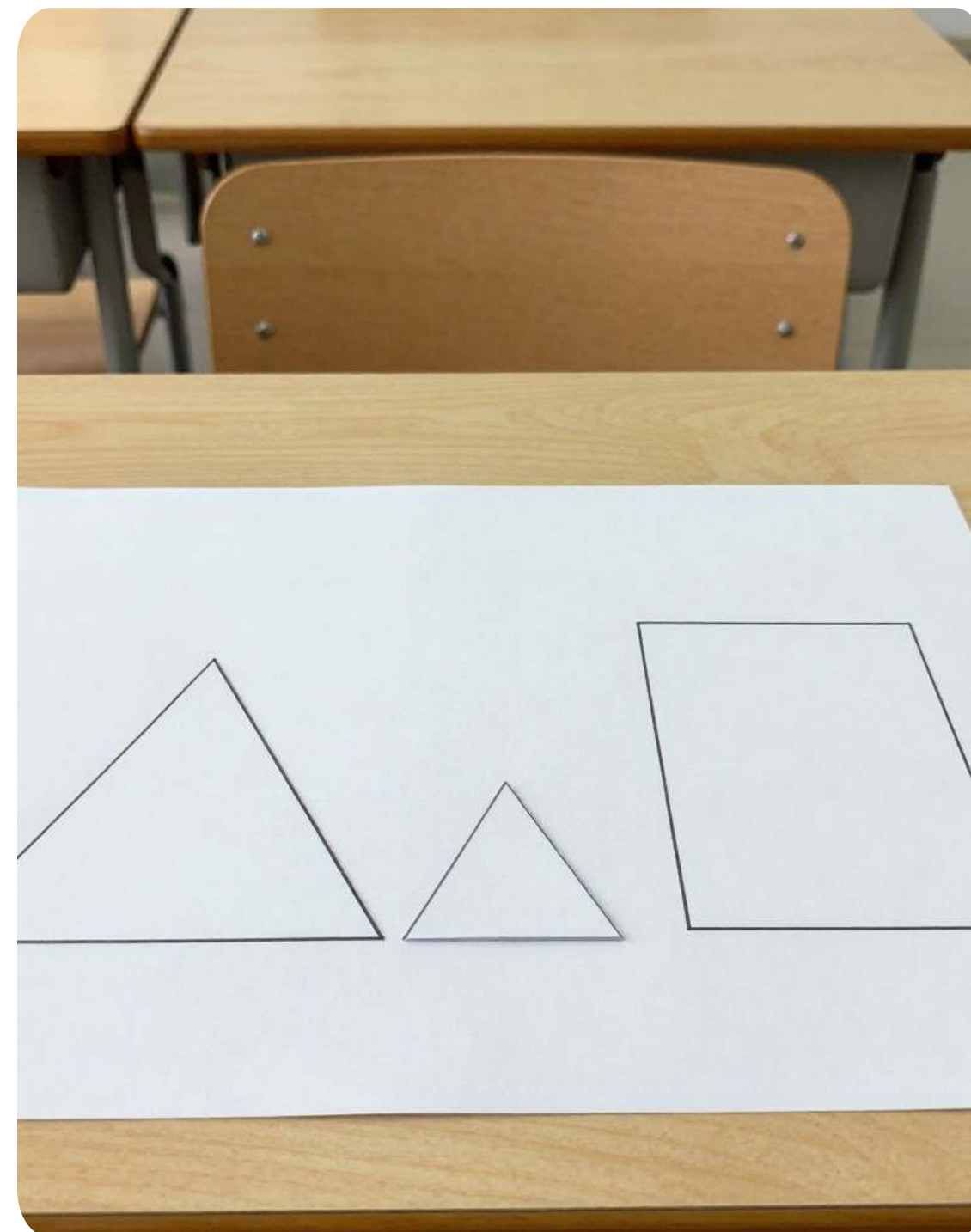
Пропорциональные стороны

Стороны в подобных фигурах связаны одним и тем же отношением. Это отношение называют коэффициентом подобия; именно оно показывает, во сколько раз меняется размер.

03

Примеры из курса

В школьной геометрии чаще всего рассматривают подобие треугольников, прямоугольников и других фигур, которые сохраняют форму, но могут отличаться по длине сторон.



Признаки подобия треугольников



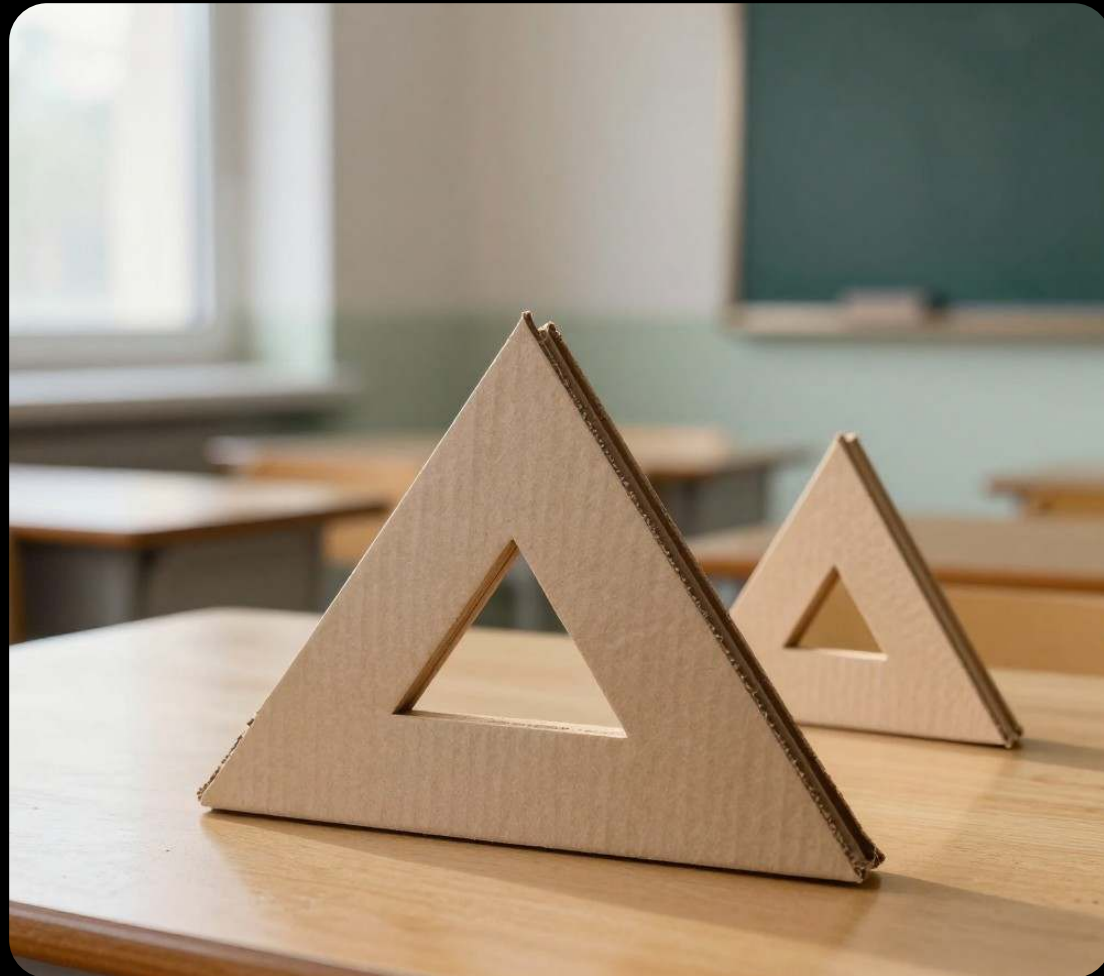
Признак	Условие	Вывод
Два угла	Углы равны	Треугольники подобны
2 стороны и угол	Стороны пропорц.	Треугольники подобны
3 стороны	Стороны пропорц.	Треугольники подобны

Школьный курс геометрии 7 класса

Таблица показывает три основных признака, по которым можно доказать подобие треугольников.

Для доказательства подобия достаточно проверить один из признаков, если он выполнен точно.

Пропорции сторон в подобных фигурах



01

Один коэффициент

У подобных фигур все соответствующие стороны изменяются одинаково. Если одна сторона стала в два раза больше, то и все остальные увеличились в два раза.

02

Как сравнивать

Чтобы проверить пропорциональность, нужно правильно найти пары соответствующих сторон. Ошибка в выборе пары сразу приводит к неверному коэффициенту подобия и неверному ответу.

03

Что это означает

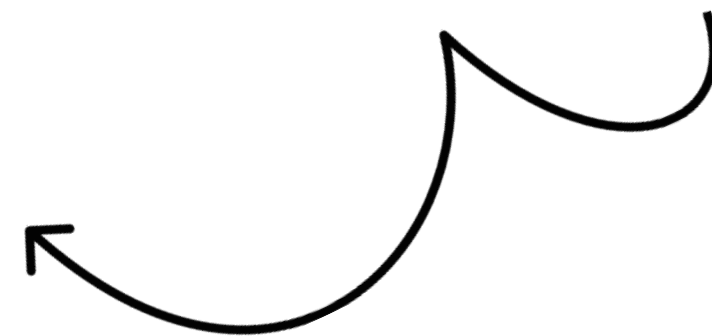
Пропорции помогают быстро находить неизвестную длину, если известны другие соответствующие стороны. Именно поэтому подобие удобно использовать в задачах на вычисления.

Как коэффициент подобия изменяет длины

Одна и та же сторона может быть по-разному изображена при изменении масштаба, но её отношение к исходной длине остаётся постоянным.

Длина растёт прямо пропорционально коэффициенту подобия: чем больше k , тем больше результат умножения исходной длины.

Примеры для школьного курса геометрии 7 класса

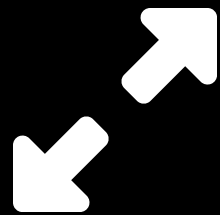


Гомотетия: основные элементы



Центр гомотетии

Это точка, относительно которой строится образ фигуры. Все новые точки лежат на лучах, выходящих именно из этого центра.



Коэффициент k

Он показывает, во сколько раз изменяется расстояние от центра до точки. При k больше 1 фигура увеличивается, при $0 < k < 1$ уменьшается.

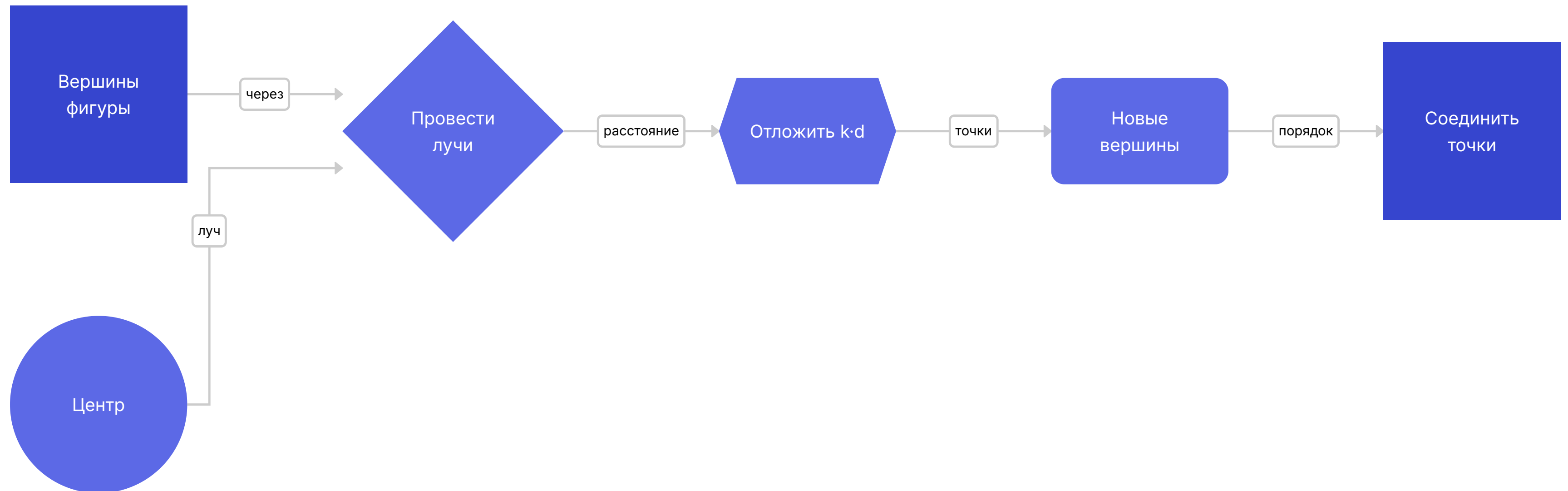


Сохранение формы

Гомотетия не меняет очертания фигуры: она лишь делает её больше или меньше. Поэтому исходная фигура и её образ всегда подобны.

Построение образа при гомотетии

Последовательность построения фигуры относительно центра с заданным коэффициентом k



Что сохраняется и что меняется при гомотетии



01

Что сохраняется

При гомотетии сохраняются углы, форма фигуры и параллельность соответствующих сторон. Поэтому исходная фигура и её образ остаются подобными.

02

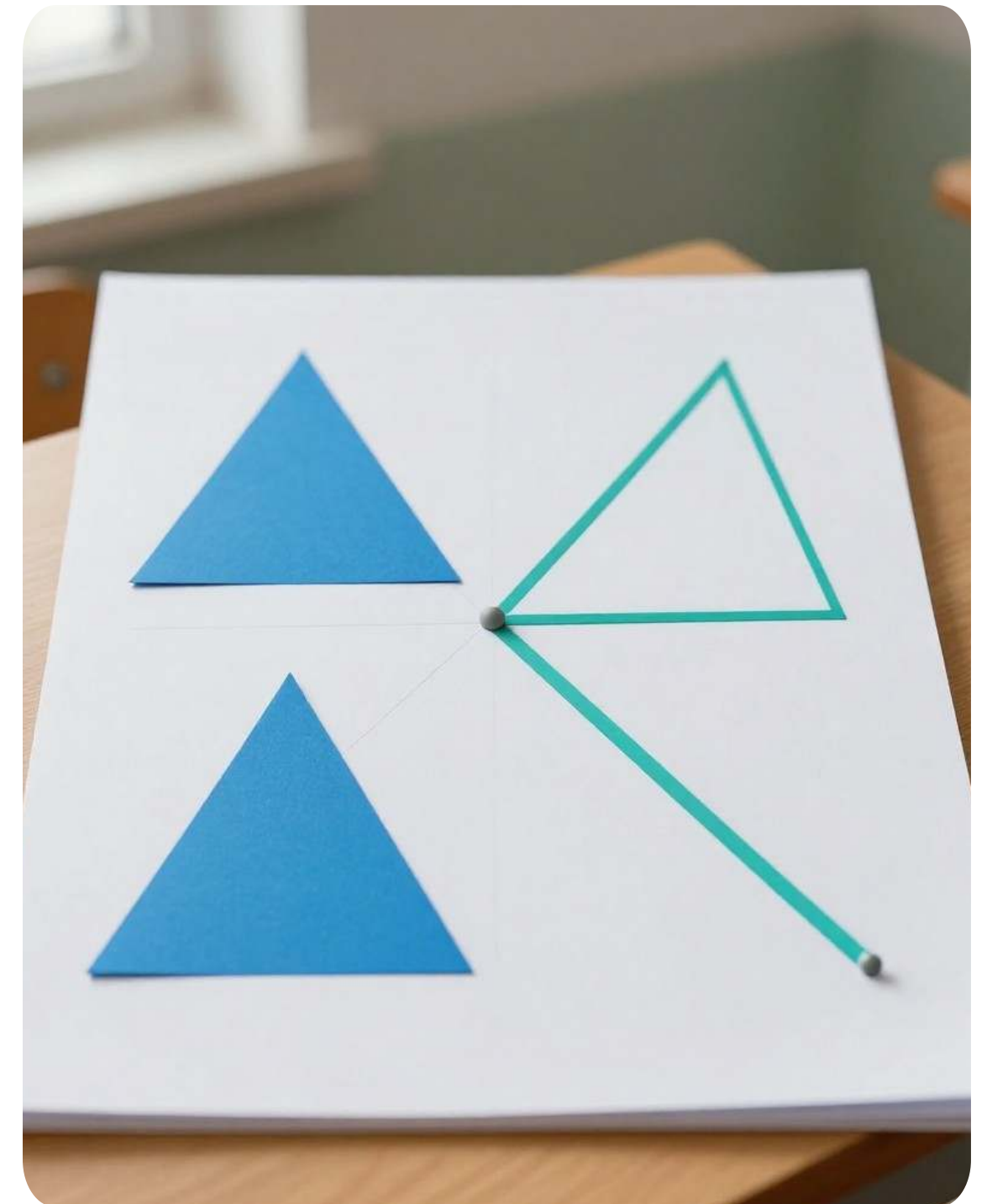
Что меняется

Меняются длины сторон, расстояния между точками и, если коэффициент не равен 1, площадь фигуры. Чем больше коэффициент, тем сильнее заметно изменение размера.

03

Особый случай

При отрицательном коэффициенте образ оказывается по другую сторону от центра. Это показывает, что гомотетия может не только менять размер, но и положение образа.

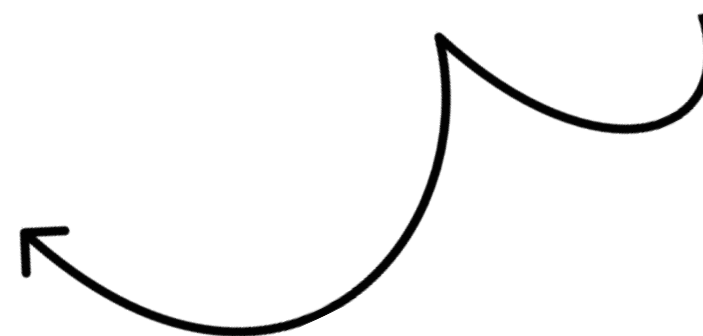


Как меняются длина и площадь при гомотетии

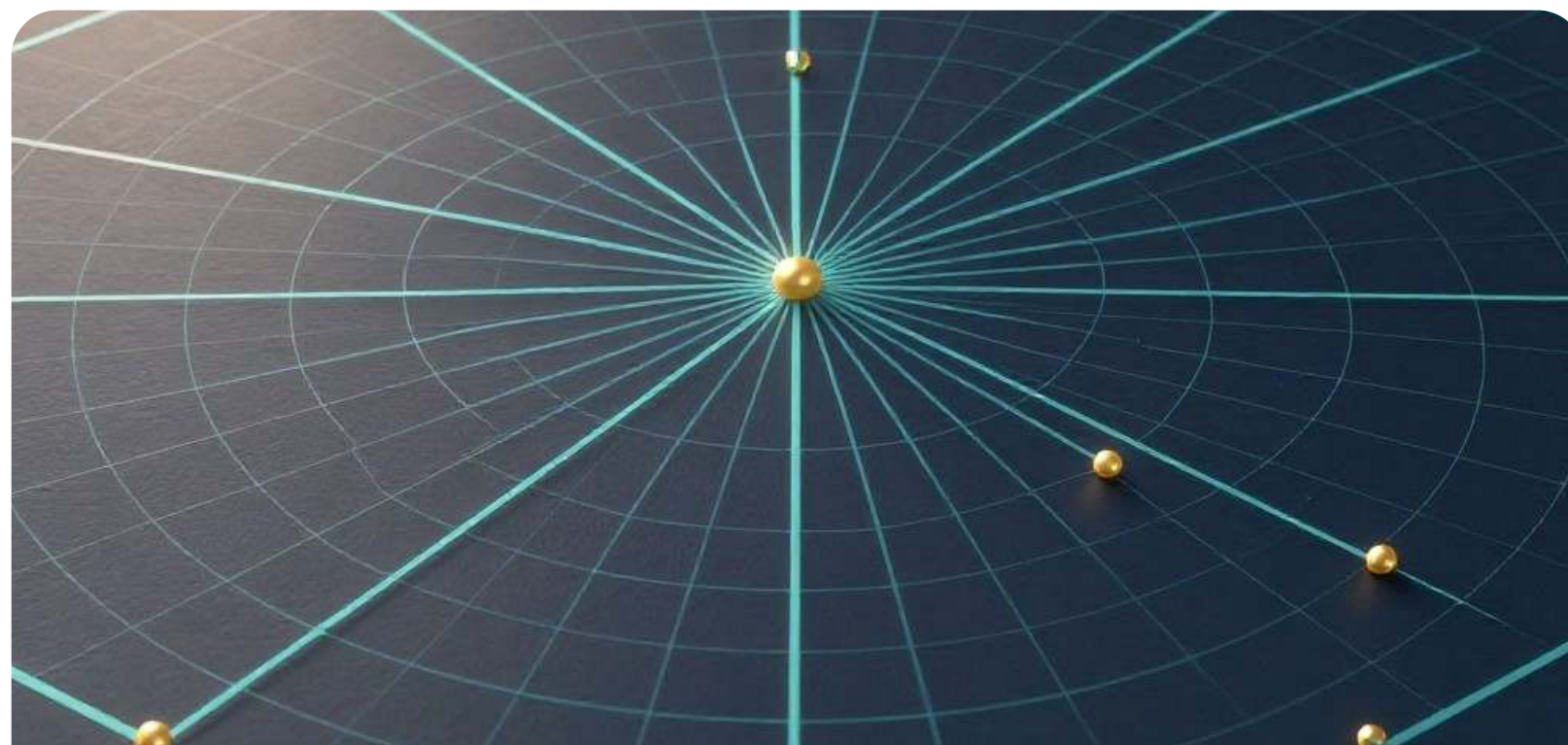
Для любой фигуры важно помнить: линейные размеры и площадь изменяются по разным правилам, поэтому результаты нельзя путать.

Площадь растёт быстрее длины: она зависит от квадрата коэффициента, поэтому при увеличении фигуры изменения становятся особенно заметными.

Школьный курс геометрии 7 класса

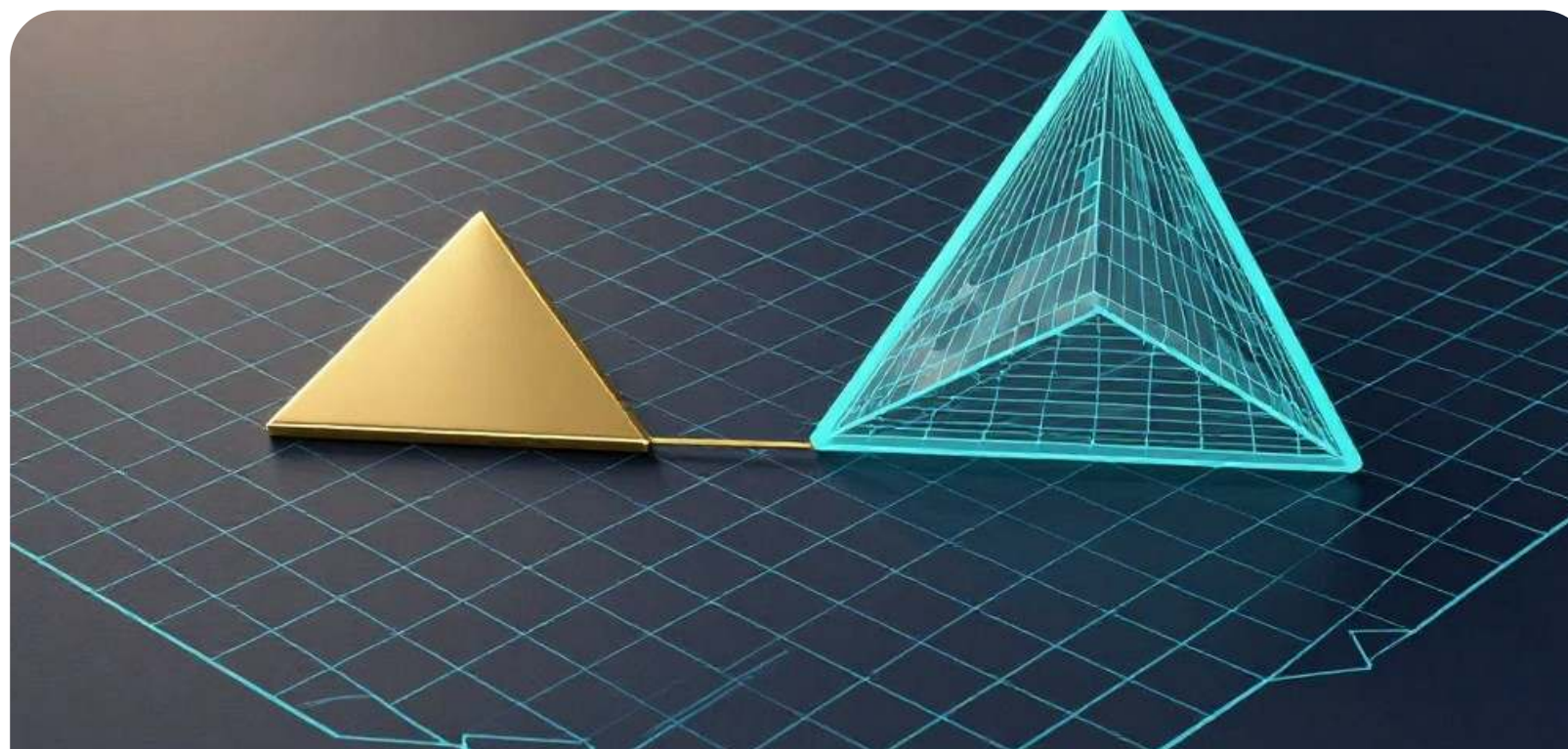


Гомотетия на координатной плоскости



Точки растут в одном масштабе

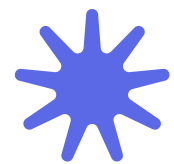
Если центр гомотетии находится в начале координат, каждая точка фигуры переходит в новую точку на той же прямой. Координаты умножаются на один и тот же коэффициент k , поэтому рисунок сохраняет форму, но меняет размеры. На сетке это видно особенно наглядно.



Треугольник и его образ

На координатной сетке удобно сравнивать исходный треугольник и его образ после увеличения. Соединяя новые вершины в том же порядке, можно проверить построение по клеткам. Такой рисунок помогает увидеть, как одна фигура превращается в подобную копию.

Сравнение преобразований



Преобразование	Что сохраняется	Что меняется
Перенос	форма и размер	положение
Поворот	форма и размер	ориентация
Гомотетия	форма	размер

Три преобразования по-разному сохраняют фигуру: одни меняют только положение, другие — ещё и размер.

Перенос и поворот дают равные фигуры, а гомотетия сохраняет только форму. Именно поэтому она позволяет получать подобные, но не равные изображения.

Школьный курс геометрии 7 класса

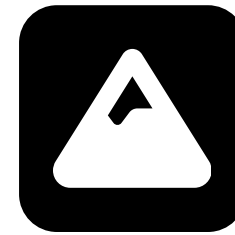


Что помогает решать подобие треугольников



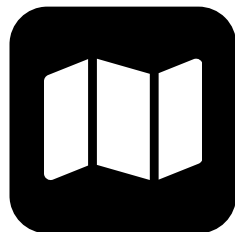
Неизвестная сторона

Если известны соответствующие стороны, можно составить пропорцию и найти недостающую длину без полного измерения фигуры. Это экономит время и делает решение аккуратным.



Высота предмета

Подобие удобно применять в задачах о деревьях, столбах и зданиях. По тени или вспомогательному чертежу можно определить высоту, не поднимаясь вверх.



Расстояния на карте

На картах и планах реальные расстояния уменьшены по масштабу, поэтому подобие помогает переводить длины из рисунка в действительность. Главное — не перепутать единицы измерения.



Верные соответствия

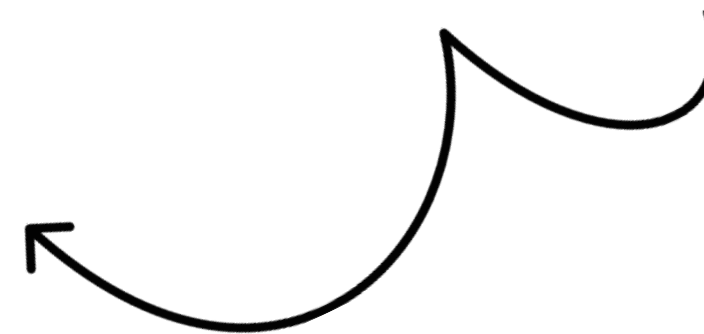
В таких задачах особенно важно правильно сопоставить вершины, углы и стороны. Ошибка в порядке обозначений сразу приводит к неверной пропорции и неправильному ответу.

Где встречается подобие фигур в жизни

Подобие особенно заметно там, где нужно показать большой объект в удобном для работы виде. Оно делает изображение точным и понятным.

Больше всего примеров связано с картами и планами: именно там масштаб используется постоянно. Остальные области тоже опираются на сохранение формы при изменении размера.

Иллюстративное распределение по примерам из темы «Подобие фигур. Гомотетия»



Типичные ошибки при изучении подобия



Путают соответствия

Часто ученики неверно сопоставляют вершины и стороны. Из-за этого пропорция строится неправильно, хотя сами числа могут быть выбраны верно.



Смотрят только на форму

Одинаковый внешний вид ещё не доказывает подобие. Нужно проверить равенство углов и пропорциональность соответствующих сторон, иначе вывод будет недостоверным.



Берут неверный коэффициент

Иногда коэффициент подобия находят в обратном порядке или сравнивают не те стороны. Тогда все последующие вычисления становятся ошибочными.

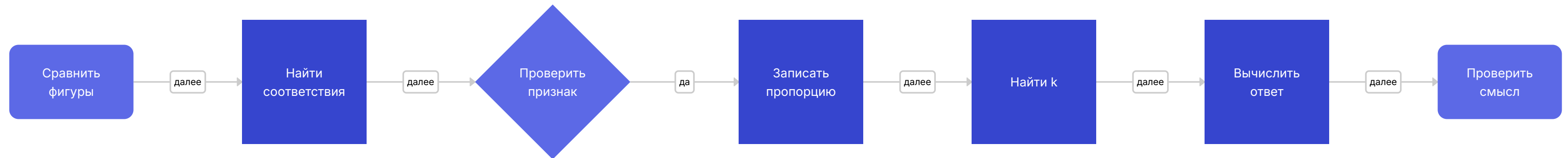


Смешивают длины и площади

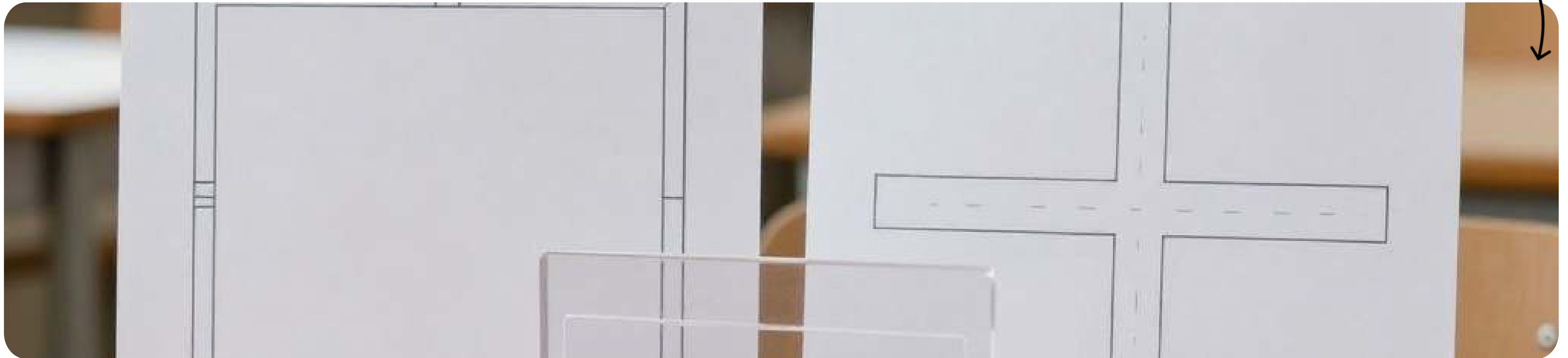
При подобии длины и периметр меняются одинаково, а площадь — иначе. Нельзя переносить правила для сторон на площадь без дополнительной проверки.

Алгоритм решения задачи на подобие

Последовательность шагов для школьных задач на сравнение фигур и нахождение неизвестных величин.



Масштаб на чертеже и карте как пример подобия



Читаем отношение

Масштаб 1:100 означает уменьшение в сто раз: на бумаге изображение становится меньше, но сохраняет форму и пропорции объекта. Так можно удобно измерять комнату или здание.

Переходим к реальным размерам

Если на карте указано 1:1000, каждый сантиметр на листе соответствует большим расстояниям на местности. Это позволяет быстро оценить путь, не измеряя сам объект напрямую.

Полезно в практике

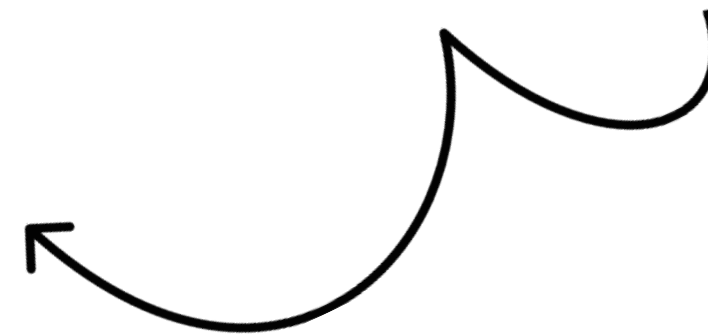
Планы помещений, схемы улиц и карты местности работают по одному принципу. Именно поэтому подобие помогает переводить рисунок в реальные размеры и обратно.

Как коэффициент влияет на периметр и площадь

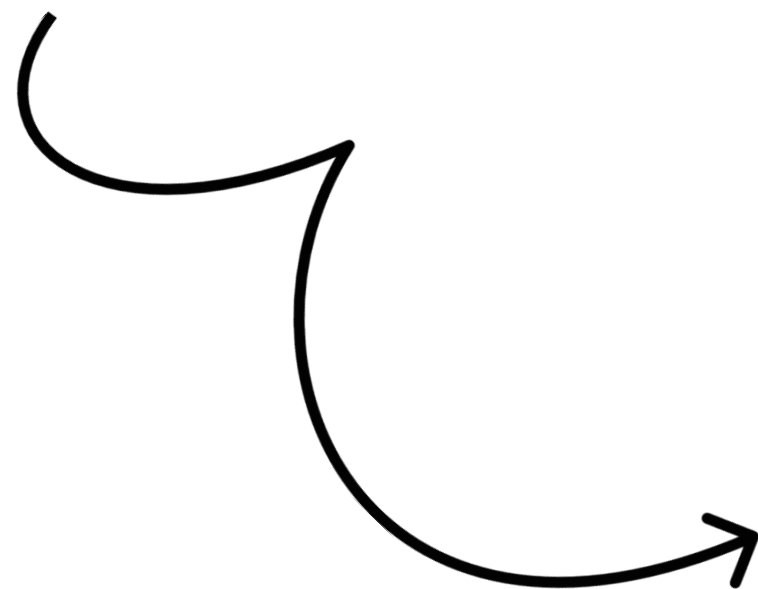
Для подобных фигур важно помнить: увеличение по коэффициенту действует на стороны и периметр одинаково, а площадь реагирует сильнее.

Периметр меняется как длина, а площадь — по квадрату коэффициента. Поэтому при увеличении фигуры площадь растёт быстрее, чем линейные размеры.

Школьный курс геометрии 7 класса



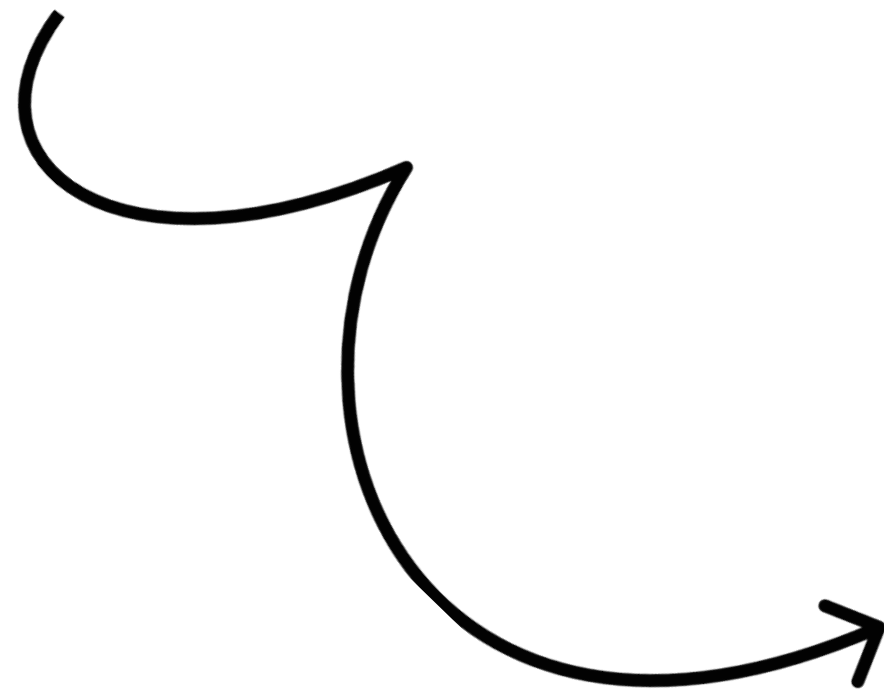
Знать эти два правила особенно важно: они объясняют, как меняются длины и площади, и помогают не путаться в задачах на масштаб и чертежи.



2

основные правила изменения
размера у подобия
и гомотетии помогают быстро
решать задачи

Главное, что стоит запомнить



Подобие показывает, как фигуры могут совпадать по форме, но различаться по размеру. Гомотетия связывает такие фигуры с центром и коэффициентом, а её правила нужны в задачах, картах и чертежах.

