



Синус, косинус и тангенс

Угол, стороны и простые формулы помогают находить неизвестное.

От измерений к формулам

Тригонометрия выросла из практики: ею находили высоту деревьев, ширину рек и расстояние до недоступных точек. В школьной геометрии эти задачи решают через прямоугольный треугольник и отношения его сторон.



Прямоугольный треугольник и его элементы



Прямой угол

В прямоугольном треугольнике один угол всегда равен 90° . Именно от него удобно начинать разбор задачи, потому что он задаёт форму всего треугольника и помогает определить остальные стороны.



Гипотенуза

Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой. Она всегда самая длинная в треугольнике, поэтому её легко отличить от катетов, если внимательно посмотреть на рисунок.



Катеты

Две стороны, которые образуют прямой угол, называются катетами. Они могут быть разной длины, но обе лежат рядом с прямым углом и участвуют в большинстве формул.



Прилежащий катет

Для выбранного острого угла один катет оказывается рядом с ним. Его называют прилежащим. Если выбрать другой острый угол, название этой же стороны может измениться.



Противолежащий катет

Катет, который лежит напротив выбранного острого угла, называется противолежащим. Именно он вместе с гипотенузой или другим катетом помогает составлять тригонометрические отношения.

Три основные тригонометрические функции

Функция	Формула	Что сравнивает
Синус	противолежащий / гипотенуза	катет и гипотенуза
Косинус	прилежащий / гипотенуза	катет и гипотенуза
Тангенс	противолежащий / прилежащий	два катета

В таблице показано, какие стороны сравнивает каждая функция в прямоугольном треугольнике.

Все три функции выражают не длины, а отношения сторон. Поэтому их значения не зависят от единиц измерения.

Определения тригонометрических функций для острого угла в прямоугольном треугольнике

Синус острого угла

Что показывает

Синус острого угла равен отношению противолежащего катета к гипотенузе. Он описывает, насколько «высоким» становится треугольник при выбранном угле.

Значения

Для острого угла синус всегда больше 0 и меньше 1. Если угол увеличивается, синус тоже возрастает, потому что противолежащий катет становится относительно больше.

Как читать рисунок

На схеме нужно отметить угол α , затем найти катет напротив него и гипотенузу. После этого становится ясно, какие стороны входят в формулу синуса.



Косинус острого угла



Основное отношение

Косинус показывает отношение прилежащего катета к гипотенузе. Эта функция помогает сравнивать сторону, которая лежит рядом с углом, и самую длинную сторону треугольника.

Диапазон значений

Для острого угла косинус тоже находится между 0 и 1. При увеличении угла прилежащий катет становится относительно короче, поэтому значение косинуса уменьшается.

Что выделить на чертеже

На рисунке важно сразу увидеть угол α , прилежащий катет и гипотенузу. Тогда формулу можно записать без путаницы и быстро проверить, подходит ли она к задаче.

Тангенс острого угла

1 Сравнение катетов

Тангенс равен отношению противолежащего катета к прилежащему. В этой функции гипотенуза не участвует, поэтому она особенно удобна, когда известны только два катета.

2 Когда значение больше 1

Если противолежащий катет длиннее прилежащего, тангенс становится больше 1. Это часто бывает у более «крутого» угла, где подъём заметнее горизонтального участка.

3 Полезен для наклона

Тангенс помогает описывать крутизну лестницы, крыши или дороги. Он сравнивает вертикаль и горизонталь, поэтому хорошо подходит для задач про наклон.

4 Быстрый выбор формулы

Когда в условии даны оба катета, тангенс часто позволяет решить задачу быстрее синуса и косинуса. Нужно лишь правильно определить, какой катет противолежащий, а какой прилежащий.



Как меняются значения функций для углов 30° , 45° и 60°



Табличные значения тригонометрических функций для углов 30° , 45° и 60°

Для треугольников с такими углами удобно сравнивать все три функции на одном графике.

С ростом угла синус увеличивается, косинус уменьшается, а тангенс растёт особенно быстро.

Как запомнить формулы через порядок сторон

S

Синус

Синус связывает противолежащий катет и гипотенузу. Подсказка помогает вспомнить, что в числителе стоит сторона напротив угла, а в знаменателе — самая длинная сторона треугольника.

C

Косинус

Косинус связывает прилежащий катет и гипотенузу. Удобно запомнить, что здесь тоже участвует гипотенуза, но в числителе находится сторона рядом с выбранным углом.

T

Тангенс

Тангенс связывает два катета: противолежащий и прилежащий. Эта формула особенно легко запоминается, потому что гипотенуза в ней не нужна совсем.

Алгоритм нахождения неизвестной стороны

Пошаговая схема выбора функции и записи формулы в прямоугольном треугольнике

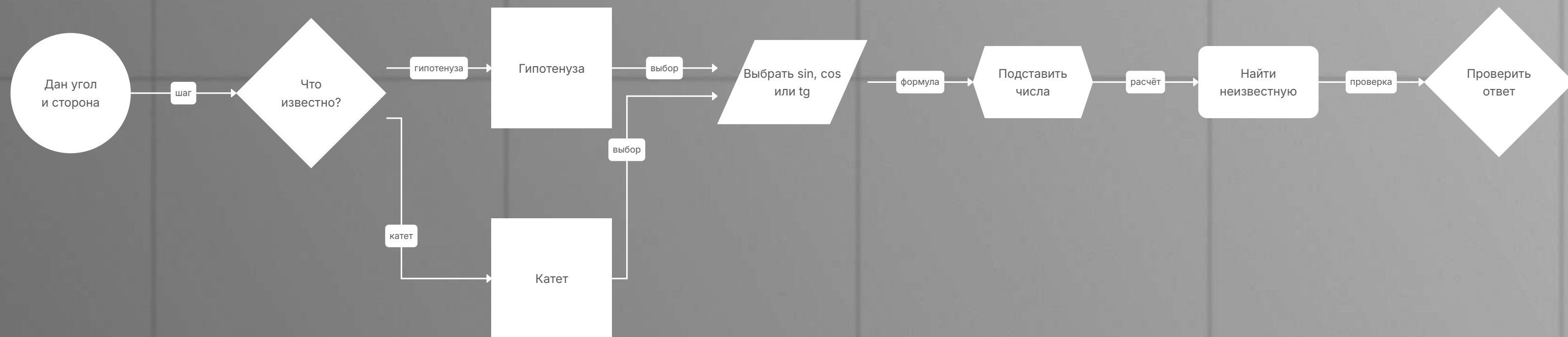


Таблица значений для углов 30°, 45° и 60°

Угол	sin	cos	tg
30°	0,5	0,87	0,58
45°	0,71	0,71	1
60°	0,87	0,5	1,73

Стандартные табличные значения тригонометрических функций для углов 30°, 45° и 60°.

Сравнение значений синуса, косинуса и тангенса для трёх важных острых углов.

При 45° синус и косинус равны; от 30° к 60° синус растёт, а косинус уменьшается.

Связь синуса и косинуса одного угла

30° и 60°

У этих углов значения синуса и косинуса меняются местами: то, что у 30° стоит в синусе, у 60° оказывается в косинусе.

Проверка ответа

Если в задаче значения синуса и косинуса не согласуются друг с другом, это помогает быстро заметить ошибку в формуле или в вычислениях.

Промежуточные углы

Для одного и того же острого угла синус растёт, а косинус уменьшается. Они показывают одну и ту же геометрию с разных сторон.

Почему тангенс особенно удобен в задачах на наклон

1 Сравнение двух катетов

Тангенс связывает противолежащий и прилежащий катеты, поэтому сразу показывает, насколько высокая часть превышает основание, без обращения к гипотенузе.

2 Задачи на крутизну

Он особенно полезен, когда нужно описать наклон крыши, подъём дороги или положение лестницы у стены, то есть сравнить вертикаль и горизонталь.

3 Быстрый расчёт

Если известны оба катета, тангенс позволяет быстро найти угол или сторону. Во многих задачах это удобнее, чем искать через синус или косинус.

4 Понятный смысл

Значение тангенса можно воспринимать как меру крутизны: чем оно больше, тем сильнее наклон. Это удобно и в геометрии, и в практических ситуациях.



Тригонометрия в реальных ситуациях

Как измерить дерево, не залезая на него

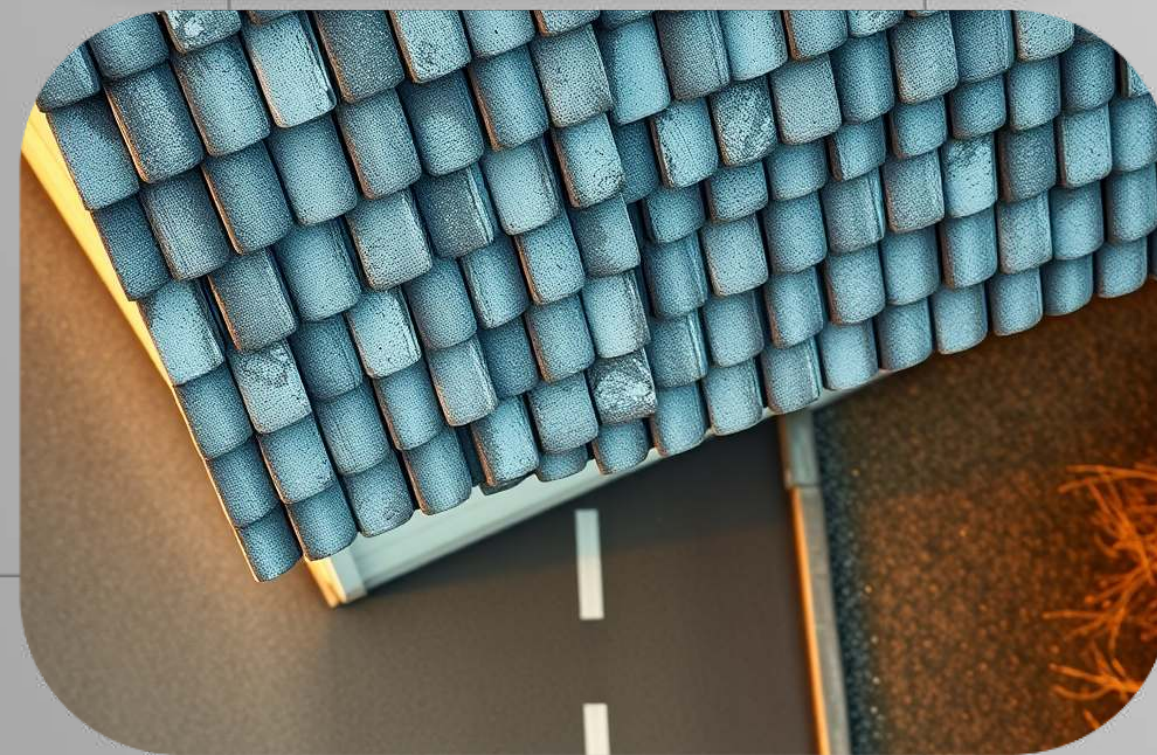
Нужно узнать высоту дерева, но подняться к вершине нельзя. Измеряют длину тени и угол между землёй и лучом взгляда, а затем находят высоту по формуле. Такой способ часто используют в школьных задачах и полевых измерениях.

Лестница у стены

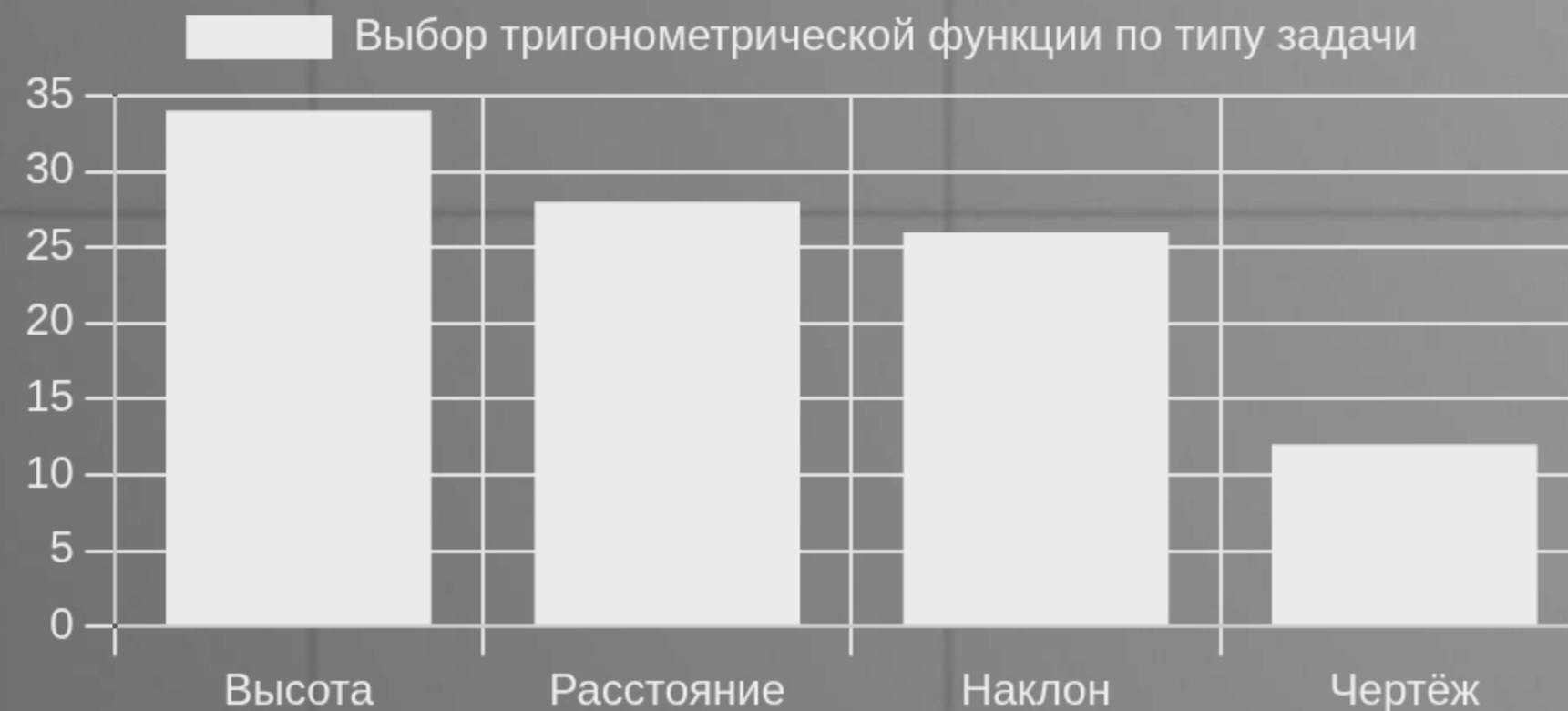
Лестница, прислонённая к стене, образует прямоугольный треугольник. Если известны длина лестницы и угол её наклона, можно найти высоту, на которую она поднимается. Это наглядный пример применения синуса и косинуса.

Крыша и дорога

При расчёте ската крыши или подъёма дороги важно понять, насколько быстро меняется высота на определённом расстоянии. Здесь удобно использовать тангенс, потому что он сравнивает подъём с горизонтальным участком.



Какие функции подходят к разным типам задач



Обобщение типовых школьных задач по теме «Синус, косинус, тангенс».

Выбор функции зависит от того, какие стороны известны и что именно нужно найти.

Синус чаще связан с высотой, косинус — с расстоянием, тангенс — с наклоном; в чертежах важна ориентация угла.

Типичные ошибки при решении задач

Путаница сторон

Часто путают противолежащий и прилежащий катеты. Чтобы не ошибиться, сначала нужно отметить выбранный угол, а потом подписать стороны относительно него.

Неверная формула

Иногда в тангенсе по ошибке используют гипотенузу. Важно помнить: тангенс — это отношение двух катетов, а не катета к гипотенузе.

Забытый угол

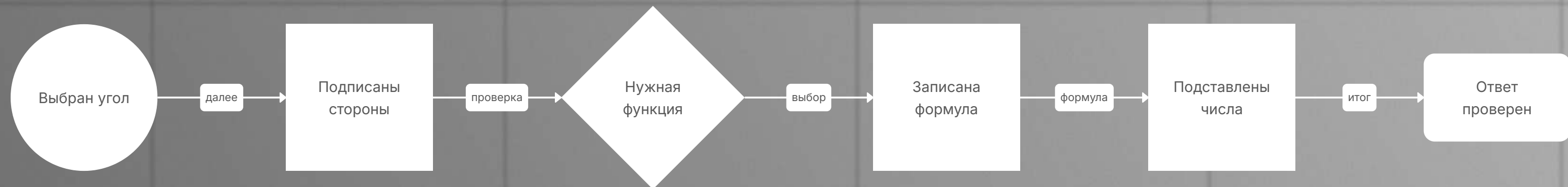
Названия сторон зависят от выбранного угла, поэтому одна и та же сторона в разных задачах может быть разной по роли. Это нужно проверять каждый раз.

Отсутствие проверки

После вычислений полезно оценить ответ по смыслу. Если катет вдруг оказался длиннее гипотенузы, значит, в записи или расчётах допущена ошибка.

Проверка решения задачи по тригонометрии

Последовательность шагов помогает не перепутать стороны, формулы и ответ.



Что изучается дальше в старших классах

1 **Единичная окружность**
Тригонометрические функции начинают связывать не только со сторонами треугольника, но и с точками на окружности, где угол задаёт положение точки.

2 **Графики функций**
Синус, косинус и тангенс изображают в виде графиков. По ним удобно видеть, как значения меняются при увеличении угла и где функция возрастает или убывает.

3 **Колебания и вращение**
Эти функции помогают описывать повторяющиеся процессы: движение маятника, вращение колеса, изменение сигнала. Здесь особенно важна их периодичность.

4 **Та же основа**
Несмотря на новые темы, смысл остаётся знакомым: угол связан с числовым отношением. Именно это понимание в 8 классе становится основой для дальнейшего изучения.

Краткая памятка по синусу, косинусу и тангенсу

Функция	Формула	Где полезна
Синус	против./гип.	Высота, вертикаль
Косинус	прил./гип.	Горизонталь, расстояние
Тангенс	против./прил.	Наклон, крутизна

Короткая таблица помогает быстро выбрать нужную функцию в типовой задаче.

Каждая функция удобна в своей группе задач; выбор зависит от того, какие стороны известны и что нужно найти.

Школьные определения тригонометрических функций в прямоугольном треугольнике.

Главная идея темы «Синус, косинус, тангенс»

Синус, косинус и тангенс превращают угол в понятное числовое отношение сторон. С их помощью легко находить неизвестные величины, сравнивать наклон и решать практические задачи, если внимательно выбрать угол и формулу.