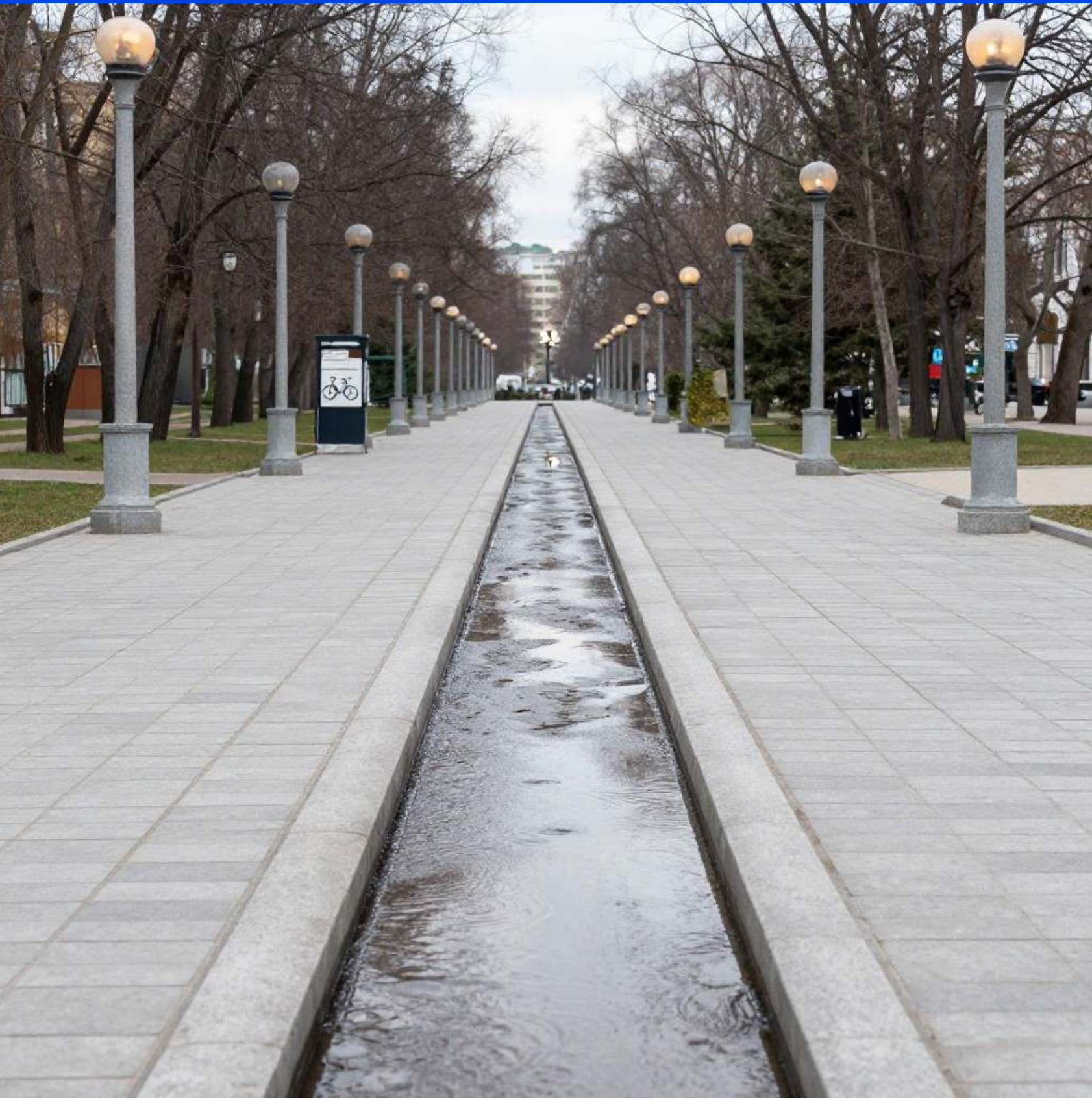


Линейная функция и её график

Как формула превращается в прямую линию?

Линейность вокруг нас



Когда величина меняется равномерно, её удобно описывать одной формулой: от цены одинаковых покупок до пути при постоянной скорости и начисления по простому правилу.

Общий вид линейной функции

- **Формула**

Линейная функция записывается как $y=kx+b$. Она задаёт связь двух величин в одном и том же общем виде, даже если они измеряются в разных единицах.

- **Переменные**

Переменная x считается независимой: её задают или выбирают сами. Значение y зависит от x и меняется по формуле, поэтому его называют зависимой переменной.

- **Смысл коэффициента k**

Число k показывает, насколько изменится y , если x увеличить на 1. По этому коэффициенту можно понять, будет ли график подниматься или опускаться.

- **Смысл числа b**

Коэффициент b показывает значение y при $x=0$. Это начальное значение функции, по которому легко найти точку пересечения с осью Oy .

Что показывает коэффициент k

01

Положительный k →

Если k больше нуля, то при росте x значения y тоже растут. Такая функция называется возрастающей, а её прямая идёт слева направо вверх.

03

Нулевой k →

Когда $k=0$, формула превращается в $y=b$. Получается постоянная функция, её график — горизонтальная прямая, параллельная оси Ox .

02

Отрицательный k →

Если k меньше нуля, то при увеличении x значения y уменьшаются. В этом случае функция убывает, а график наклонён вниз слева направо.

04

Крутизна прямой →

Чем больше модуль k , тем сильнее наклон прямой. Небольшое значение даёт более пологий график, а большое — более крутой.

Что показывает коэффициент b



Точка на оси Oy

Число b задаёт место, где график пересекает ось Oy . Эта точка имеет координаты $(0; b)$, поэтому её можно найти сразу из формулы.



Сдвиг вверх или вниз

Если менять только b , прямая остаётся с тем же наклоном, но поднимается или опускается. Так удобно сравнивать функции с одинаковым k .

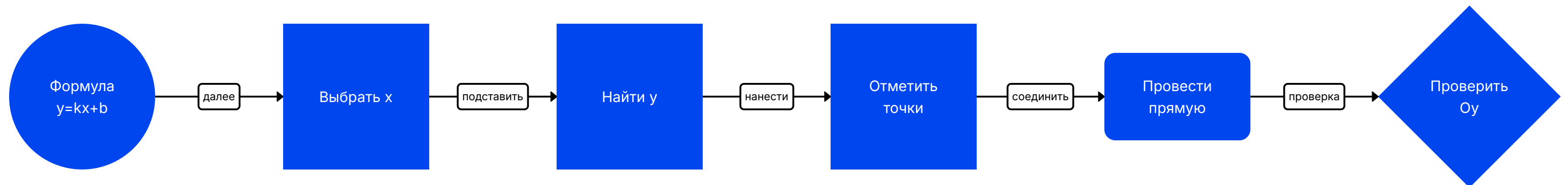


Начальное значение

При $x=0$ значение функции равно b . Поэтому коэффициент b называют начальным значением: он показывает, с чего начинается зависимость.

Построение графика по формуле

Последовательность действий при работе с линейной функцией $y=kx+b$





Примеры линейных функций и их свойств

Сравнение показывает, как знак k и значение b связаны с видом и положением прямой.

Положительный k означает возрастание, отрицательный — убывание, а $k=0$ даёт горизонтальную прямую.

Функция	k	Свойство	b
$y=2x+1$	2	возрастает	1
$y=-x+3$	-1	убывает	3
$y=4$	0	постоянная	4

График линейной функции — прямая

Достаточно двух точек

Чтобы построить график, обычно находят две точки по формуле и проводят через них прямую. Этого достаточно, потому что график линейной функции не искривляется.

Разные направления

Прямая может идти вверх слева направо, вниз слева направо или оставаться горизонтальной. Направление зависит от знака коэффициента k .

Связь с координатами

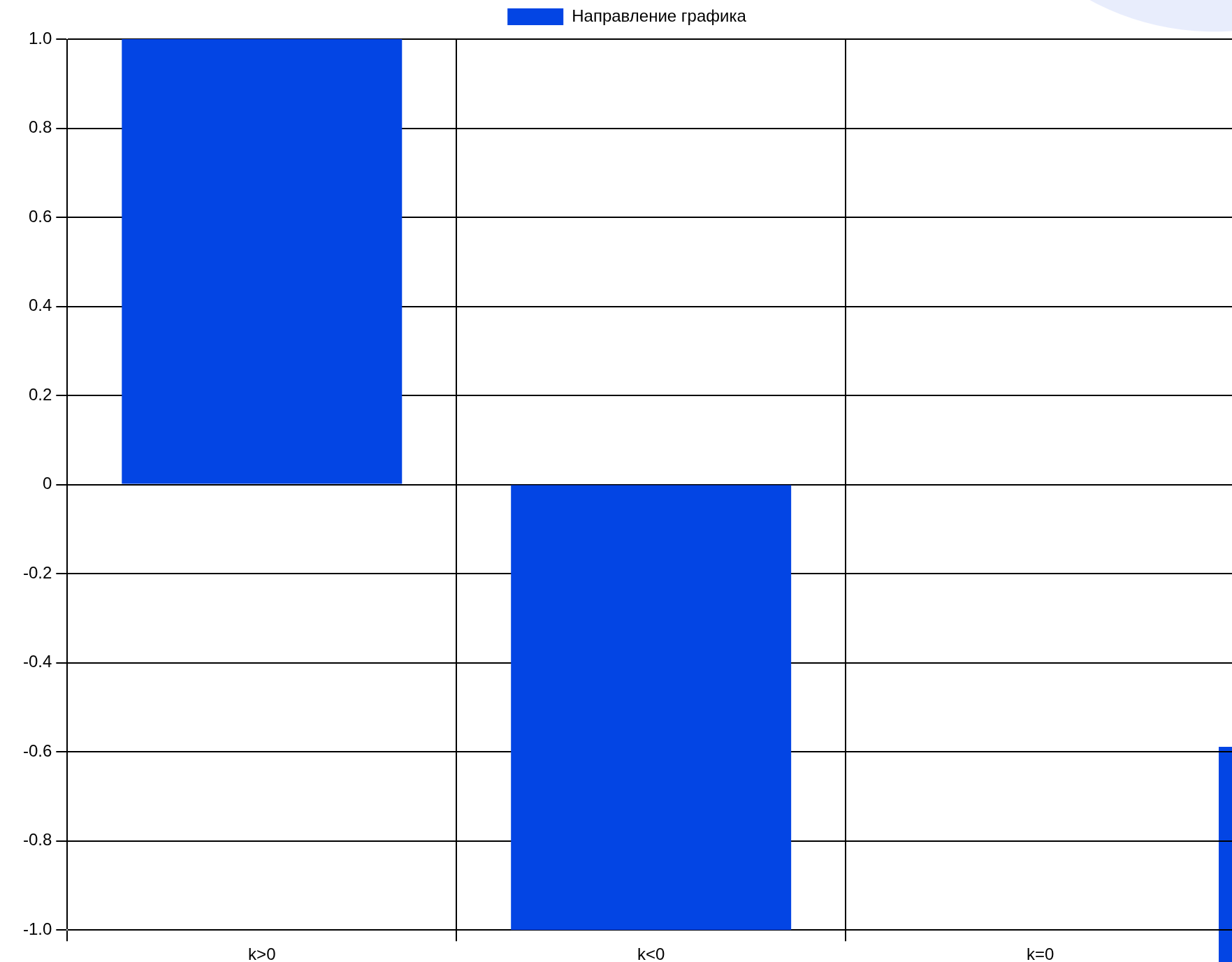
Точки на графике задаются парами чисел, поэтому важно аккуратно работать с координатной плоскостью. Ошибка в одной точке сразу изменяет положение всей прямой.



Как знак k влияет на вид графика

Знак коэффициента k определяет не только наклон, но и то, растёт функция или убывает. Коэффициент b лишь сдвигает прямую вверх или вниз.

Если k положителен, график возрастает; если отрицателен — убывает; при $k=0$ получается горизонтальная прямая.



Стандартные свойства линейной функции

Пересечения с осями координат

01 Пересечение с Oy

С осью Oy график пересекается в точке $(0; b)$. Её можно сразу прочитать из формулы, если подставить $x=0$.

02 Пересечение с Ox

Чтобы найти пересечение с осью Ox, нужно решить уравнение $kx+b=0$. Это возможно, если k не равно нулю.

03 Одна точка на Ox

У линейной функции обычно только одно пересечение с осью Ox. График — прямая, поэтому он не может дважды пересечь одну и ту же горизонтальную ось.

04 Случай $b=0$

Если $b=0$, прямая проходит через начало координат. Тогда она одновременно пересекает обе оси в одной точке — в точке $(0; 0)$.

Таблица значений как способ проверки

Выбираем значения x

Берут 2–3 удобных значения аргумента, чтобы быстро вычислить соответствующие значения функции и увидеть, как формула работает на практике.

Проверяем вычисления

Третья точка помогает убедиться, что значения найдены верно. Это особенно полезно при дробных и отрицательных коэффициентах, где ошибка заметна не сразу.

Считаем y и строим точки

По каждому значению x находят y и заносят результаты в таблицу. Затем отмечают точки на координатной плоскости и проводят через них прямую.

Линейная функция в задачах на движение



Путь и время

При равномерном движении путь увеличивается одинаково за равные промежутки времени. Поэтому зависимость удобно записывать одной формулой и сразу рассчитывать нужные значения.



Скорость как коэффициент

В формуле $s=vt+s_0$ скорость v показывает, насколько быстро меняется путь. Она играет роль коэффициента k и задаёт темп роста величины.



Начальное положение

Число s_0 означает, где объект находился в начале отсчёта. Если движение началось не из нуля, именно этот коэффициент задаёт стартовую точку.



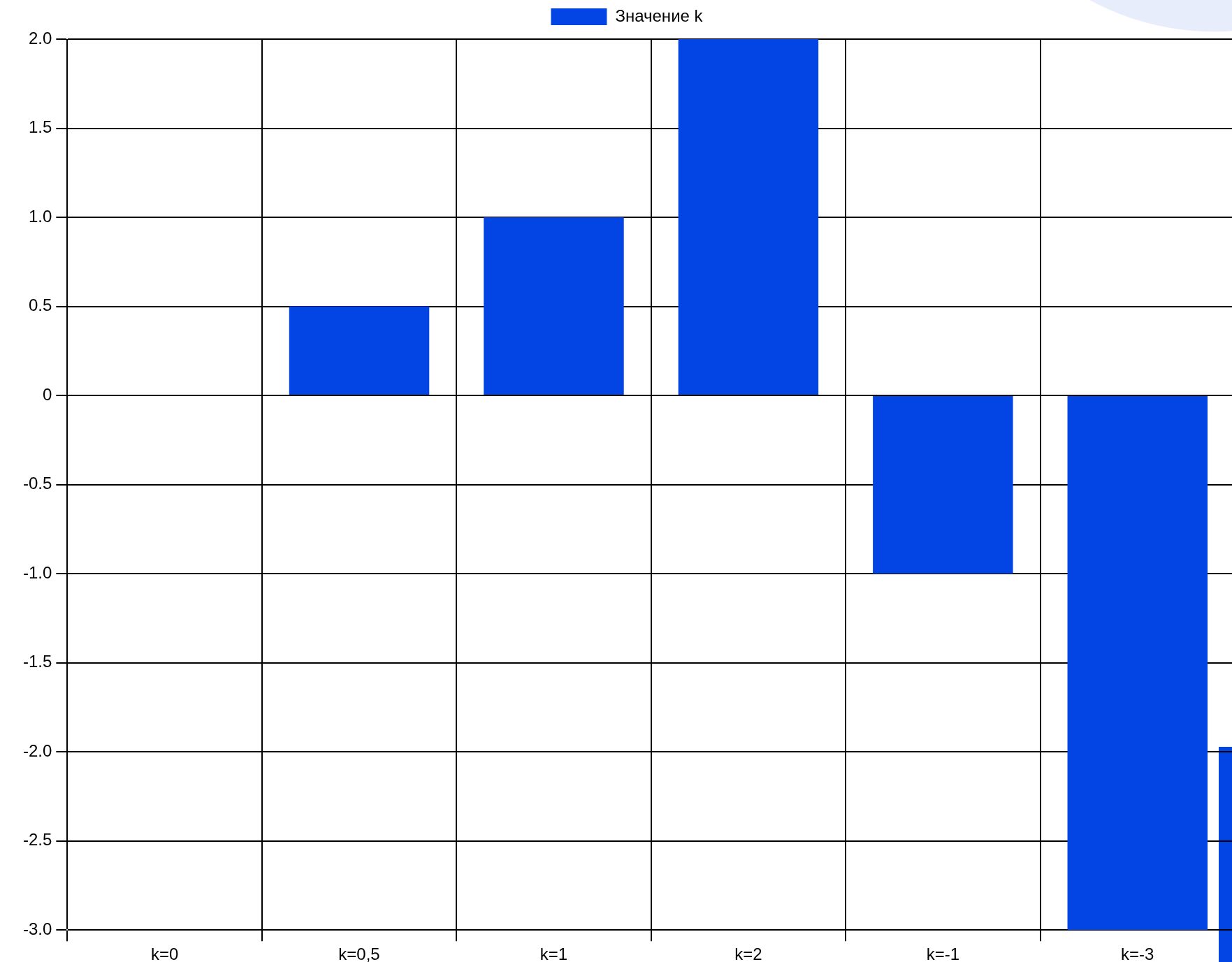
Удобный расчёт

Зная формулу, можно быстро найти путь через 1, 2 или 5 часов без длинных таблиц. Это помогает решать школьные задачи быстрее и аккуратнее.

Сравнение наклона прямых

На диаграмме удобно видеть не только знак коэффициента, но и разницу в крутизне прямых при изменении модуля k .

Чем больше $|k|$, тем сильнее наклон. Положительные значения дают возрастание, отрицательные — убывание, а ноль соответствует горизонтали.



Сравнение типичных коэффициентов линейной функции.

Особые случаи линейной функции

01

Если $k=0$

Формула превращается в $y=b$. График становится горизонтальной прямой, поэтому значение функции не меняется при любом x . Это самый простой случай для проверки понимания коэффициента b .

02

Если $b=0$

Получаем $y=kx$, и прямая проходит через начало координат. Здесь видно влияние только коэффициента k : он определяет направление и крутизну графика без сдвига вверх или вниз.

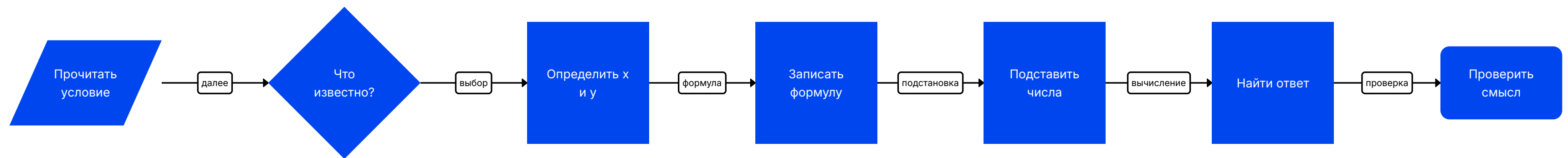
03

Когда оба случая полезны

Эти частные случаи помогают быстро проверять формулу и замечать ошибки в построении. Если ученик понимает их, ему легче разобраться и с общей записью $y=kx+b$.

Как решать задачу с линейной функцией

Алгоритм построен по типичному школьному решению задач, где величины изменяются равномерно.

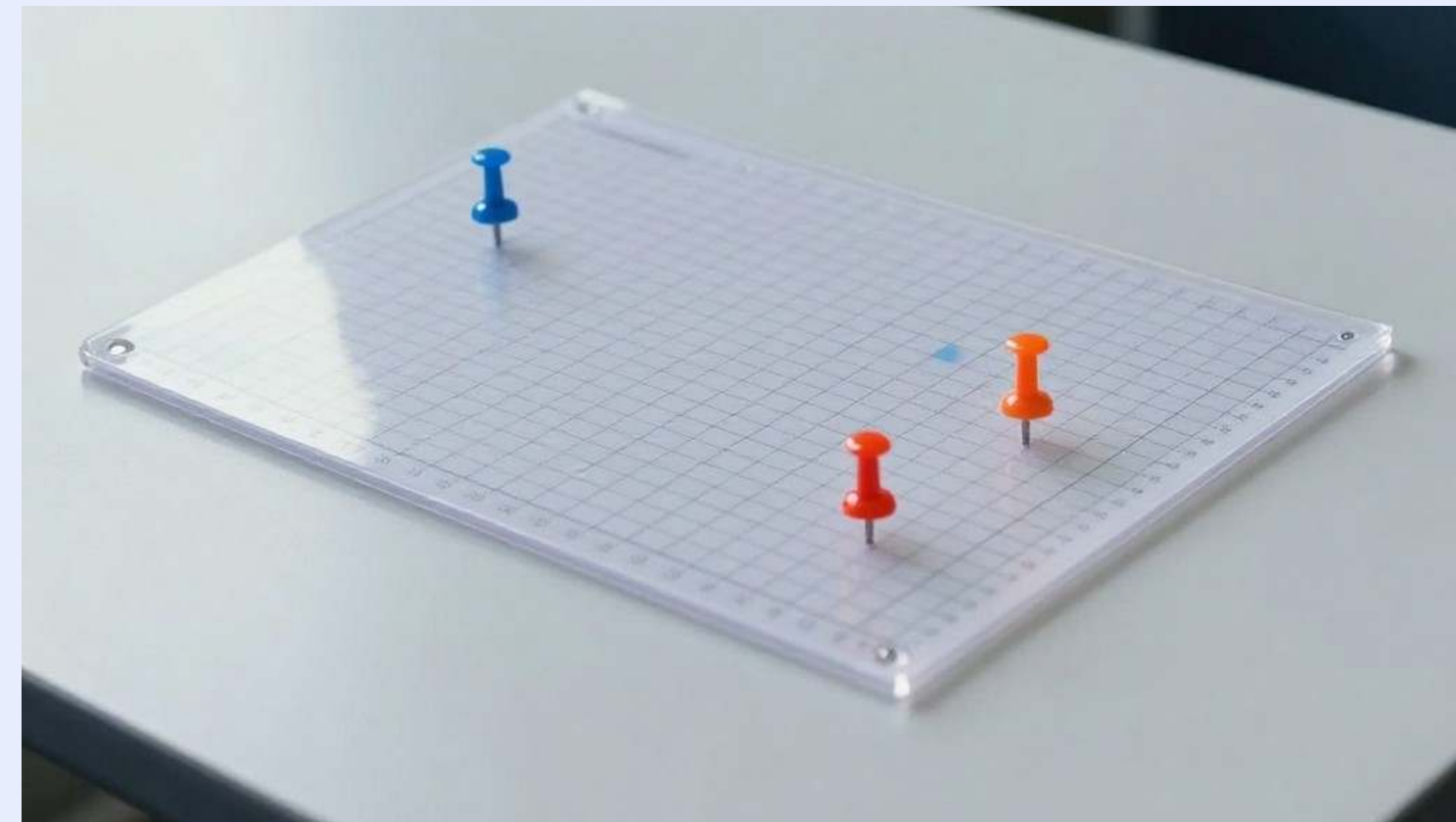


Типичные ошибки при построении графика



Когда оси путают местами

Иногда ученик откладывает x по вертикали, а y по горизонтали, и вся прямая оказывается смещённой. На первый взгляд рисунок похож на верный, но пересечение с осью Oy и направление наклона сразу выдают ошибку.



Одна неверная точка меняет всё

Если неправильно посчитать хотя бы одну координату, прямая проходит не через ту область плоскости. Особенно заметно это при отрицательных коэффициентах и дробных значениях, когда ошибка в вычислении легко скрывается за аккуратным чертежом.

Линейная и нелинейная зависимость

Признак	Линейная	Нелинейная
График	прямая	кривая
Изменение	равномерное	неравномерное
Формула	$y=kx+b$	другая

Сравнение показывает, как форма графика помогает понять характер зависимости и удобство её вычисления.

Линейную зависимость проще распознавать, считать и строить по точкам. Нелинейная требует более внимательного анализа формы и формулы.

Общие свойства функций, изучаемые в школьном курсе математики.

Как распознать линейную функцию в задаче



Одинаковый шаг изменения

Если величина растёт или уменьшается на одно и то же число через равные промежутки, перед вами признак линейной зависимости и удобной формулы.



Постоянная скорость

При равномерном движении за каждый час или минуту прибавляется одинаковый путь. Такие задачи почти всегда описываются линейной функцией и решаются через формулу.



Одна цена за единицу

Если каждая тетрадь, билет или карандаш стоит одинаково, общая стоимость зависит от количества линейно. Здесь легко выделить коэффициент и начальное значение.



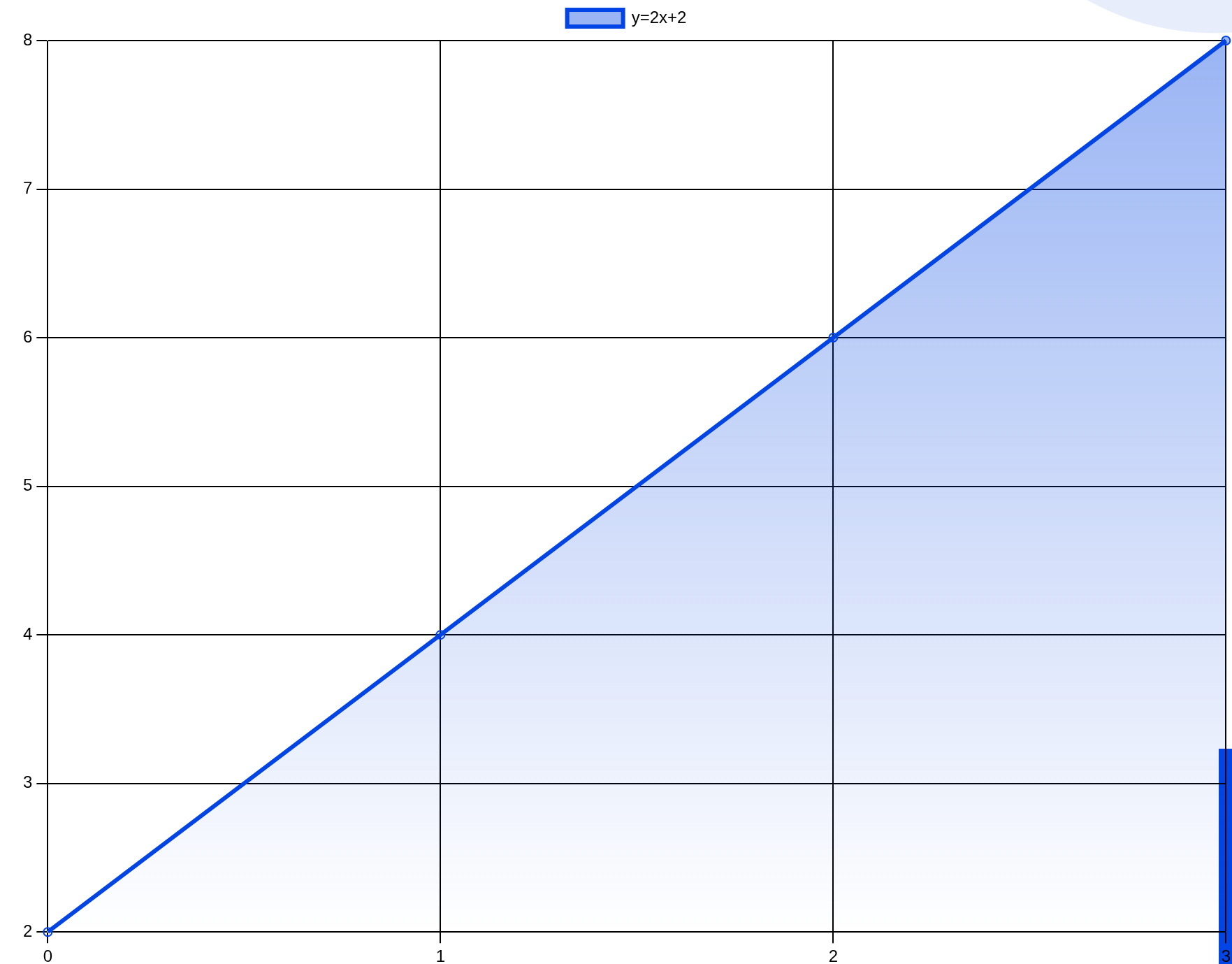
Правило с прибавлением числа

Когда к каждой новой величине добавляют одно и то же число, зависимость можно записать как $y=kx+b$. Это главный признак линейной функции в задаче.

Пример графика по точкам

Точки на графике образуют одну прямую, поэтому даже по небольшому числу значений можно уверенно восстановить всю зависимость.

При каждом увеличении x на 1 значение y растёт на 2. Это подтверждает постоянный шаг и линейный характер функции.



Точки рассчитаны по формуле $y=2x+2$.



Линейная функция: формула, график, смысл

Линейная функция помогает связать формулу, таблицу значений и рисунок на плоскости. Если помнить роль k и b , строить прямую и читать графики становится значительно проще.