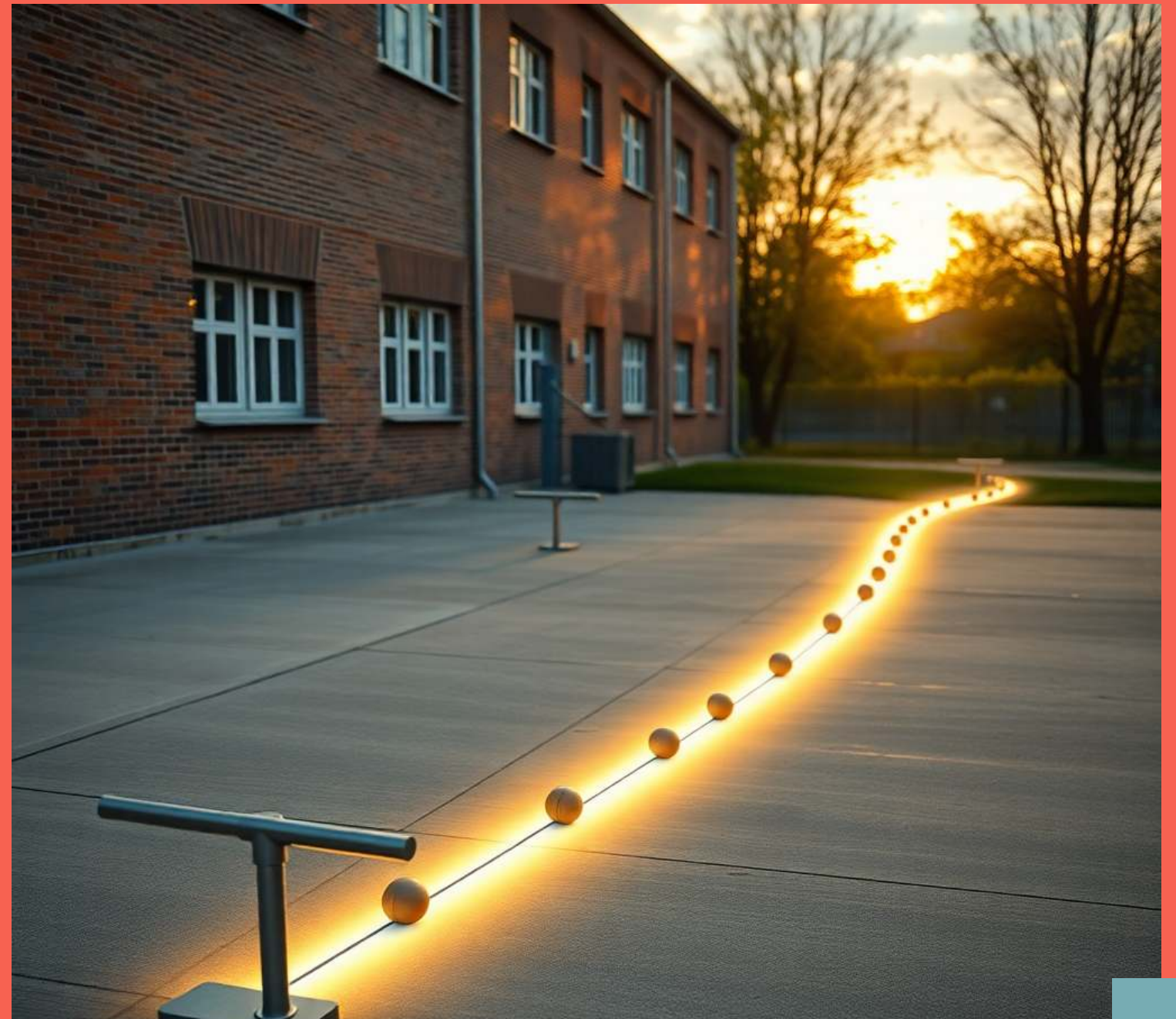


График и свойства функции $y = ax^2$ вдоль осей координат

Парабола, коэффициент a и ось симметрии

Зачем изучать $y = ax^2$

Эта функция показывает, как один коэффициент меняет весь график. На её примере удобно учиться строить параболу, читать координаты точек и понимать связь формулы с рисунком.



Что важно заметить в графике

При любом ненулевом значении a график функции $y = ax^2$ имеет форму параболы. Её вершина всегда находится в начале координат, поэтому рисунок легко распознать.

Парабола



Точки с абсциссами x и $-x$ дают одинаковые значения y . Поэтому левая и правая части графика совпадают по форме и располагаются зеркально относительно оси Oy .

Симметрия



Число a определяет, куда направлены ветви параболы и насколько она узкая. Изменение только одного коэффициента заметно перестраивает весь график без изменения его вершины.

Роль коэффициента



Параболы при разных значениях a

Сравнение показывает, как знак и модуль коэффициента меняют вид графика.

При $a > 0$ ветви направлены вверх, при $a < 0$ — вниз. Чем больше $|a|$, тем парабола уже и круче.

Свойства функции $y = ax^2$

a	Ветви	Ширина
2	вверх	узкая
1	вверх	средняя
$\frac{1}{2}$	вверх	широкая
-1	вниз	средняя

Парабола на координатной плоскости

Начало координат

Точка $(0; 0)$ принадлежит графику $y = 2x^2$ и является его вершиной. Через неё проходит ось симметрии Oy , поэтому рисунок удобно проверять по центральной точке.

Точки справа и слева

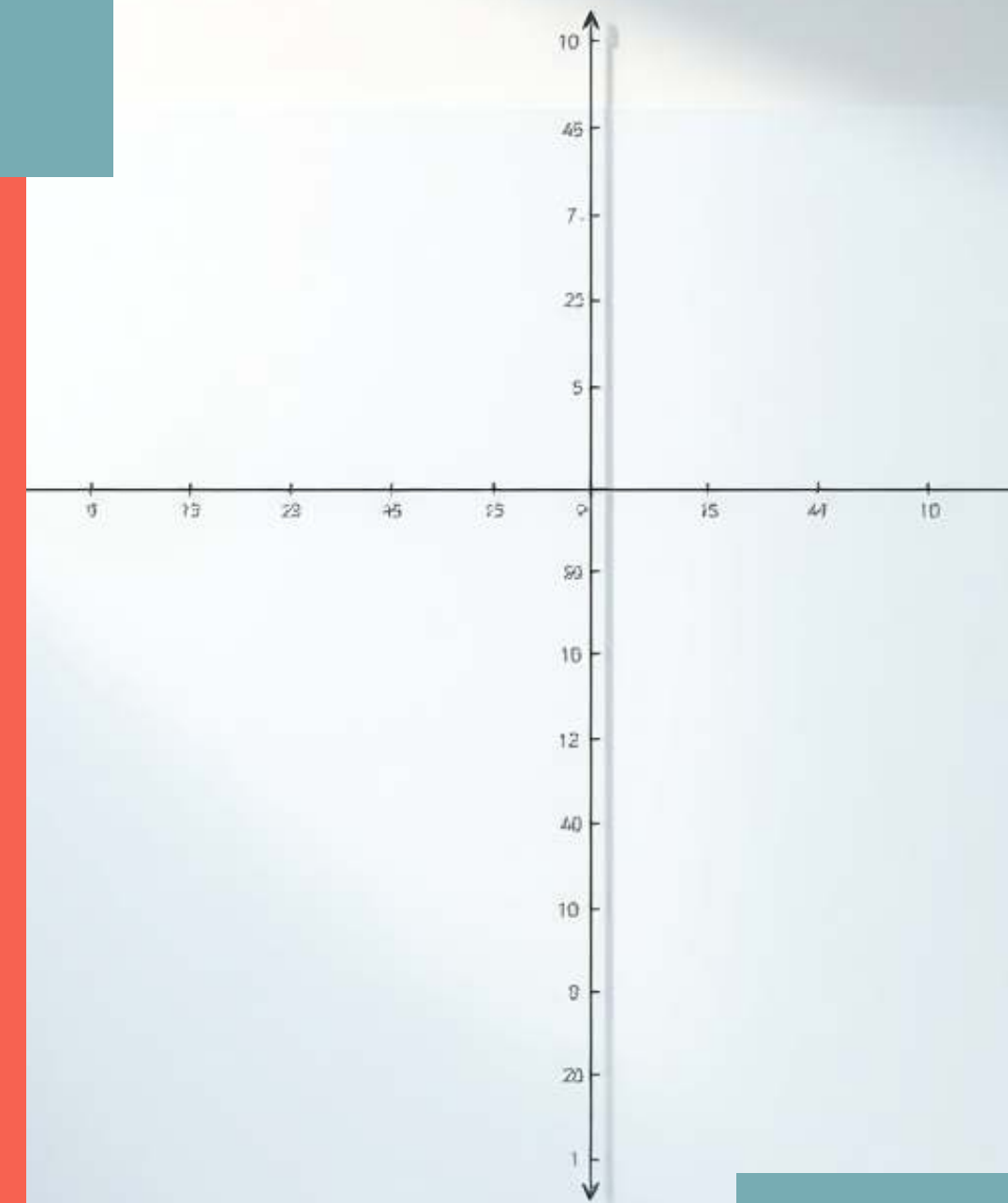
Для $x = 1$ и $x = -1$ получаем одинаковое значение $y = 2$. Такая же картина наблюдается для $x = 2$ и $x = -2$, что подчёркивает зеркальность графика.

Рост значений

При удалении от начала координат значения y быстро увеличиваются: 2, затем 8. Это помогает увидеть, что парабола становится выше по мере роста $|x|$.

Форма линии

Точки на графике соединяют плавной линией, а не отрезками. Именно так получается настоящая парабола, а не ломаная фигура.

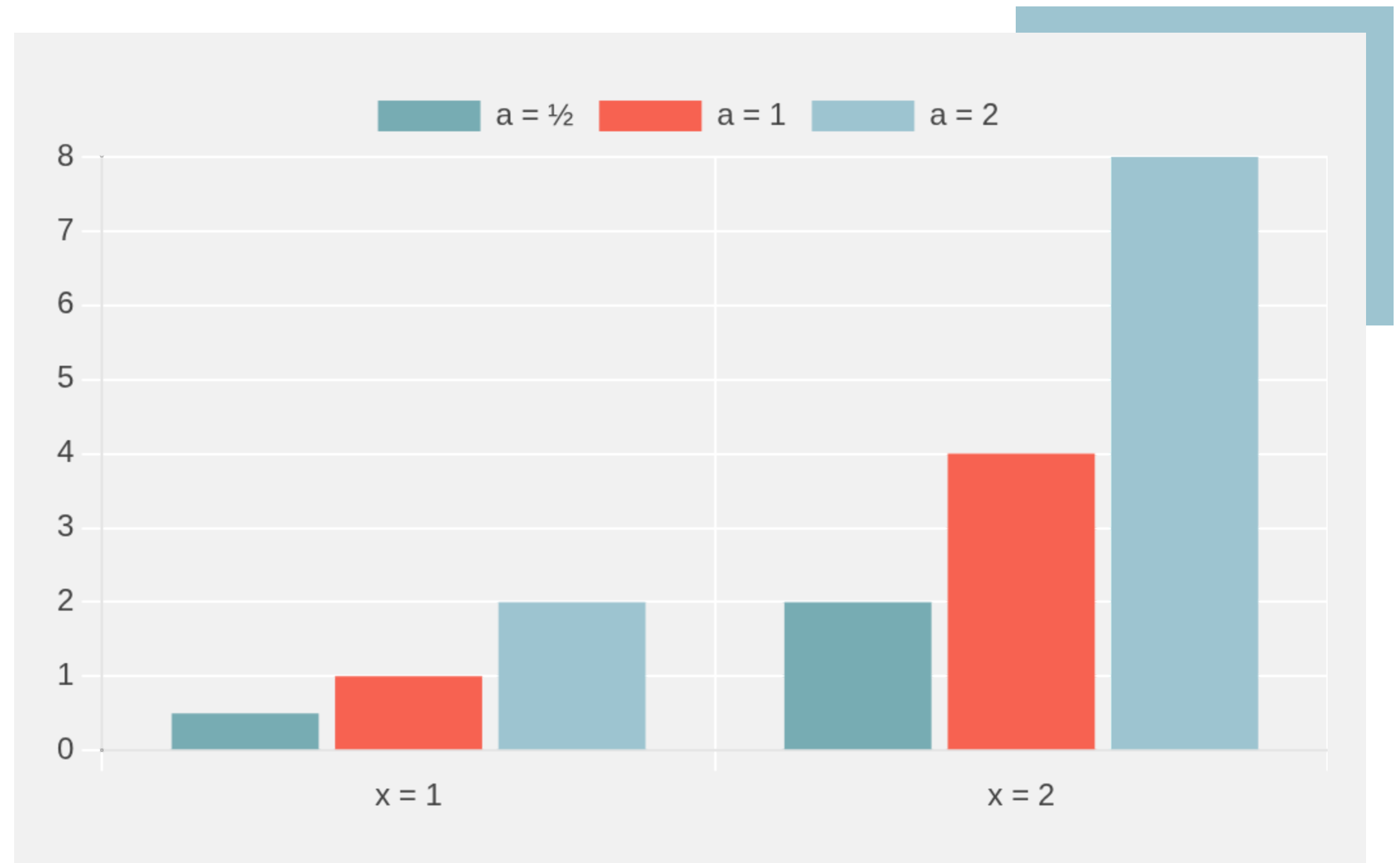


Как изменяются значения y при разных a

При одинаковом x разные коэффициенты дают заметно разные высоты точек на графике.

Чем больше a , тем быстрее растут значения функции. При меньшем a график поднимается медленнее и выглядит шире.

Вычисления по формуле $y = ax^2$



Почему график симметричен относительно оси Oy

1

Квадрат не меняет знак

В формуле $y = ax^2$ переменная x возводится в квадрат. Поэтому значения x^2 и $(-x)^2$ совпадают, а на графике появляются точки одинаковой высоты.

2

Зеркальные точки

Если точка с абсциссой x лежит на графике, то точка с абсциссой $-x$ тоже лежит на нём. Они располагаются по разные стороны от оси Oy на одном уровне.

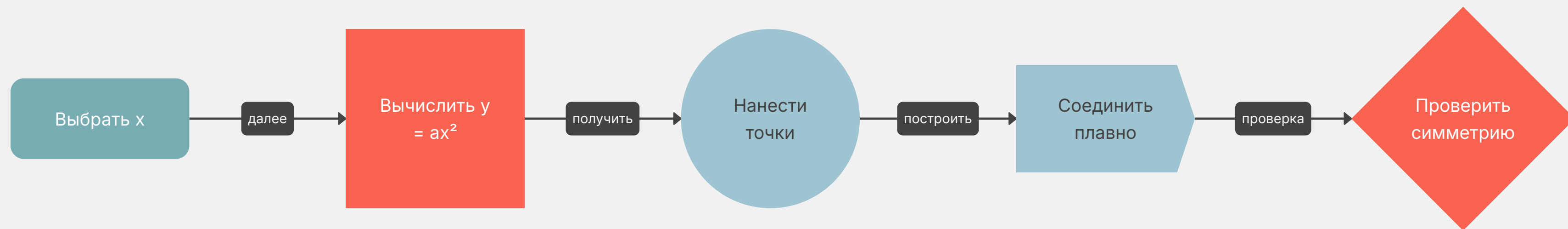
3

Ось симметрии

Такая зеркальность сохраняется при любом ненулевом a . Поэтому ось Oy является осью симметрии параболы $y = ax^2$ и делит график на две одинаковые части.

Построение графика $y = ax^2$ по точкам

Последовательность действий при построении параболы по формуле



Случай $a > 0$

- 1 Ветви вверх**
Если a положительное, парабола открывается вверх. Это значит, что по мере удаления от начала координат значения функции становятся больше и график поднимается.
- 2 Минимум в вершине**
Точка $(0; 0)$ является самой низкой точкой графика. Здесь функция принимает наименьшее значение, а все остальные точки расположены не ниже этой вершины.

- 3 Неотрицательные значения**
Для функции $y = ax^2$ при $a > 0$ выполняется $y \geq 0$. Это удобно проверять по любой таблице значений: отрицательных ординат у графика не бывает.

Случай $a < 0$

Ветви вниз

Если коэффициент a отрицательный, парабола направлена вниз. График как будто отражается относительно оси Ox и меняет привычное направление ветвей.

Максимум в вершине

Точка $(0; 0)$ становится самой высокой точкой графика. Все остальные точки располагаются не выше неё, поэтому вершина играет роль максимума.

Отрицательные значения

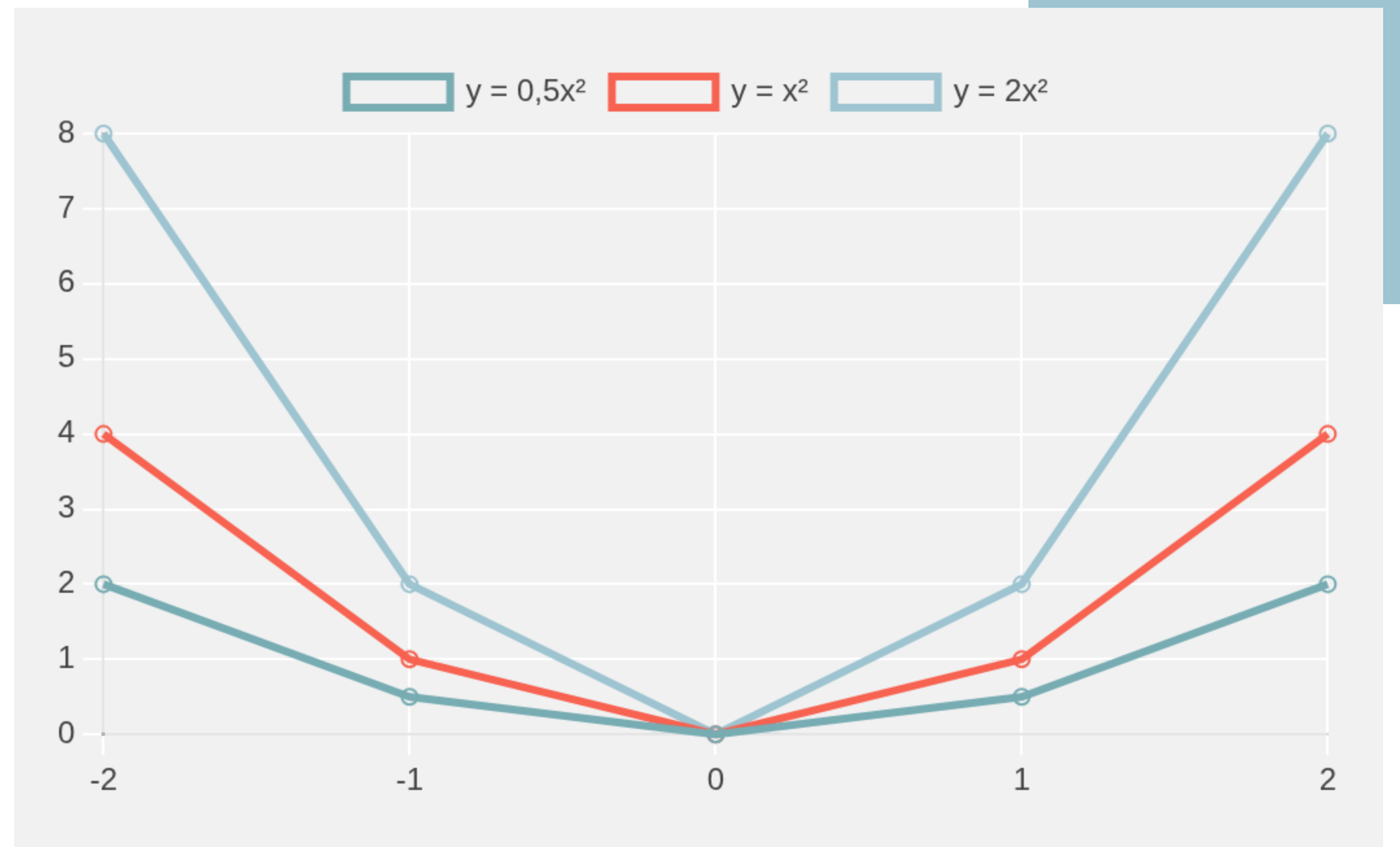
При $x \neq 0$ значения функции отрицательны, а по мере удаления от начала координат их модуль растёт. Для такой функции выполняется неравенство $y \leq 0$.

Влияние модуля a на ширину параболы

При одинаковых x значение функции растёт по-разному: коэффициент усиливает или ослабляет подъём графика. Это удобно видеть на одних и тех же точках.

Чем больше $|a|$, тем парабола уже и круче; при меньшем $|a|$ она шире и медленнее удаляется от оси Ox .

Вычисления по формуле $y = ax^2$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$.



A 3D rendering of a blue sphere with a white highlight, positioned on a horizontal line. A vertical line extends downwards from the sphere's base, creating a symmetrical, glowing effect. The background is a solid blue color.

An abstract digital background featuring a deep blue gradient. A faint, light blue grid pattern is visible on the lower half, suggesting a perspective view of a floor or a data plane. A bright, glowing orange-red line curves upwards from the left side, ending in a small, bright point of light. A thin, horizontal white line separates the grid area from the upper blue space.

12

Значения функции при характерных x

Сравнение показывает, как меняются значения двух парабол при одинаковых аргументах и почему графики остаются симметричными относительно оси Oy .

Одинаковые значения слева и справа от оси Oy подтверждают симметрию, а коэффициент 2 удваивает высоту точек по сравнению с $y = x^2$.

Вычисления по формулам $y = x^2$ и $y = 2x^2$.

Функция	$x = -2$	$x = 0$	$x = 2$
$y = x^2$	4	0	4
$y = 2x^2$	8	0	8

Что нужно запомнить о функции



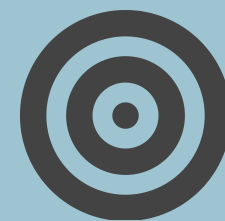
Область определения

Функцию $y = ax^2$ можно вычислить для любого действительного x . Подходит любое число: отрицательное, положительное, ноль и дробное значение. Ограничений по x здесь нет.



Область значений

Если a положительное, все значения функции неотрицательны. Если a отрицательное, они неположительны. Направление ветвей сразу подсказывает, где расположен график относительно оси Ox .



Минимум или максимум

Вершина параболы находится в начале координат и задаёт наименьшее или наибольшее значение функции. Именно в точке $(0; 0)$ график достигает своего края.



Связь с осью симметрии

Ось Oy делит график на две равные части. Это помогает быстро проверять построение и понимать, почему точки с одинаковыми по модулю x лежат на одной высоте.

1

нуль у функции $y = ax^2$ при $a \neq 0$.

Это значит, что график касается оси Ox только в начале координат и не имеет других точек пересечения с ней.

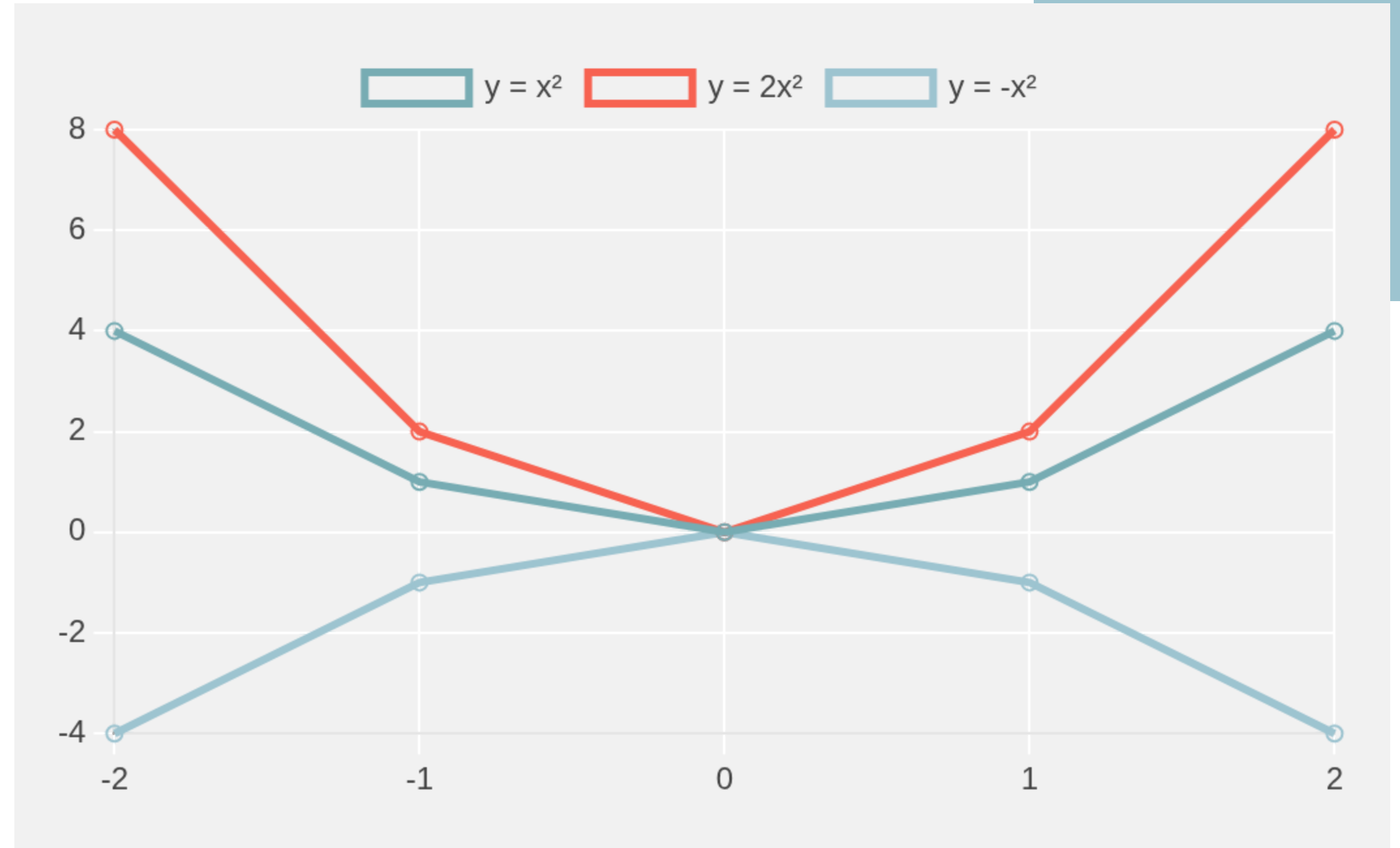
Решение уравнения $ax^2 = 0$ при $a \neq 0$.

Сравнение точек графиков $y = x^2$, $y = 2x^2$ и $y = -x^2$

На одинаковых значениях x легко увидеть, как меняются высота и направление точек. Это сравнение помогает не путать знак коэффициента с его модулем.

Положительный коэффициент поднимает параболу вверх, отрицательный отражает её вниз, а больший модуль делает график более крутым.

Вычисления по формулам $y = x^2$, $y = 2x^2$ и $y = -x^2$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$.



Типичные ошибки при работе с графиком

1

Путают знак и направление

Если коэффициент a отрицательный, ветви направлены вниз; если положительный — вверх. Ошибка в знаке сразу меняет смысл всего графика и приводит к неверному рисунку.

2

Смешивают модуль и ширину

Парабола становится уже не при большем числе a вообще, а при большем модуле $|a|$. Поэтому $y = 2x^2$ уже, чем $y = x^2$, а $y = 0,5x^2$ — шире.

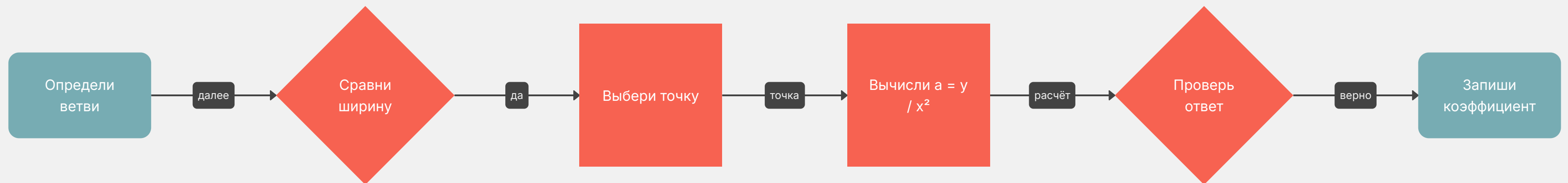
3

Забывают про начало координат

График $y = ax^2$ при любом ненулевом a обязательно проходит через точку $(0; 0)$. Если эта точка не отмечена, построение нужно перепроверить.

Как найти коэффициент а по графику

Алгоритм опирается на форму параболы и связь координат точки с формулой $y = ax^2$.



Где встречается парабола



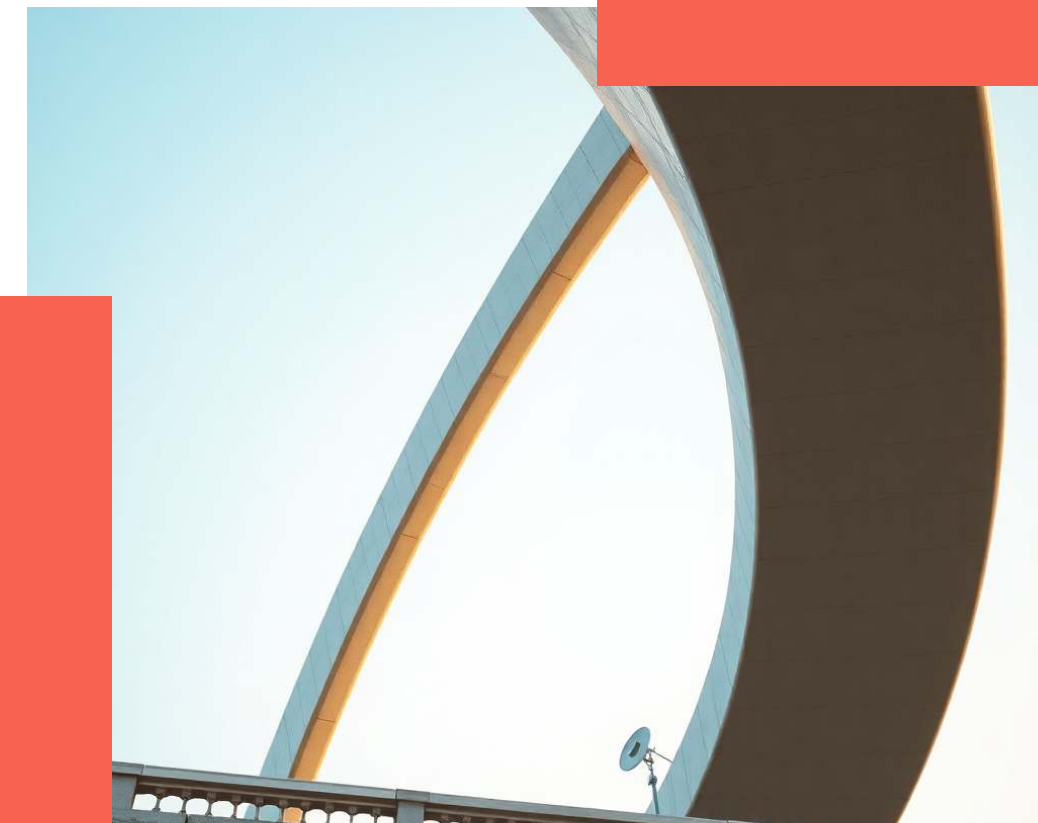
Пржектор и световой пучок

В прожекторе параболическая форма помогает собирать лучи в нужном направлении. Если источник света расположен правильно, отражённые лучи становятся почти параллельными. Поэтому парабола полезна в осветительных приборах и оптике.



Антенна и радиосигнал

Параболические антенны используют в технике, где важно принимать или передавать радиоволны. Их форма помогает сосредоточить сигнал в одной точке и повысить точность работы. Именно симметрия делает такую поверхность особенно удобной.



Арка моста и архитектура

Мостовые арки и некоторые элементы зданий часто напоминают параболу. Такая форма выглядит устойчивой и аккуратной, а также распределяет нагрузку более равномерно. Поэтому парабола встречается не только в формулах, но и в реальных конструкциях.

Главные свойства функции $y = ax^2$

Функция $y = ax^2$ всегда даёт параболу с вершиной в начале координат и осью симметрии Oy . Знак a задаёт направление ветвей, а модуль — ширину графика.