

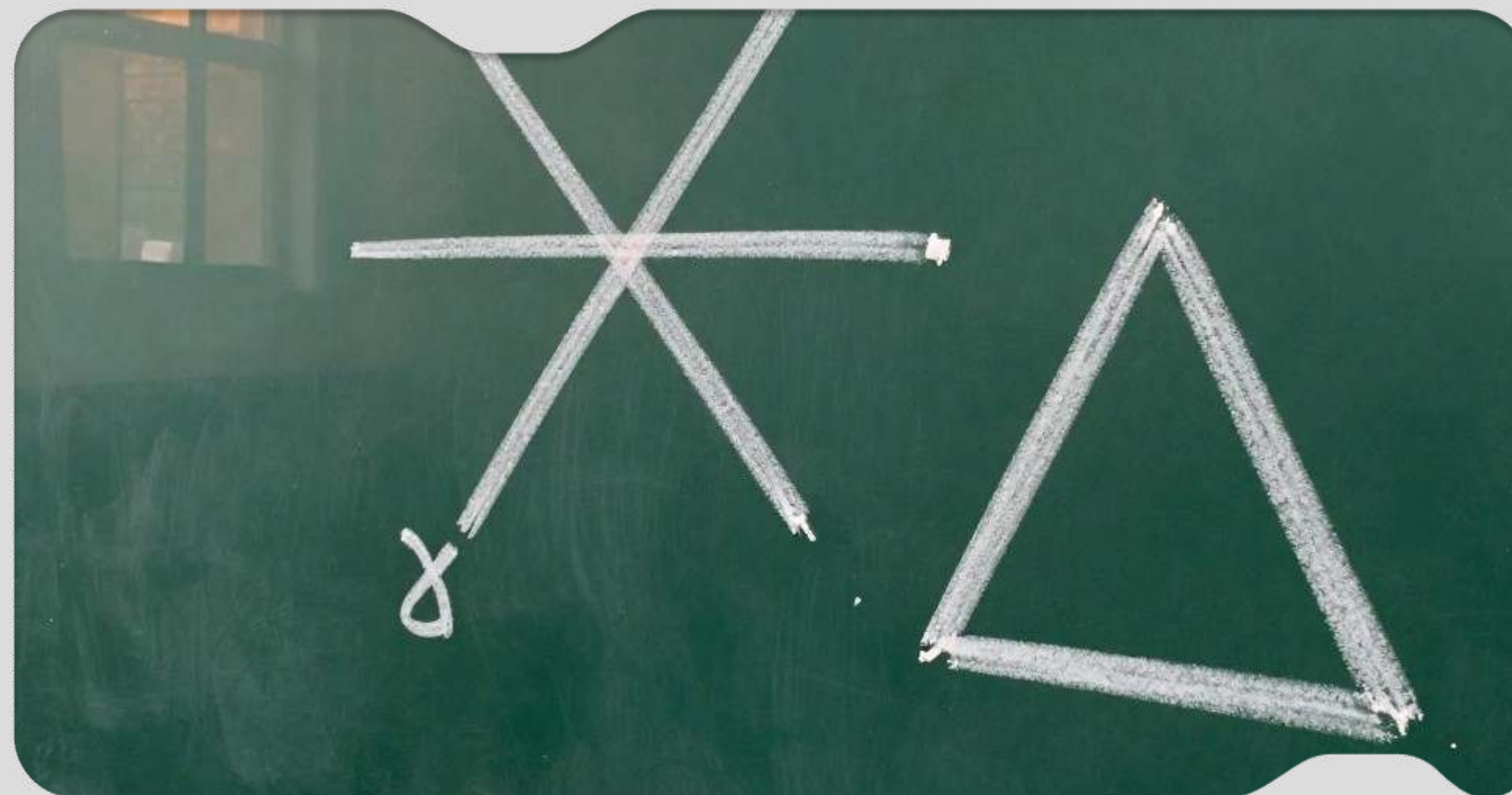
Простейшие задачи в координатах

Научимся работать с точками, отрезками
и фигурами на координатной плоскости.



Координаты и геометрия

Координаты превращают геометрию в понятные числа: по ним можно точно указать точку, измерить отрезок и проверить построение на сетке.



Зачем нужны координаты



Точное положение

Координаты позволяют точно указать положение точки на плоскости, как адрес на карте. Вместо слов «выше» или «правее» используются два числа, и ответ получается однозначным.



Построение фигур

С помощью координат легко строить фигуры по вершинам. Если точки нанесены правильно, отрезки, треугольники и прямоугольники получаются без лишних догадок и ошибок.



Измерение на плоскости

По координатам удобно находить расстояния и сравнивать отрезки. Можно быстро понять, насколько далеко друг от друга находятся две точки, не измеряя их линейкой.



Проверка свойств

Координаты помогают проверять симметрию и середины отрезков. Такие задачи часто решаются по короткому алгоритму, где важно не пропустить знак и не перепутать оси.

Координатная плоскость и четверти



Две оси

Горизонтальная ось Ox показывает движение влево и вправо, а вертикальная Oy — вниз и вверх. Вместе они образуют координатную плоскость, где удобно отмечать точки.



Начало отсчёта

Точка $O(0; 0)$ называется началом координат. От неё начинают отсчёт всех расстояний на плоскости, поэтому она служит отправной точкой для построений и вычислений.



Четверти плоскости

Плоскость делится на четыре четверти. В каждой из них знаки координат различаются, и по ним можно быстро определить примерное положение точки без полного построения.



Подсказка по знакам

Если помнить знаки x и y , легче не ошибиться при чтении и записи координат. Это особенно полезно, когда точки расположены далеко от начала координат.

Как читать и строить точку

.01

Читаем координаты

Сначала читают первую координату x : она показывает смещение по горизонтали от начала координат. Затем читают y , которое задаёт движение по вертикали вверх или вниз.

.02

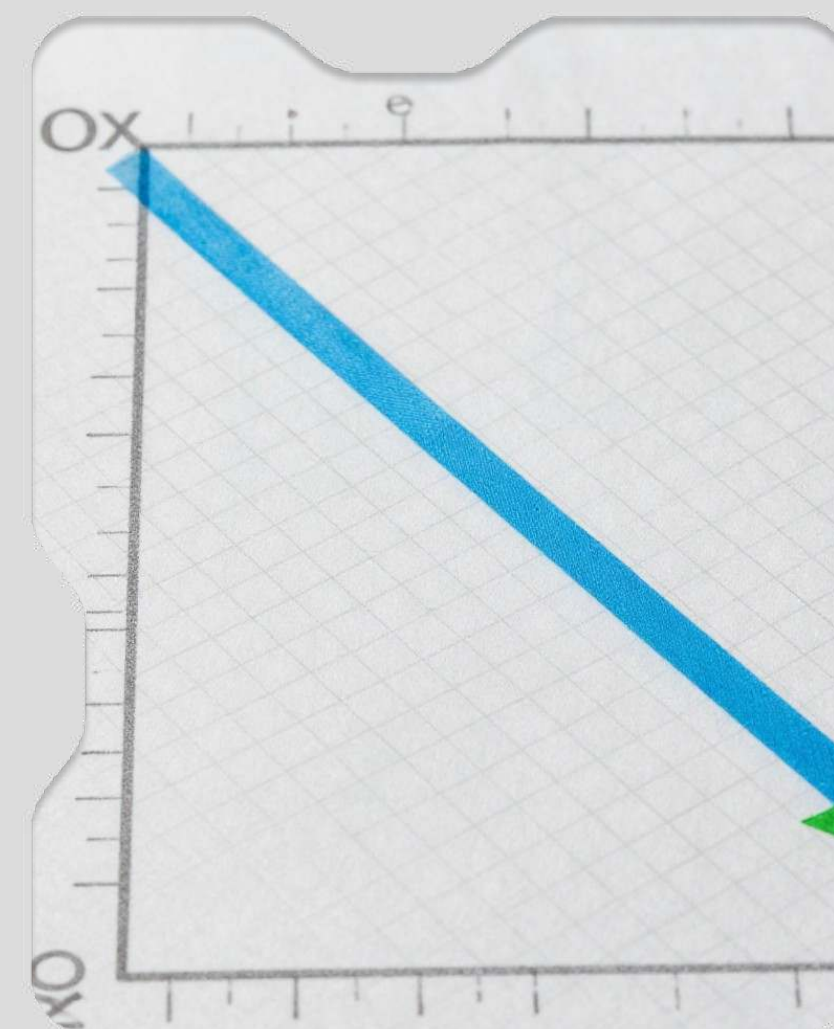
Строим по шагам

Чтобы построить точку, от O откладывают x по оси Ox , а затем y по оси Oy . Движение всегда выполняют в этом порядке, не меняя местами числа.

.03

Пример на сетке

Например, точка $(3; -2)$ означает три клетки вправо и две клетки вниз. Такой способ помогает быстро отметить точку на сетке и сразу проверить ответ.



Расстояние до осей и начала координат



До оси Oy

Расстояние до оси Oy равно модулю абсциссы, то есть $|x|$. Это число показывает, насколько точка удалена от вертикальной оси, независимо от направления.



До оси Ox

Расстояние до оси Ox равно $|y|$. Здесь важен только модуль ординаты, потому что расстояние не бывает отрицательным, даже если точка находится ниже оси.



До точки O

До начала координат расстояние находят по обеим координатам. Оно всегда неотрицательно и помогает оценить, насколько далеко точка расположена от центра плоскости.

Разности координат и длина отрезка

.01

Находим смещение

Для точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ удобно сначала записать разности Δx и Δy . Они показывают, на сколько нужно сдвинуться вправо-влево и вверх-вниз.

.02

Связь с треугольником

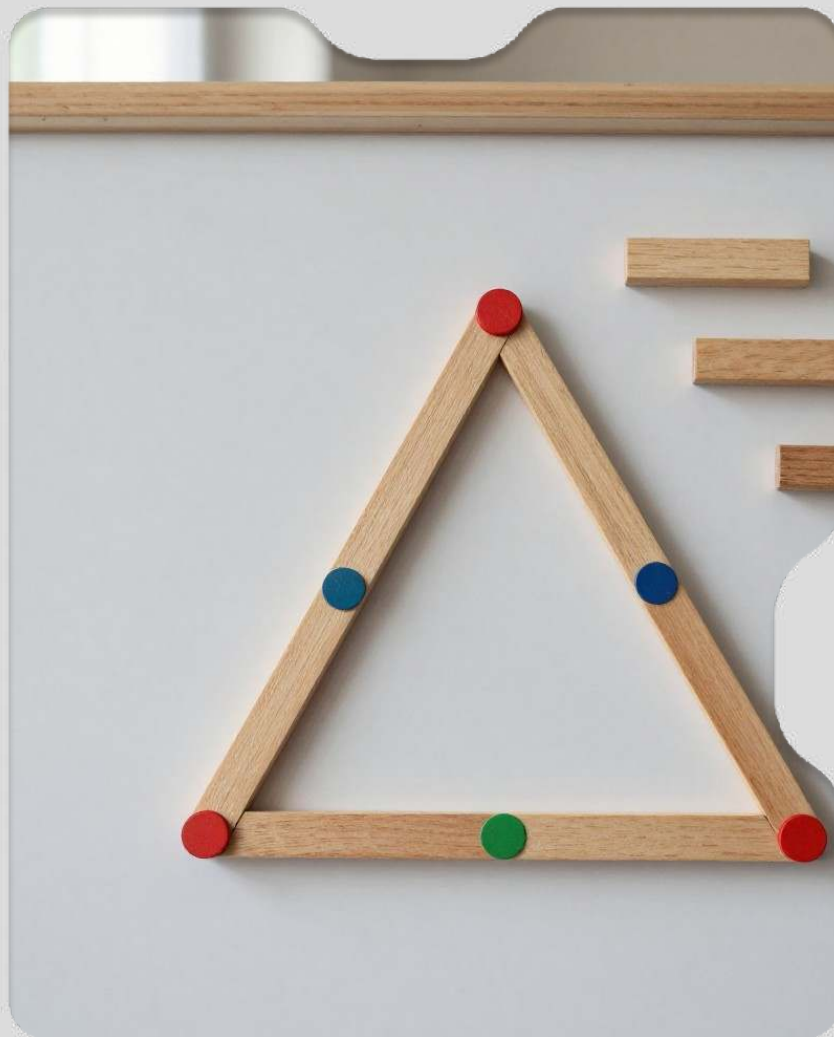
Если известны Δx и Δy , отрезок можно представить как прямоугольный треугольник. Один катет задаёт горизонтальный шаг, другой — вертикальный, а гипотенуза даёт длину отрезка.

.03

Формула длины

Длину находят по формуле Пифагора: сначала возводят разности в квадрат, затем складывают и извлекают корень. Так решение получается коротким и понятным.

Пример: находим длину отрезка



.01

Дано

Записываем точки $A(1; 2)$ и $B(5; 5)$. Сразу видим, что обе координаты увеличиваются, значит отрезок направлен вправо и вверх.

.02

Находим шаги

Вычисляем разности: $\Delta x = 5 - 1 = 4$, $\Delta y = 5 - 2 = 3$. Это горизонтальный и вертикальный шаг между точками.

.03

Считаем длину

Подставляем в формулу: $AB = \sqrt{4^2 + 3^2}$. После вычисления получаем $\sqrt{25}$, то есть 5. Это и есть длина отрезка.

.04

Проверяем результат

Проверяем ответ: число 5 подходит, потому что тройка 3–4–5 образует знакомый прямоугольный треугольник. Такой контроль помогает заметить ошибку сразу.

Середина отрезка: смысл формулы

.01

Идея формулы

Середина отрезка должна делить его на две равные части. Поэтому по каждой оси берут не разность, а среднее арифметическое координат концов.

.02

Записываем правило

Формула середины: $((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$. Она работает для любых двух точек и не зависит от наклона отрезка.

.03

Что означает ответ

Если обе координаты середины найти верно, точка окажется ровно посередине между концами. Это удобно проверять по одинаковым смещениям от середины к каждой точке.

Пример: находим середину отрезка



Подставляем числа

Найдём координаты середины по формуле среднего арифметического: по оси x получаем 5, по оси y тоже 4. Так сразу виден результат без построения.



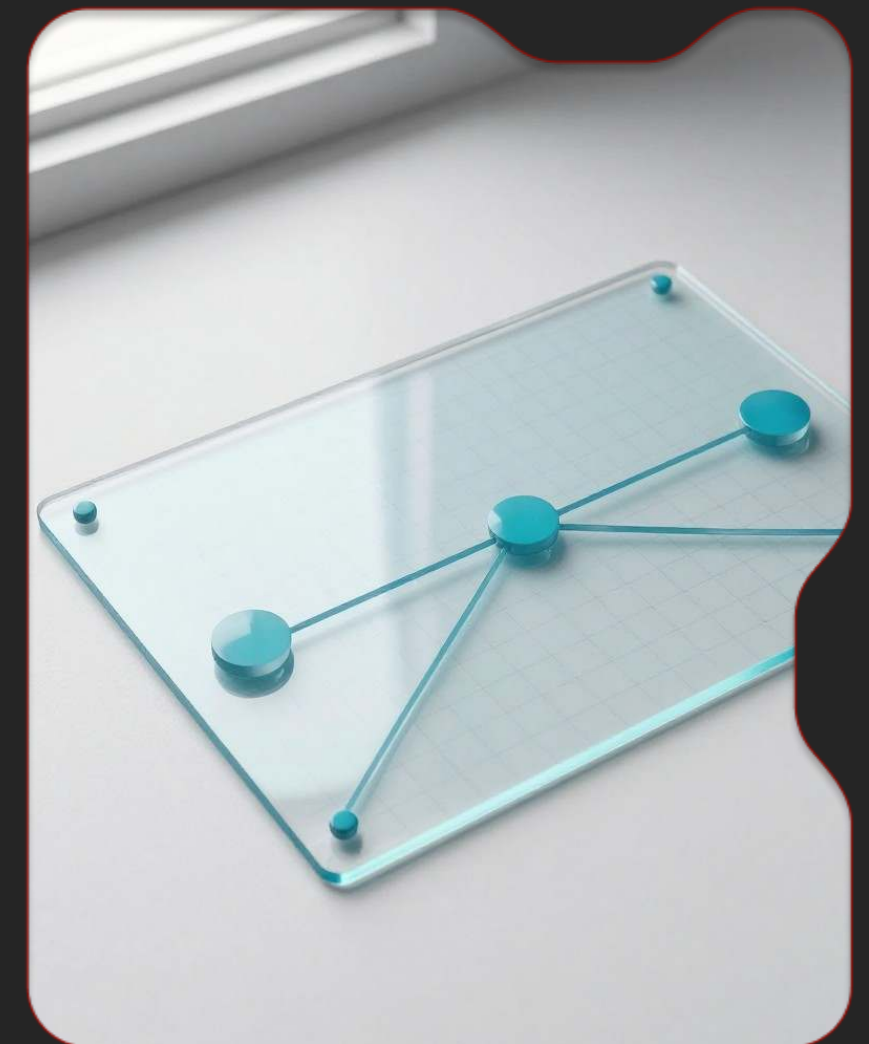
Записываем ответ

Для $A(2; 1)$ и $B(8; 7)$ получаем $M(5; 4)$. Это точка лежит ровно посередине между концами отрезка и делит его на равные части.



Проверяем симметрию

Проверка проста: от M до A смещение равно $(-3; -3)$, а от M до B — $(3; 3)$. Модули одинаковы, значит середина найдена верно.



Координаты вектора как смещение

.01

Смысл смещения

Вектор AB показывает не саму точку, а переход от A к B . Его координаты равны разностям по осям: сколько нужно пройти вправо-влево и вверх-вниз.

.02

Как находят координаты

Если известны $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то координаты вектора AB записывают как $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. По ним сразу видно направление и размер шага.

.03

Наглядный пример

Например, из точки $(2; 3)$ в точку $(7; 1)$ нужно сместиться на 5 вправо и на 2 вниз. Поэтому вектор равен $(5; -2)$.

Сдвиг фигуры на плоскости

Параллельный перенос одинаково действует на все вершины фигуры и сохраняет её форму.



Простые построения по координатам



Отрезок по двум точкам

Чтобы построить отрезок, достаточно отметить две точки на сетке и соединить их прямой линией. Важно точно соблюдать координаты и не перепутать порядок точек.



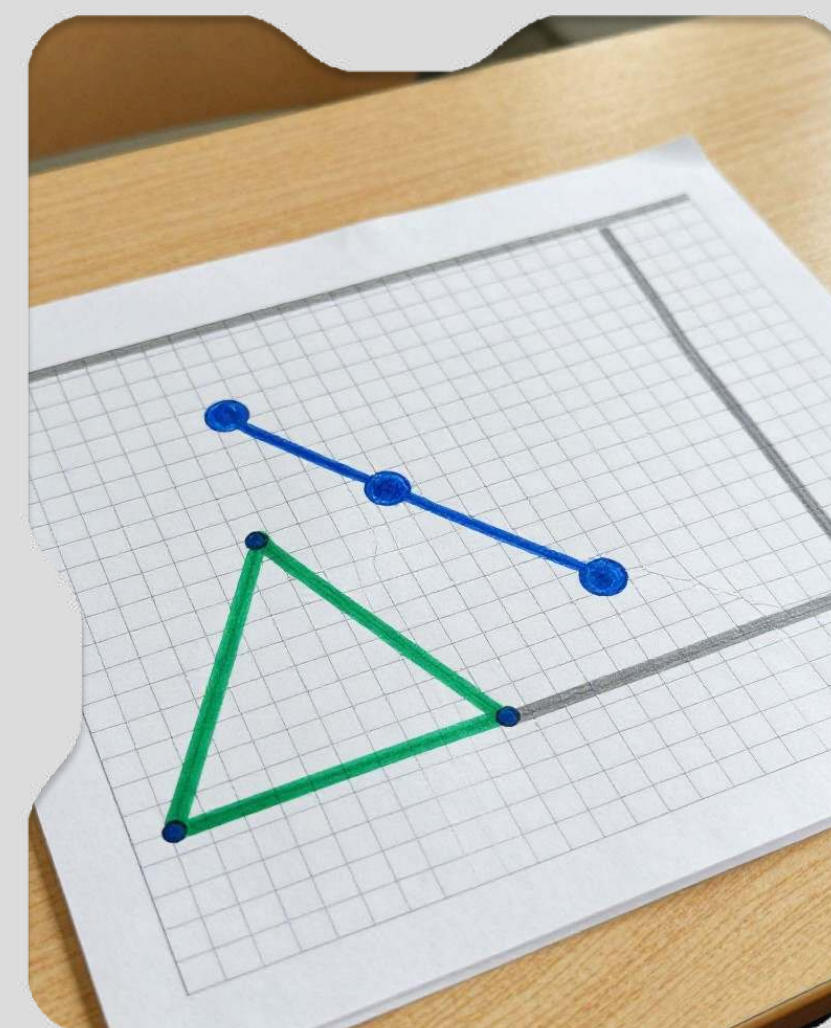
Треугольник по вершинам

Треугольник строят так же по трём вершинам: сначала наносят все точки, затем соединяют их по порядку. Если одна вершина стоит неверно, фигура сразу исказится.



Проверка на сетке

Полезно после построения ещё раз сверить каждую точку по клеткам. Такая проверка помогает заметить пропуск, ошибку в знаке или смещение на одну клетку.



Периметр фигуры по координатам

.01

Найти стороны

Сначала определяют длину каждой стороны по координатам её концов. Для этого находят разности по осям и, если нужно, применяют формулу расстояния между точками.

.02

Сложить длины

Затем все полученные длины складывают. Для замкнутой фигуры важно не пропустить ни одну сторону и не считать одну и ту же дважды.

.03

Сначала чертёж

Перед вычислением удобно отметить вершины на рисунке. Тогда видно, какие стороны горизонтальны, вертикальны или наклонны, и легче выбрать нужный способ подсчёта.

Площадь прямоугольника на сетке

Для прямоугольника, стороны которого параллельны осям, достаточно найти его ширину и высоту по координатам вершин и затем перемножить эти числа.

Если стороны прямоугольника идут вдоль осей, площадь вычисляется очень быстро; для наклонных фигур этот способ не подходит.

Величина	Как найти
Ширина	$ x_2 - x_1 $
Высота	$ y_2 - y_1 $
Площадь	ширина $\times$ высота

Геометрия на координатной сетке

Площадь треугольника через основание и высоту



Формула площади

Площадь треугольника находят по формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$, где a — основание, а h — высота. На клетчатой сетке основание удобно брать горизонтальным.



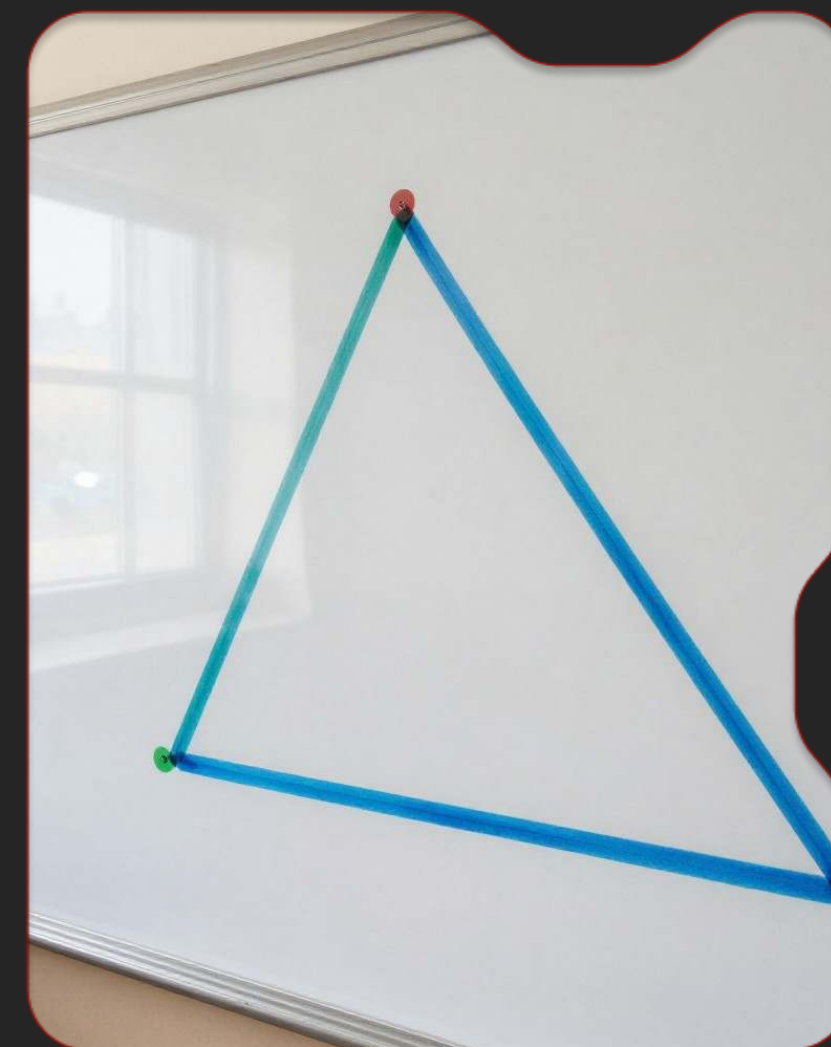
Как выбрать высоту

Высоту измеряют как перпендикулярное расстояние от вершины до основания или его продолжения. Если основание лежит на горизонтальной прямой, высота читается по вертикали.



Удобство на сетке

На координатной плоскости такой способ особенно удобен, когда одна сторона треугольника идёт по линии сетки. Тогда площадь получается без лишних вычислений.



Симметрия относительно осей

.01

Отражение от Oy

При отражении относительно оси Oy меняется только знак первой координаты: точка уходит на такое же расстояние влево или вправо. Вторая координата остаётся прежней.

.02

Отражение от Ox

При отражении относительно оси Ox меняется знак второй координаты. Точка сохраняет своё положение слева или справа, но переходит выше или ниже оси.

.03

Быстрая проверка

Чтобы не ошибиться, полезно сразу сравнить расстояние до оси у исходной и новой точки. Оно должно быть одинаковым по модулю.

Смешанная задача: несколько шагов

В смешанных задачах несколько приёмов используются последовательно, поэтому важно не пропустить ни одного шага.



Типичные ошибки и проверка ответа



Путаница координат

Часто путают, где x , а где y . Чтобы избежать ошибки, всегда начинайте с горизонтального смещения, а затем переходите к вертикальному.



Ошибка в формулах

В формулах расстояния нельзя забывать модуль и скобки. Без них легко получить отрицательное число там, где длина отрезка не может быть меньше нуля.



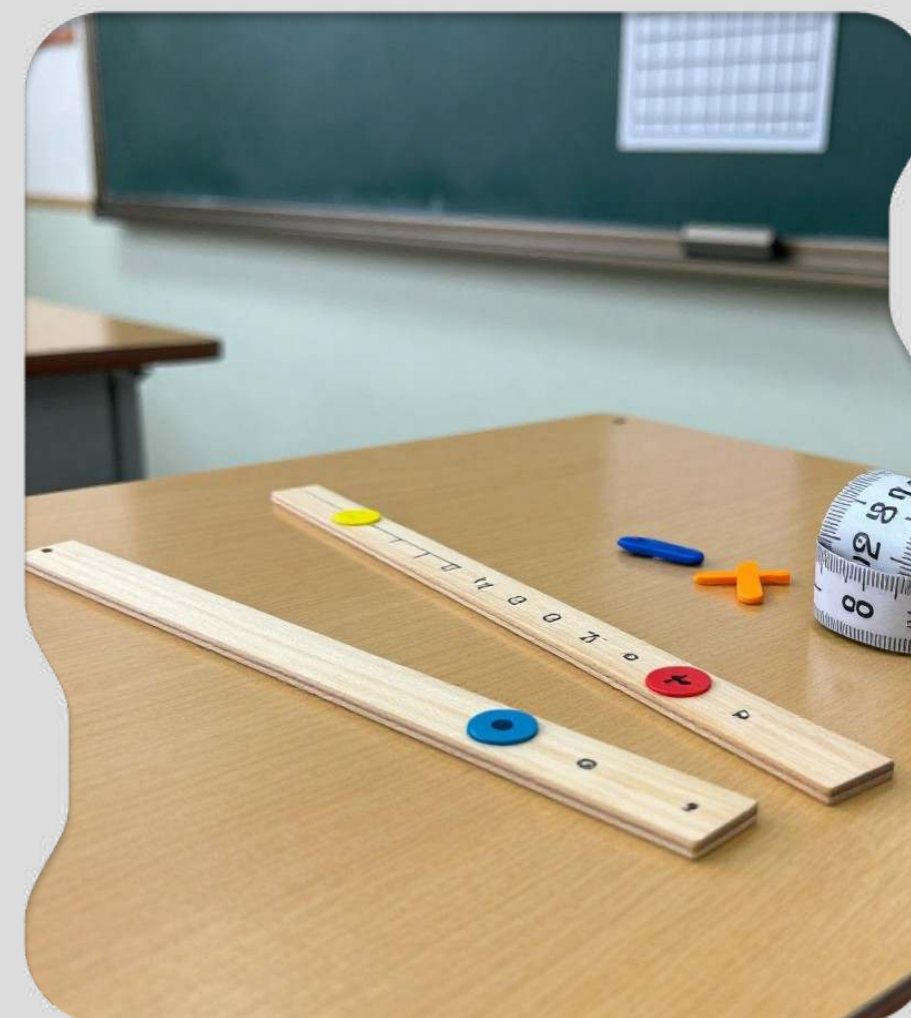
Смещение знаков

Знаки «плюс» и «минус» особенно важны при симметрии и сдвиге. Перед ответом полезно ещё раз посмотреть, куда именно должна уйти точка.



Проверка по шагам

Мини-чек-лист простой: отметить точки, записать разности, подставить числа, затем сравнить результат с рисунком. Если ответ выглядит странно, значит, где-то есть неточность.



Координаты стали понятнее

Теперь вы умеете читать координаты, строить точки, находить длину и середину отрезка, работать с периметром и площадью, а также отражать и сдвигать фигуры. В координатах особенно важны аккуратность и проверка.