

# Приближённые вычисления: точность, округление и погрешность

Числа, которые помогают измерять мир  
вокруг нас.





# Зачем нужны приближённые вычисления

В реальных задачах числа часто известны не точно: приборы ограничены, а вычисления должны быть быстрыми и разумными. Приближения помогают проверять ответы, оценивать ошибку и работать с числами вроде  $\pi$ .

# Точное и приближённое значение числа

## Точное значение

Точное число записывают без округления и без ошибки: например, 7 учеников или 12 тетрадей. Такое значение известно полностью и не требует уточнений.

## Приближённое значение

Приближённое число появляется при измерении или округлении: 2,5 кг вместо 2,47 кг, 3,14 вместо  $\pi$ , 10,0 см вместо 9,96 см. Оно удобно для записи и расчётов.

## Погрешность

Разность между точным и приближённым значением показывает ошибку измерения или записи. Чем меньше эта разность, тем ближе результат к истинному значению и тем выше точность.

## Где это встречается

Приближённые числа используются в длине, массе, времени и других измерениях, где невозможно получить абсолютно точный результат. Даже число  $\pi$  в школьных вычислениях берут в удобной записи.

# Правила округления чисел

## 1

### Сохраняем нужный разряд

Сначала выбирают, до какого разряда округлять: до единиц, десятых, сотых и так далее. Все цифры после нужного разряда затем отбрасывают.

## 2

### Смотрим на следующую цифру

Если первая отброшенная цифра 0, 1, 2, 3 или 4, последняя сохраняемая цифра не меняется. Если это 5, 6, 7, 8 или 9, она увеличивается на 1.

## 3

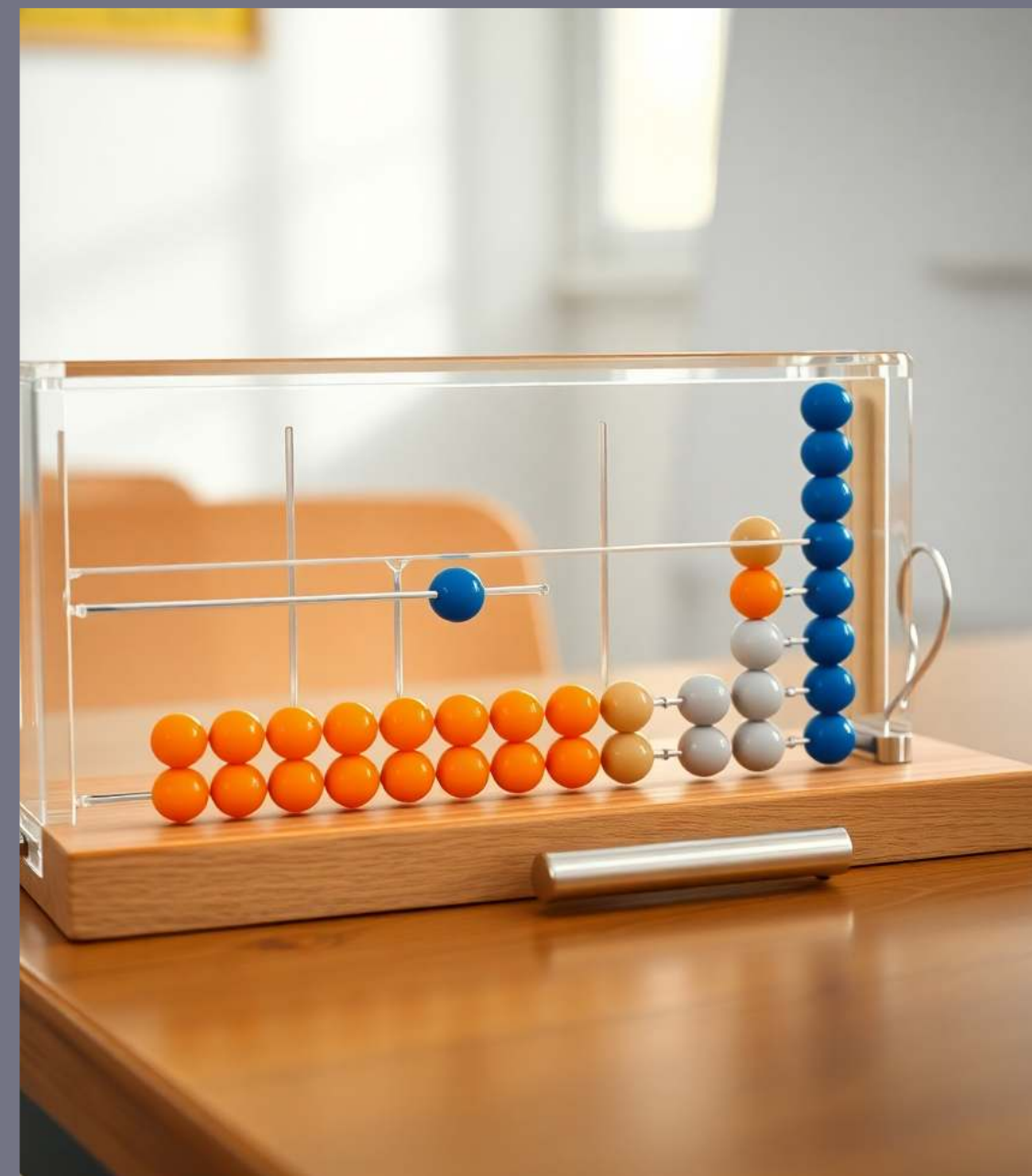
### Проверяем на примерах

Число 4,67 при округлении до десятых становится 4,7, а 8,24 — 8,2.  
Если округлить 15,98 до десятых, получится 16,0, потому что следующая цифра равна 8.

## 4

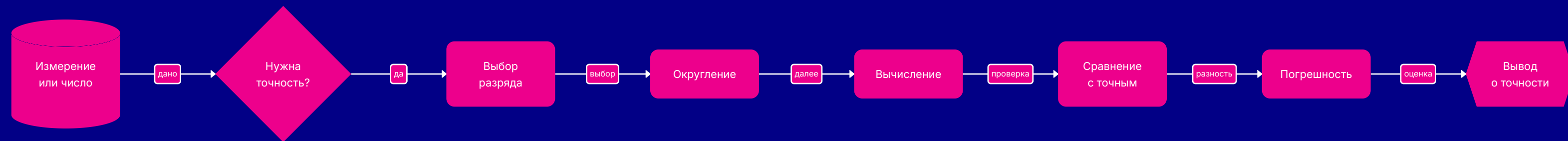
### Не забываем о записи

После округления важно сохранить нужную точность в записи. Например, 16,0 показывает, что число округлено до десятых, а не просто записано как 16.

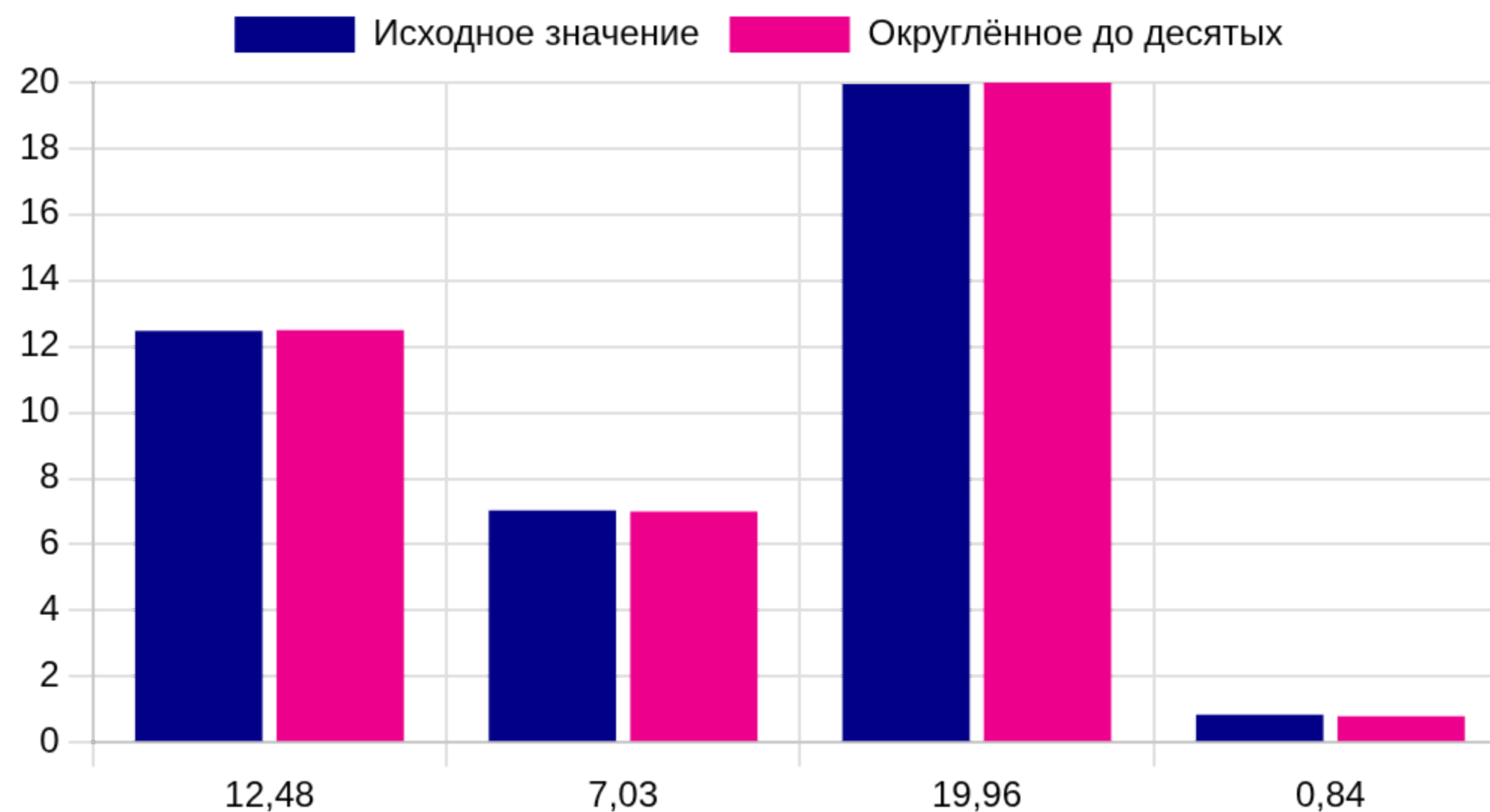


# Как получают приближённый результат

Последовательность действий при оценке точности вычислений и измерений



# Как округление меняет число



Округление особенно заметно у чисел, близких к следующему целому, и у небольших значений.

Чем ближе число к границе разряда, тем сильнее виден эффект округления.

Числовые примеры из условия задания

# 0,2 см

— это отклонение в примере с длиной 5,0 см вместо 5,2 см.

Абсолютная погрешность отвечает на простой вопрос: насколько приближённое значение отличается от точного. Она измеряется в тех же единицах, что и сама величина.

Формула  $\Delta = |a - b|$  по условию задания

# Примеры абсолютной погрешности

| Точное  | Приближённое | $\Delta$ |
|---------|--------------|----------|
| 5,2 см  | 5,0 см       | 0,2 см   |
| 18,7 кг | 19,0 кг      | 0,3 кг   |
| 3,46 л  | 3,50 л       | 0,04 л   |
| 124 м   | 120 м        | 4 м      |

Таблица показывает, как находить абсолютную погрешность для разных величин в привычных единицах.

Абсолютная погрешность показывает величину отклонения, но не всегда позволяет сравнить точность разных измерений.

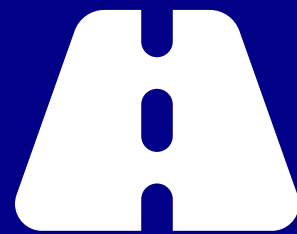
Числовые примеры из условия задания

# Когда абсолютной погрешности достаточно



## Похожие величины

Абсолютная погрешность удобна, когда сравнивают величины одного типа и примерно одного масштаба: длины, массы или времени, измеренные в близких условиях.



## Понятный ответ

Она сразу отвечает на вопрос, на сколько ошиблись. Поэтому ошибка в сантиметрах, граммах или секундах легко понятна без дополнительных вычислений.



## Ограничение метода

Если размеры объектов сильно различаются, одна и та же ошибка может иметь разный смысл. Тогда для честного сравнения нужна относительная погрешность.

# Относительная погрешность и её смысл

1

## Что показывает формула

Относительная погрешность показывает, какую часть от точного значения составляет ошибка. Она вычисляется как отношение абсолютной погрешности к точному значению.

2

## Проценты делают сравнение наглядным

Чтобы результат было легче понимать, относительную погрешность часто записывают в процентах. Тогда сразу видно, большая это ошибка или небольшая.

3

## Пример расчёта

Если ошибка равна 0,2 см при длине 5,2 см, относительная погрешность составляет примерно 0,038, то есть 3,8%. Это уже можно сравнивать с другими измерениями.

# Сравнение относительной погрешности в процентах



Проценты удобны для сравнения точности измерений с разными единицами и масштабами.

Наименьшая относительная погрешность у примера с 3,46 л, а наибольшая — у первых и четвёртых данных.

Расчёты по данным из условия; значения округлены до десятых и сотых процента.

# Почему одинаковая ошибка бывает разной по значимости

1

## **Один сантиметр — не всегда одно и то же**

Ошибка в 1 см кажется небольшой сама по себе, но её значение зависит от длины предмета. Для отрезка 10 см она заметна, а для 100 см почти несущественна.

2

## **Сравниваем не числа, а долю ошибки**

Чтобы понять, насколько точен результат, важно смотреть не только на величину ошибки, но и на размер самой величины. Именно поэтому используют относительную погрешность.

3

## **Время тоже требует масштаба**

Погрешность в 10 секунд для короткого промежутка времени заметна сильнее, чем для длинной поездки или урока. Один и тот же промах может быть либо существенным, либо почти незаметным.

4

## **Проценты делают сравнение наглядным**

Запись ошибки в процентах помогает быстро увидеть, где результат точнее. Такой способ особенно удобен, когда сравнивают измерения разных объектов, величин и единиц.

# Сравнение абсолютной и относительной ошибки

| Величина | Абс. ошибка | Отн., % |
|----------|-------------|---------|
| 10 см    | 1 см        | 10%     |
| 100 см   | 1 см        | 1%      |
| 2 мин    | 10 с        | 8,3%    |
| 50 мин   | 10 с        | 0,3%    |

Одинаковая абсолютная погрешность может означать разную точность результата. Таблица показывает это на простых примерах.

Абсолютная ошибка одинакова, но относительная сильно меняется. Значит, для оценки точности нужно учитывать масштаб величины.

Расчёты по данным из условия.

# Приближённые вычисления в жизни и в школе

## Покупка без лишних расчётов

В магазине мы часто прикидываем сумму покупки ещё до кассы. Такой быстрый расчёт помогает понять, хватит ли денег и насколько итог похож на ожидаемый. На иллюстрации уместен чек с несколькими товарами и заметными округлениями.



## Маршрут и время поездки

Перед поездкой полезно примерно оценить расстояние и длительность пути. Это помогает заранее понять, успеем ли мы к назначенному времени и нужен ли запас. Для изображения подойдёт карта маршрута с отметками остановок и расстояний.



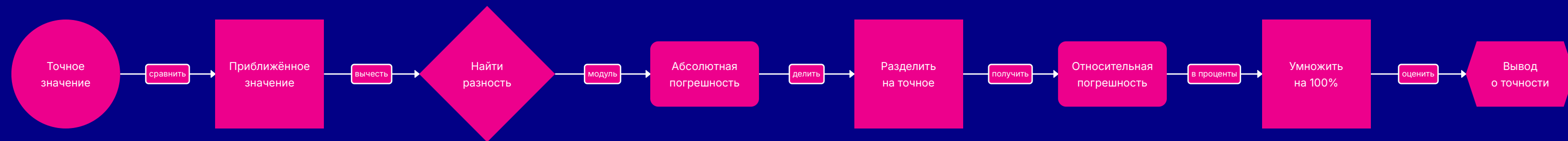
## Учебная проверка ответа

На уроках приближённая оценка помогает заметить нелепый результат ещё до окончательной сдачи работы. Если длина класса получилась слишком большой или цена выглядит неправдоподобно, значит, вычисления стоит перепроверить. Здесь хорошо сошлется линейка или измерительная лента.



# Алгоритм вычисления погрешности в задаче

Последовательность действий для измерений, округления и проверки ответа.



# Типичные ошибки при работе с погрешностью

## Путают виды погрешности

Абсолютная погрешность показывает величину отклонения в единицах измерения, а относительная — её долю от самого значения. Если их перепутать, вывод о точности будет неверным.

## Забывают модуль

В формуле абсолютной погрешности нужен модуль разности, потому что ошибка не может быть отрицательной. Без модуля результат теряет смысл и может ввести в заблуждение.

## Не указывают единицы

Погрешность всегда связана с той же единицей, что и сама величина: сантиметры, килограммы, секунды или литры. Пропуск единиц делает запись неполной и неудобной для проверки.

## Округляют слишком рано

Если округлить промежуточные данные раньше времени, можно потерять важные цифры. Тогда итоговый ответ получится менее точным, чем мог бы быть при аккуратных вычислениях.

## Не учитывают масштаб

Одна и та же ошибка может быть почти незаметной в большой величине и очень заметной в маленькой. Без сравнения масштаба легко сделать неправильный вывод о качестве результата.

# Как меняется точность при разном округлении

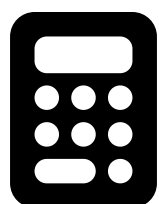


Для числа 0,84 переход от сотых к единицам заметно увеличивает отклонение от исходного значения.

Чем грубее округление, тем больше ошибка. Для маленьких чисел это особенно заметно.

Расчёт по примеру 0,84 при округлении до сотых, десятых и единиц.

# Как проверить разумность ответа



## Сверка с расчётом

После вычислений полезно прикинуть, похож ли ответ на ожидаемый. Если результат слишком велик или слишком мал, значит, в записи или действиях могла появиться ошибка.



## Сравнение с реальностью

Длины, расстояния и размеры удобно проверять через знакомые ориентиры. Если класс внезапно оказался длиной 80 метров, это сразу показывает, что ответ нужно перепроверить.



## Проверка бытовых цен

При покупках легко заметить нелепый итог, если знать примерные цены. Если две ручки стоят 30 рублей каждая, сумма в тысячи рублей явно не подходит.

# Основные формулы темы

## Абсолютная погрешность

Абсолютная погрешность показывает, на сколько приближённое значение отличается от точного. Формула проста:  $\Delta = |a - b|$ . Она даёт ответ в тех же единицах, что и сама величина.

## Относительная погрешность

Относительная погрешность равна отношению абсолютной погрешности к точному значению:  $\delta = \Delta / |a|$ . Этот показатель помогает сравнивать точность результатов разного масштаба.

## Запись в процентах

Чтобы сделать результат нагляднее, относительную погрешность умножают на 100%. Тогда можно быстро понять, велика ошибка или нет, и сравнить несколько измерений между собой.

# Точность начинается с оценки ошибки

Приближённые вычисления помогают быстро работать с числами, а погрешности показывают, насколько можно доверять результату. Если понимать разницу между абсолютной и относительной ошибкой, легче проверять ответы и сравнивать измерения.