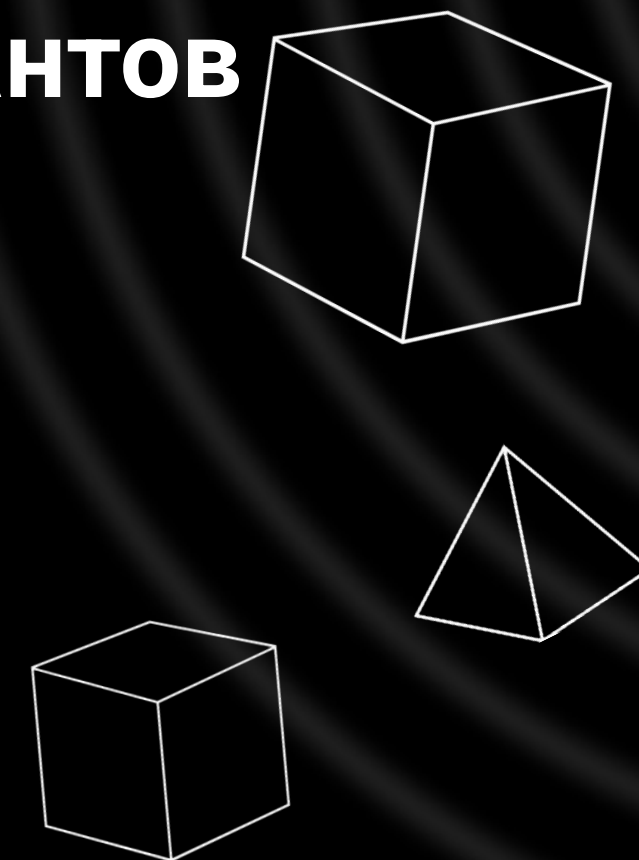


# Комбинаторика в алгебре: способы подсчёта вариантов

Как посчитать все возможные исходы?

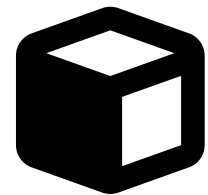


# Зачем нужна комбинаторика в 9 классе

Она учит находить не один ответ, а все возможные варианты выбора, расположения и последовательности действий. Эти умения нужны в вероятности, данных и повседневных задачах.

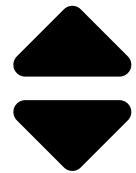


# Основные понятия комбинаторики



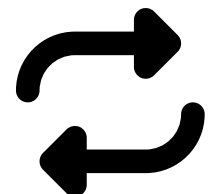
## Вариант

Вариант — это один возможный исход выбора или расположения объектов. В задаче важно понять, какие исходы вообще допустимы и чем один вариант отличается от другого.



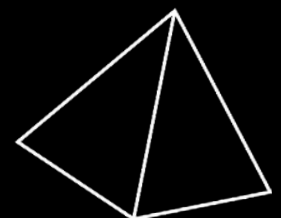
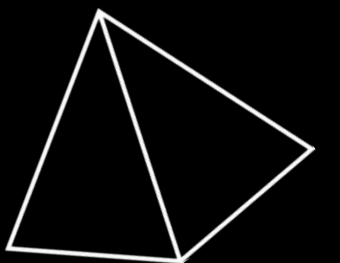
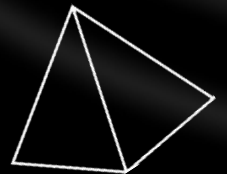
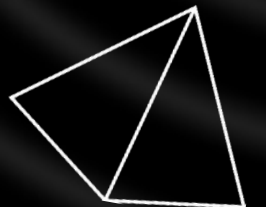
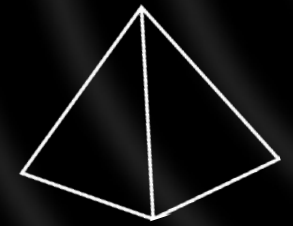
## Порядок

Порядок нужно учитывать, если перестановка элементов меняет ответ. Тогда набор одинаковых объектов может давать разные результаты, и это влияет на выбор формулы подсчёта.



## Повторение

Повторение означает, что один и тот же элемент можно использовать несколько раз. Если это разрешено, число вариантов обычно резко увеличивается, особенно в кодах и паролях.



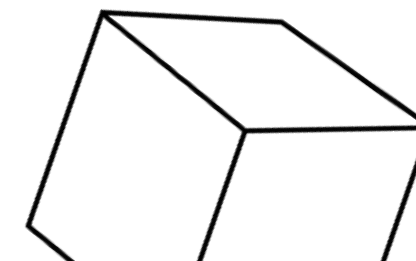
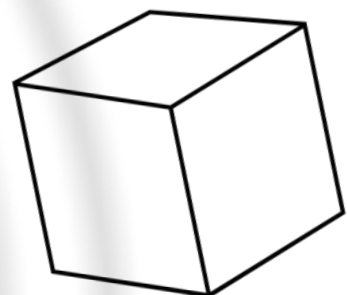
# 6

## вариантов получается при 3 возможностях на первом шаге и 2 на втором

---

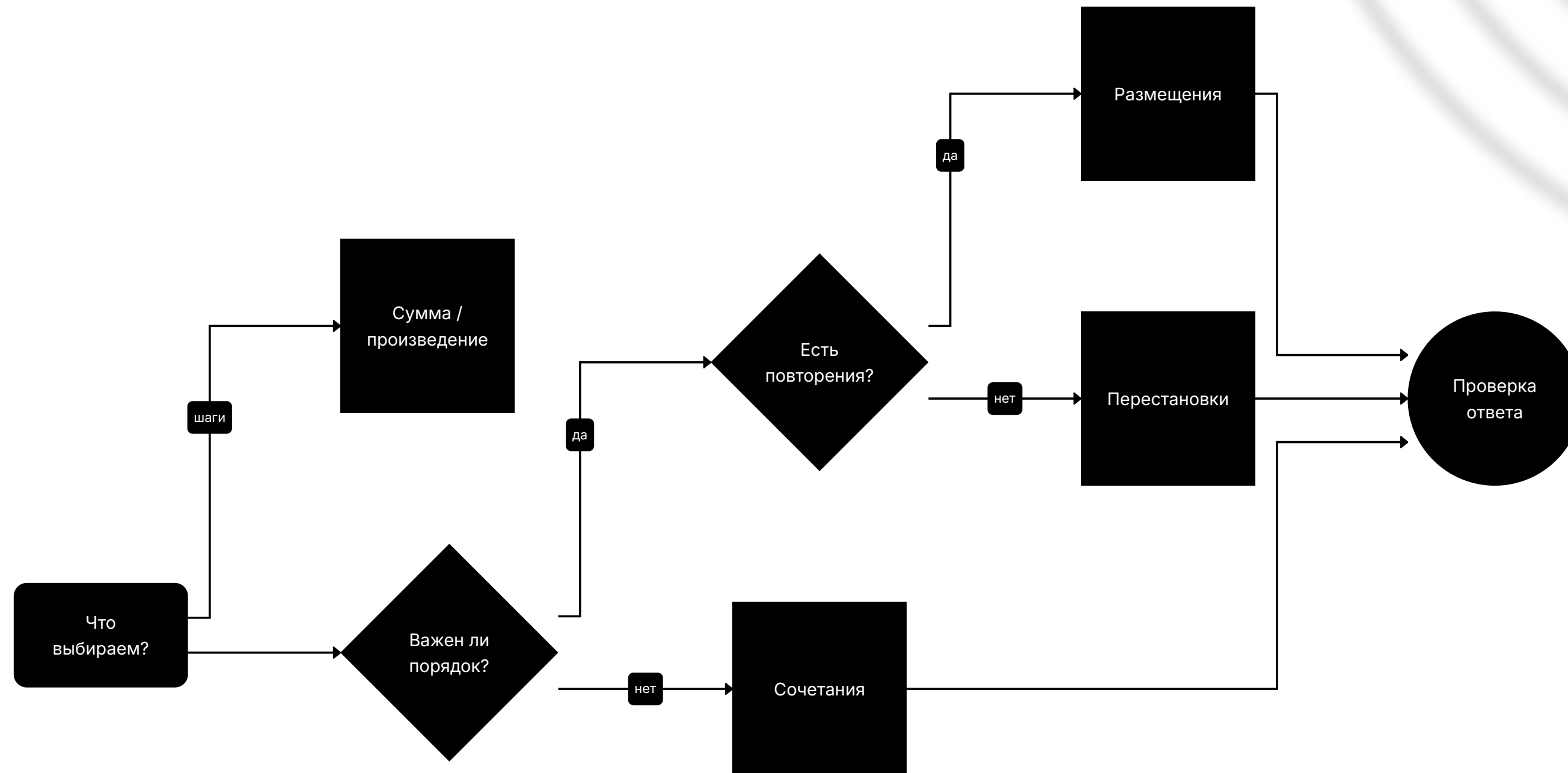
Если действия идут по шагам, число исходов находят умножением:  
каждый первый выбор соединяется с каждым вторым.

*Учебный пример по правилу произведения*



# Как выбрать способ решения задачи

Схема показывает последовательность рассуждений при решении комбинаторной задачи.



# Перестановки: меняется только порядок

1

\_\_\_\_\_

## Все элементы используются

Перестановка описывает упорядочивание всех объектов множества. Если ничего не отбрасывается и каждый элемент входит в результат, важно только, в каком порядке они расположены.

2

\_\_\_\_\_

## Простой пример

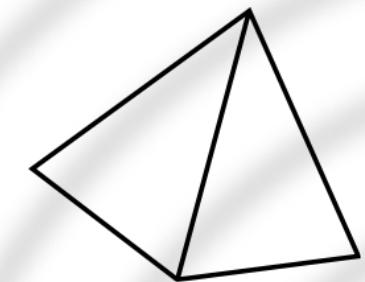
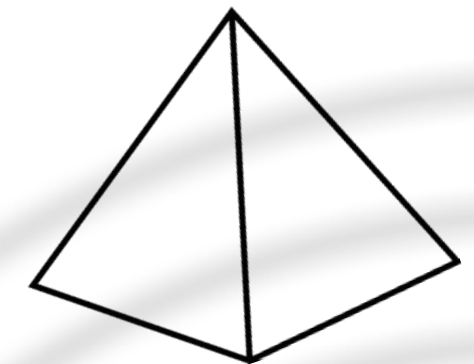
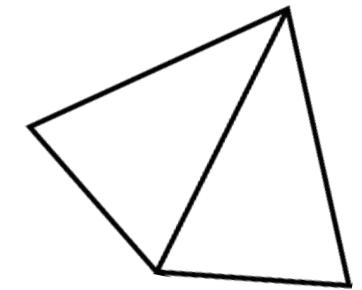
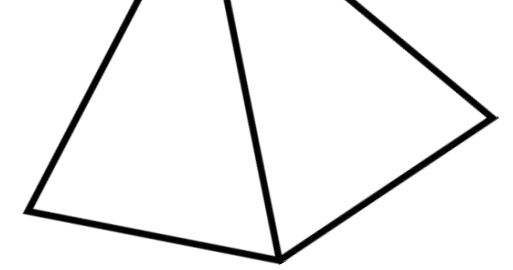
Для трёх разных объектов возможны шесть упорядочиваний: 123, 132, 213, 231, 312 и 321. Уже на таком маленьком наборе видно, что вариантов становится заметно больше.

3

\_\_\_\_\_

## Факториал $n!$

Для  $n$  различных объектов число перестановок равно  $n!$ . Это произведение всех чисел от 1 до  $n$ , поэтому значение быстро растёт даже при небольшом увеличении количества объектов.



# Дерево вариантов на примере выбора десерта

## Первый уровень выбора

Сначала фиксируют один признак, например вкус мороженого. От каждой начальной ветви дальше отходят следующие варианты, поэтому схема сразу показывает структуру всего подсчёта.

## Следующие шаги

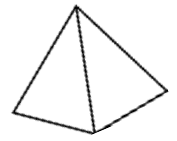
Затем добавляют топпинг и вид стаканчика. Каждый новый шаг умножает число путей, а один полный путь от начала до конца соответствует одному готовому десерту.

## Почему это удобно

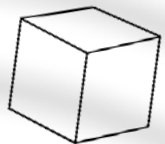
Дерево вариантов помогает не пропустить ни одного исхода и не посчитать один и тот же вариант дважды. Оно особенно полезно в небольших задачах с несколькими выборами.



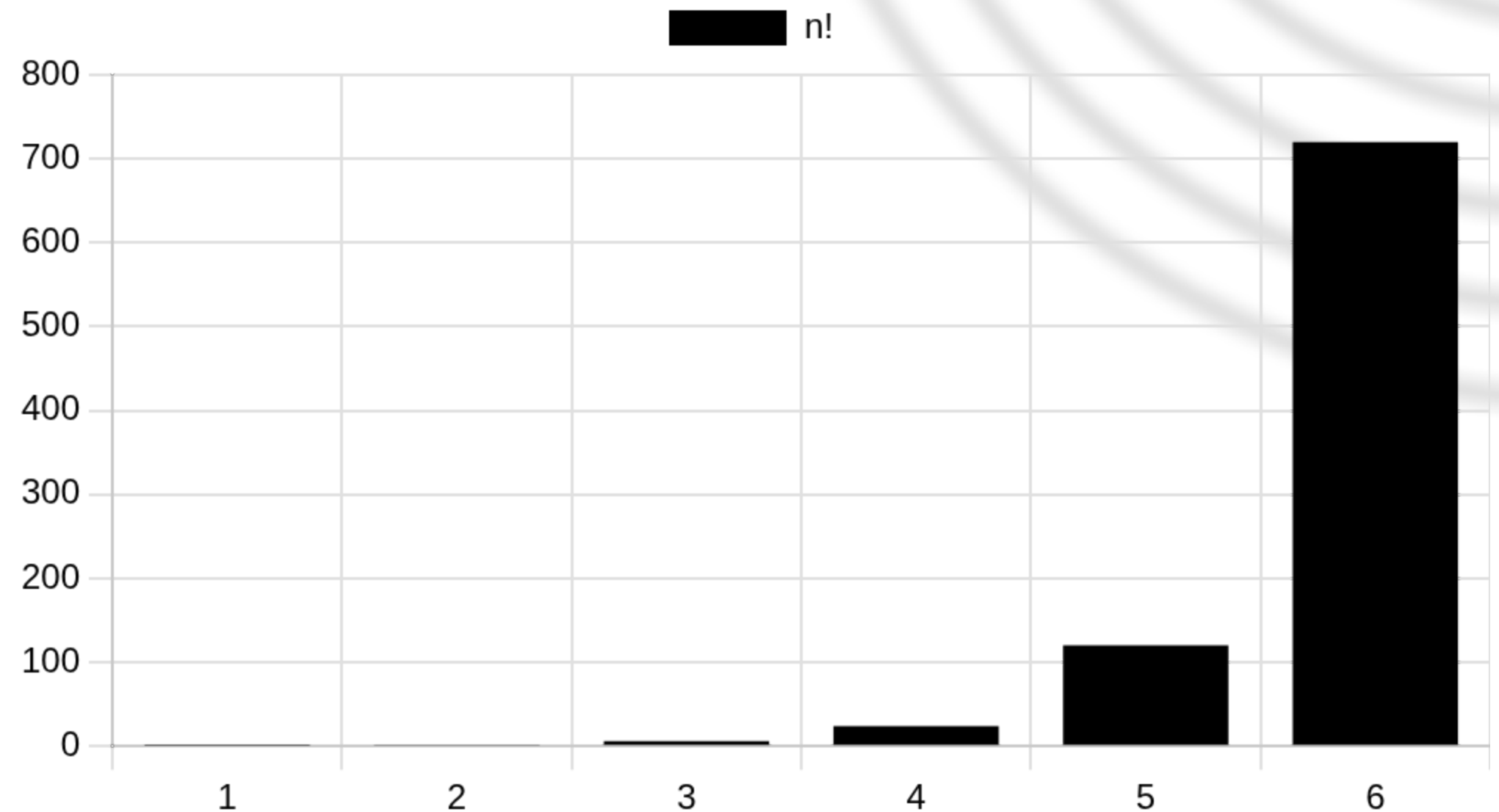
# Как быстро растёт число перестановок



Даже при переходе от 4 к 6 объектам число вариантов увеличивается в десятки раз, поэтому полный перебор быстро становится неудобным.



Рост факториала показывает, что при подсчёте вариантов нужно сразу выбирать правильную формулу.



# Размещения: выбирается часть набора

## ● Сначала — выбор ролей

Когда из одного набора нужно назначить разные роли, выбирают не всех участников, а только часть. При этом важно, кто именно занимает каждую позицию.

## ● Потом — учёт порядка

Если роли различаются, перестановка людей меняет результат. Значит, два набора с одними и теми же участниками могут считаться разными вариантами.

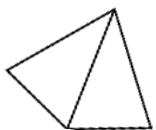
## ● Итог — частичный выбор

Размещения используют тогда, когда объектов берут меньше, чем есть в наборе, но порядок сохраняется. Такие задачи встречаются при назначении ответственных и распределении мест.

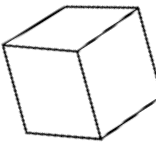
# Перестановки, размещения и сочетания: сравнение

---

| Вид     | Порядок | Пример        |
|---------|---------|---------------|
| Перест. | да      | 3 книги       |
| Размещ. | да      | роли          |
| Сочет.  | нет     | пара учеников |

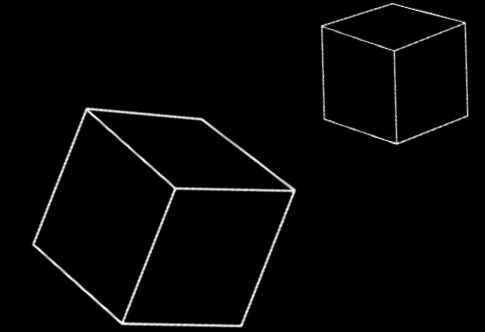


Сравнение помогает быстро понять, какой способ подсчёта подходит в задаче и что именно нужно учитывать: порядок или только состав.



Перестановки считают все объекты с порядком, размещения — часть набора с порядком, сочетания — только состав без порядка.

# Сочетания: порядок не влияет на ответ



1

## Только состав

Сочетание выбирает элементы как группу, поэтому важен лишь их состав. Если меняются местами два выбранных ученика, ответ не меняется: это тот же самый вариант.

2

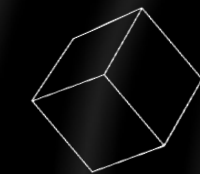
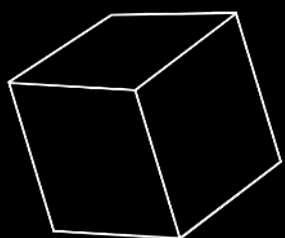
## Пример с учениками

При выборе двух участников из пяти пары А и Б, а также Б и А не считаются разными. Так удобно считать команды, пары, группы и наборы.

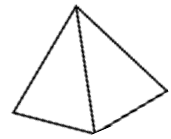
3

## Когда применяют

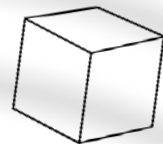
Сочетания используют, когда нужно выбрать несколько объектов из набора без назначения ролей. В таких задачах порядок не влияет на результат, а повторяющиеся перестановки нужно исключать.



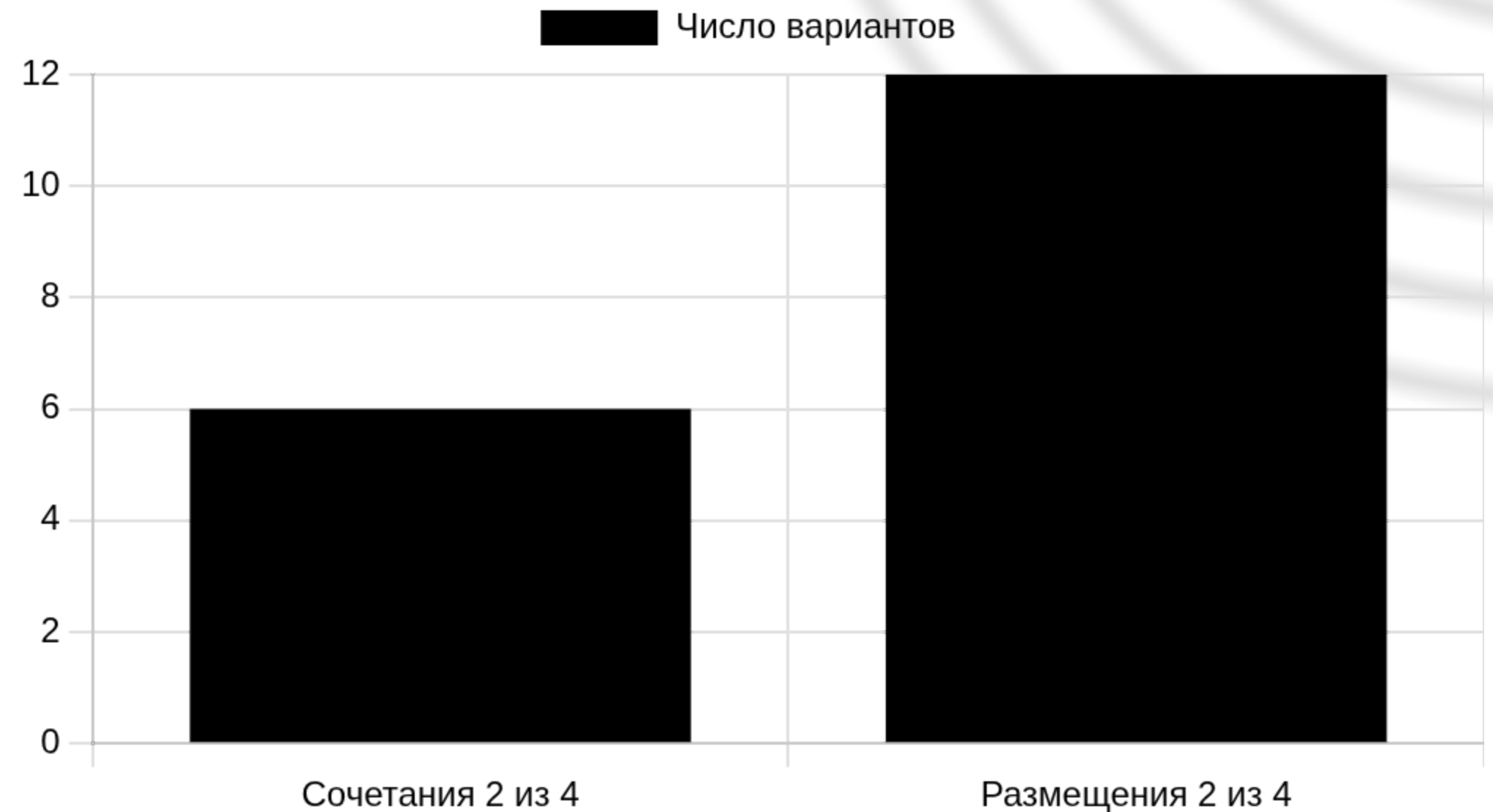
# Сравнение числа сочетаний на простом примере



На одном и том же наборе видно, что учёт порядка сразу увеличивает число вариантов вдвое. Это особенно заметно даже на маленьких задачах.



Если порядок не важен, вариантов меньше. Размещения и сочетания отличаются не набором объектов, а способом их учёта.



Иллюстративный пример по теме: выбор 2 объектов из 4; значения 6 и 12 получены по стандартным формулам комбинаторики.



# 10 000

**вариантов даёт четырёхзначный код  
из цифр 0–9**

---

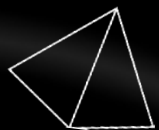
Число вариантов резко растёт, потому что каждый символ можно выбрать снова и снова. Это важно для кодов, паролей и последовательностей.

*Иллюстративный пример по теме: 4 позиции и 10 цифр (0–9), расчёт по правилу произведения.*

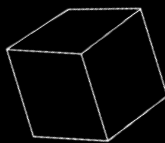
# Задачи без повторений и с повторениями

---

| Случай         | Пример           | Подсчёт      |
|----------------|------------------|--------------|
| Без повторений | 2 дежурных       | Сочетания    |
| С повторениями | 4-значный PIN    | Произведение |
| Без повторений | 3 книги на полке | Перестановки |



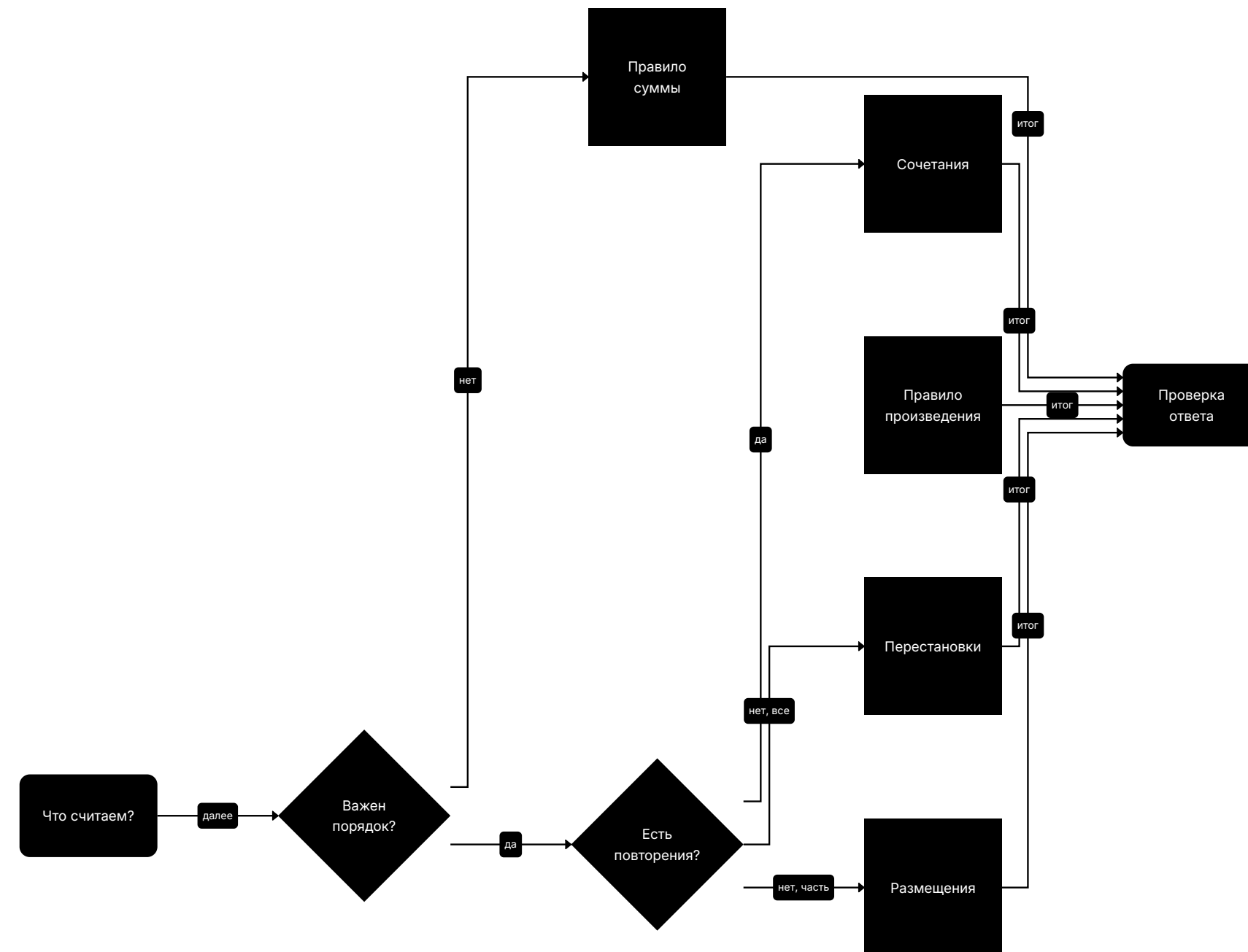
Сравнение двух типов задач помогает выбрать правильный способ подсчёта.



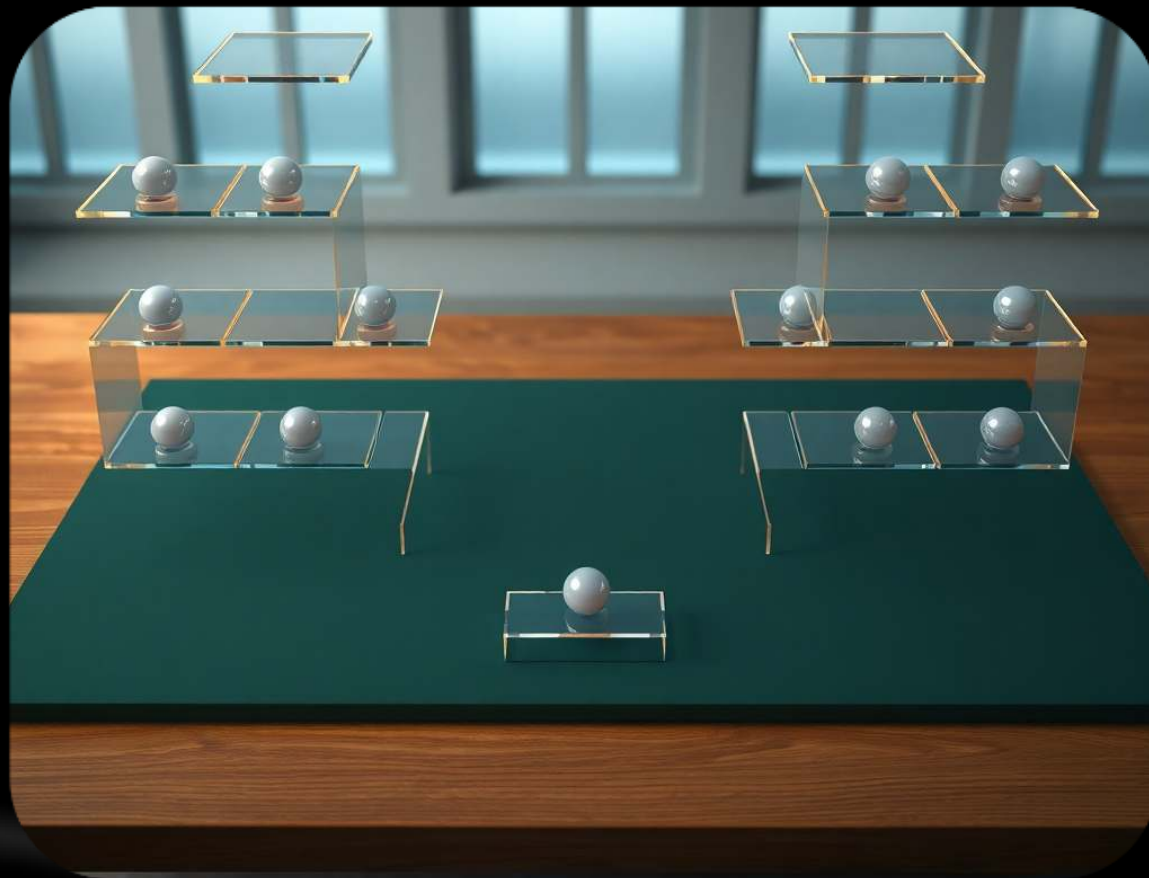
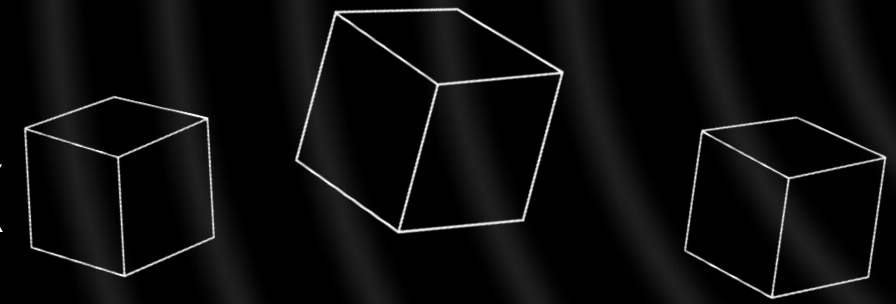
Если один и тот же элемент нельзя использовать дважды, вариантов меньше. Повторения заметно увеличивают число исходов и меняют способ подсчёта.

# Как решать комбинаторную задачу

Алгоритм выбора формулы по признакам задачи.



# Комбинаторика в играх и соревнованиях



## Турнирная сетка

В соревнованиях комбинаторика помогает заранее понять, сколько будет пар соперников и как могут пройти этапы турнира. Турнирная сетка превращает выборы в понятную схему, где каждый матч ведёт к следующему шагу.



## Карты и кубики

В карточных играх и играх с кубиками каждый ход создаёт новые варианты развития событий. Чем больше возможных сочетаний карт, бросков и ходов, тем труднее предсказать результат и тем интереснее игра.



## Команда и стратегия

При выборе состава команды нужно учитывать роли игроков, а не только их количество. Поэтому даже в школьных играх комбинаторика помогает подобрать сильный состав и сравнить разные варианты стратегии перед началом состязания.

# Где комбинаторика применяется чаще всего

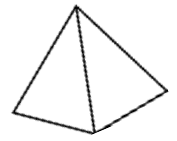
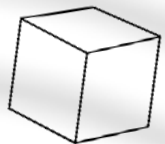
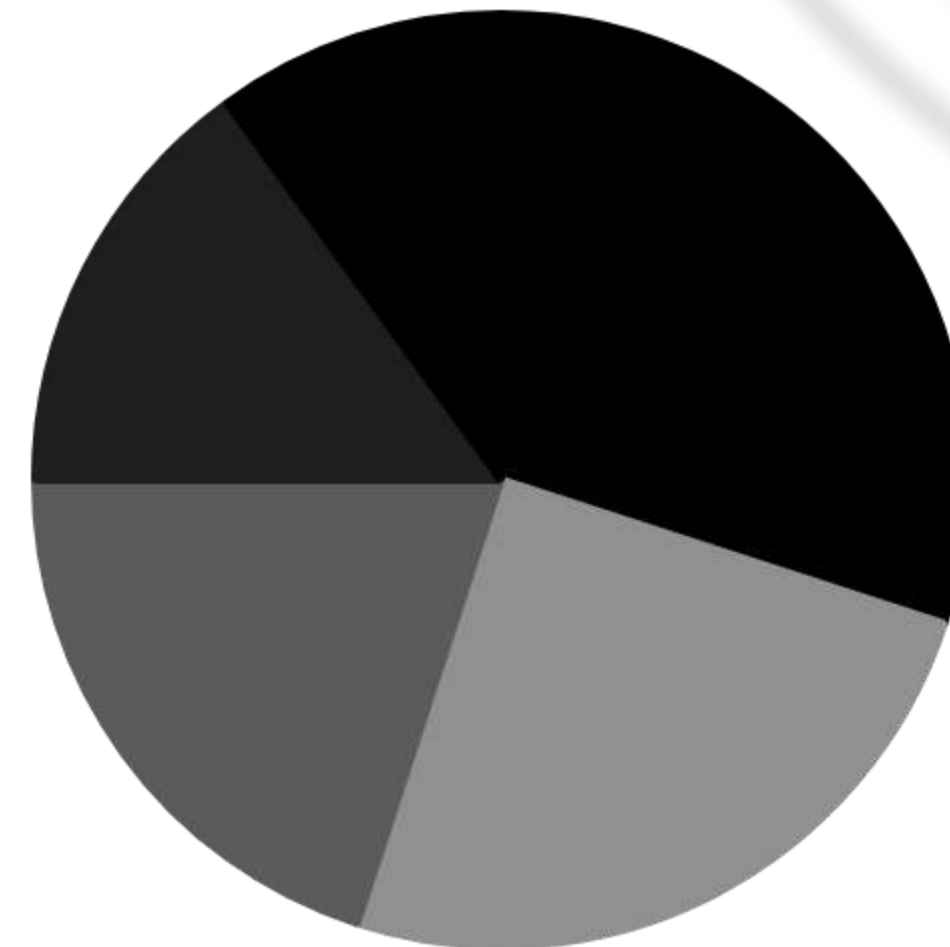
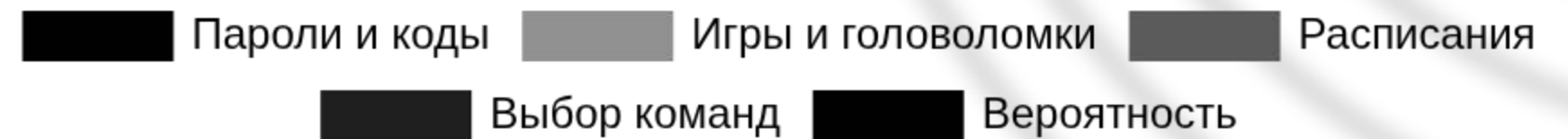


Диаграмма показывает, что тема встречается и в учёбе, и в повседневных ситуациях. Она помогает сравнивать варианты, когда нужно быстро принять обоснованное решение.

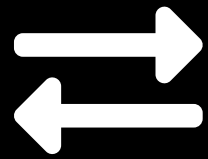


Наибольшую роль комбинаторика играет там, где нужно быстро перебрать много вариантов. Особенно часто она нужна в кодах, играх и задачах на выбор.



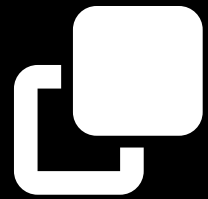
*Иллюстративное распределение по областям применения комбинаторики; не является статистическим исследованием.*

# Типичные ошибки при решении комбинаторных задач



## Путаница в порядке

Ученик считает разные перестановки одним вариантом или, наоборот, различает одинаковые сочетания. Сначала нужно понять, влияет ли порядок на ответ.



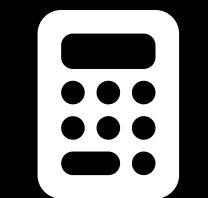
## Двойной счёт

Один и тот же вариант может попасть в список дважды, если не следить за повторяющимися записями. Проверка на маленьком наборе быстро выявляет проблему.



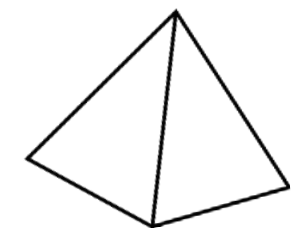
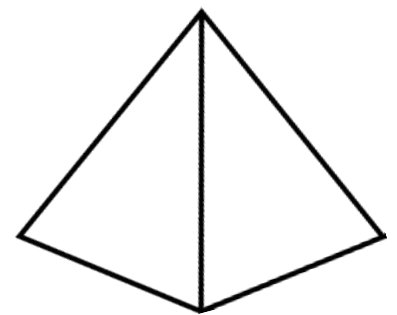
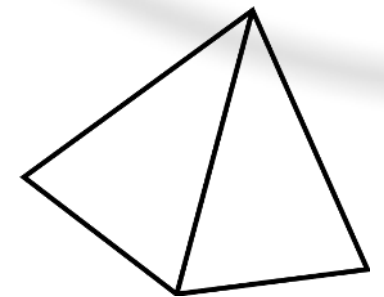
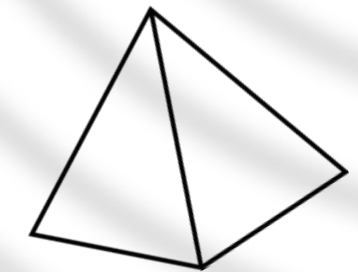
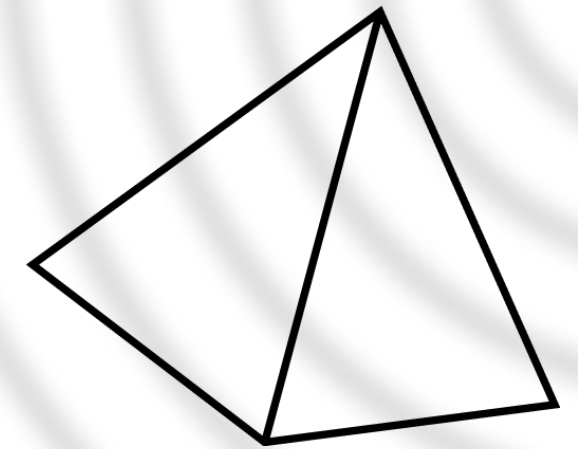
## Игнорирование ограничений

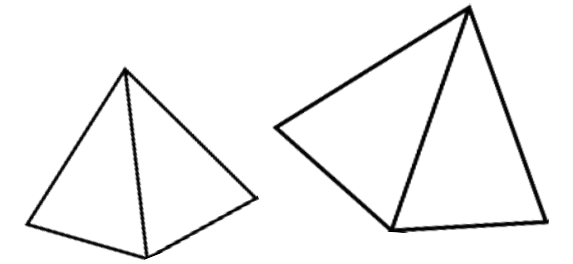
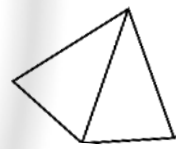
Иногда забывают, что нельзя брать один объект дважды или что некоторые варианты запрещены условием. Из-за этого ответ получается больше нужного.



## Неверная формула

Если перепутать перестановки, размещения и сочетания, результат будет неправильным. Перед вычислением полезно ответить на три вопроса: что выбирают, важен ли порядок и есть ли повторения.





# Мини-примеры для закрепления темы

## Комплект одежды

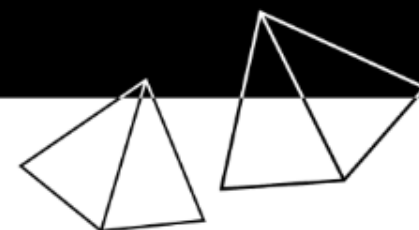
Если есть 2 футболки и 3 пары шорт, то можно составить 6 комплектов. Здесь работает правило произведения: каждый верх сочетается с каждой нижней частью.

## Дежурные в классе

Если из 4 учеников выбрать 2 дежурных, получится 6 пар. Порядок не важен, поэтому это задача на сочетания, а не на размещения.

## Книги на полке

Если 3 книги расставить по порядку, получится 6 перестановок. Здесь важно, какая книга стоит первой, второй и третьей, поэтому учитывается порядок.



# Комбинаторика учит считать без ошибок

Комбинаторика помогает не теряться среди вариантов и выбирать правильный способ подсчёта. Она делает решения точными, а задачи — понятными, от школьных примеров до реальных ситуаций.

