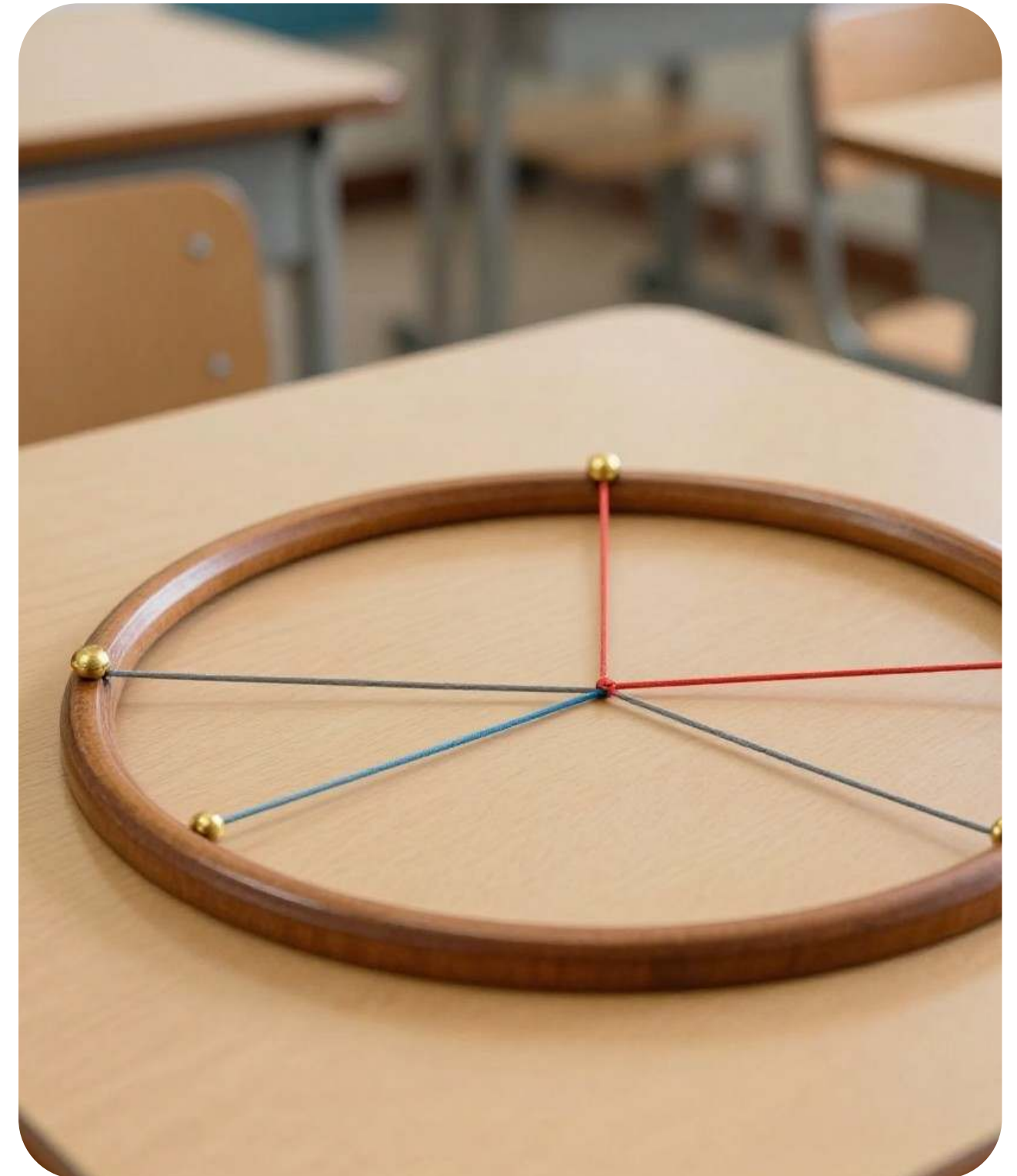




# Углы, связанные с окружностью

Окружность: дуги, хорды и углы — ключ к точным решениям.



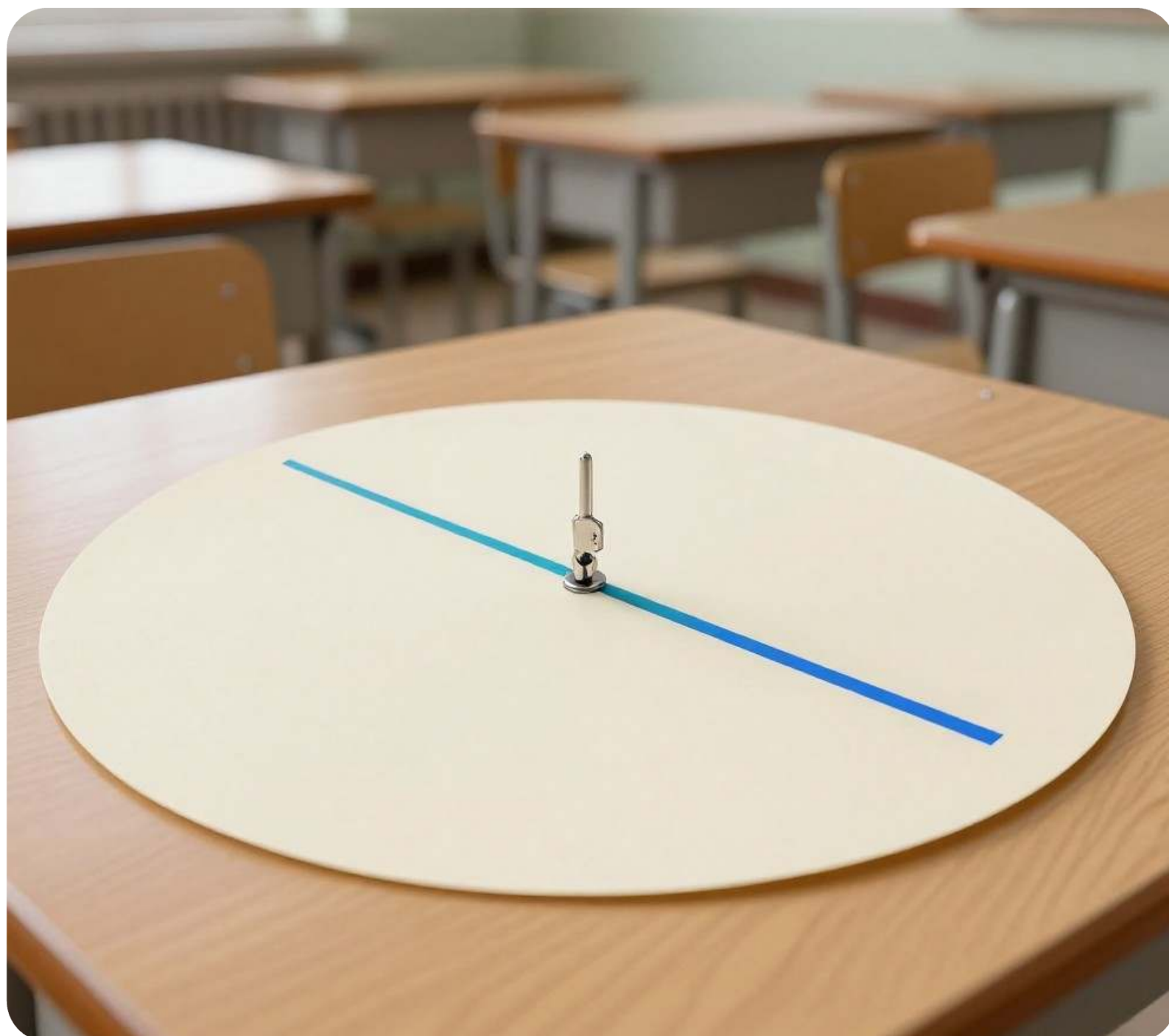
# Зачем изучать углы окружности



Окружности окружают нас в колёсах, часах, монетах и знаках. В геометрии их углы помогают быстро находить неизвестные величины без измерений транспортиром и тренируют точность рассуждений в задачах 7 класса.



# Основные элементы окружности



## Окружность

Окружность — это множество точек, одинаково удалённых от центра. Именно это свойство делает её удобной для построений и помогает сравнивать элементы фигуры через один общий радиус.



## Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с точкой окружности. Диаметр — это хорда, проходящая через центр; он состоит из двух радиусов и является самой длинной хордой окружности.



## Хорда и дуга

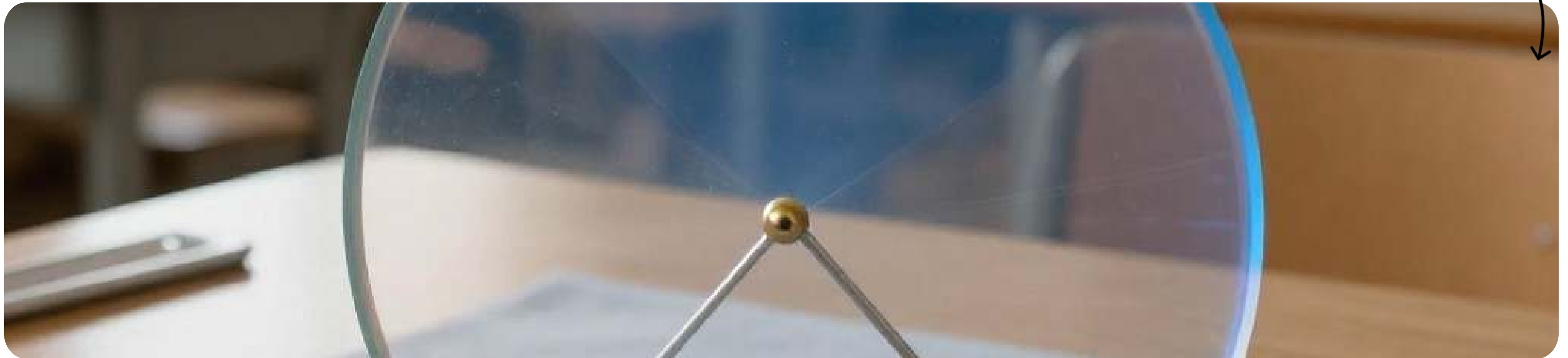
Хорда соединяет две точки окружности, не обязательно проходя через центр. Дуга — часть окружности между этими точками, и именно с ней чаще всего связывают величину углов.



## Зачем это нужно

Понимание этих элементов позволяет читать чертежи без лишних измерений, замечать равные отрезки и правильно выбирать теорему для решения задачи на окружность.

# Центральный угол и его дуга



## Где находится вершина

Центральный угол образован двумя радиусами, поэтому его вершина всегда находится в центре окружности. Такой угол удобно использовать, когда нужно связать расположение дуги и её меру.

## Главное равенство

Мера центрального угла всегда совпадает с мерой дуги, на которую он опирается. Это одно из самых простых и полезных правил темы: достаточно знать дугу, чтобы сразу найти угол.

## Простой пример

Если дуга на чертеже равна  $120^\circ$ , то и центральный угол тоже равен  $120^\circ$ . Такое соответствие помогает быстро проверять построения и не путать дугу с самим углом.

# Сравнение центрального и вписанного углов с дугой

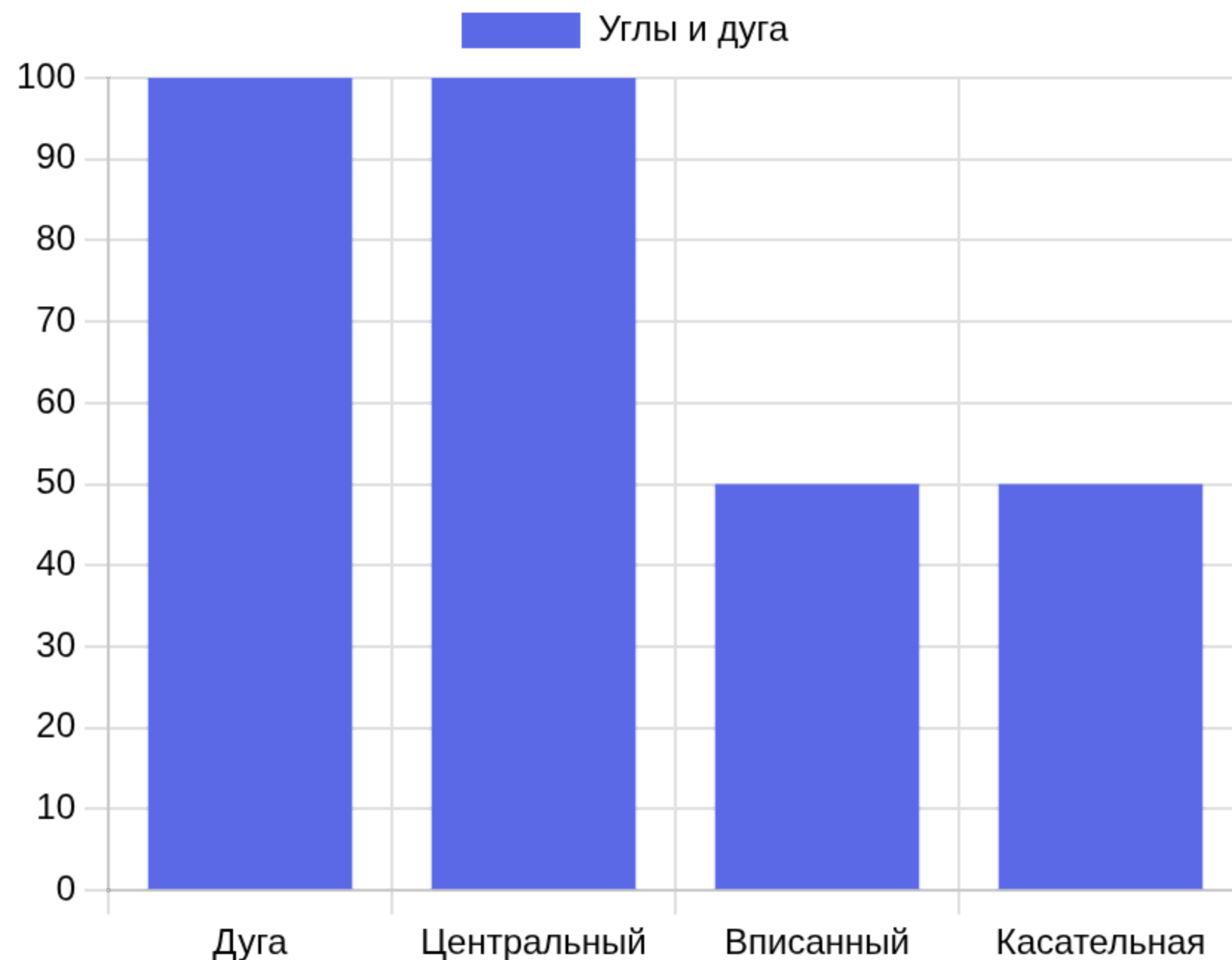
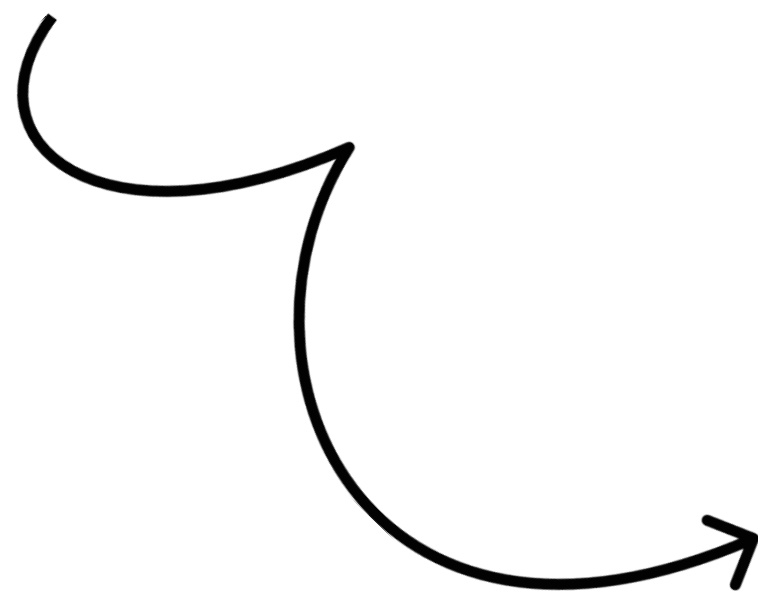


Диаграмма показывает, как одна и та же дуга задаёт несколько углов, связанных простым отношением.

Центральный угол повторяет дугу, а вписанный и касательный углы вдвое меньше. Это помогает находить значения без дополнительных построений.

Теоремы о центральном, вписанном угле и угле между касательной и хордой.

Вписанный угол всегда вдвое меньше дуги,  
на которую опирается. Поэтому по дуге можно  
сразу находить угол и быстро проверять ответ  
в задаче.



$40^\circ$

— таков вписанный угол,  
если дуга равна  $80^\circ$ .

Теорема о вписанном угле.

# Главные соотношения в одной таблице



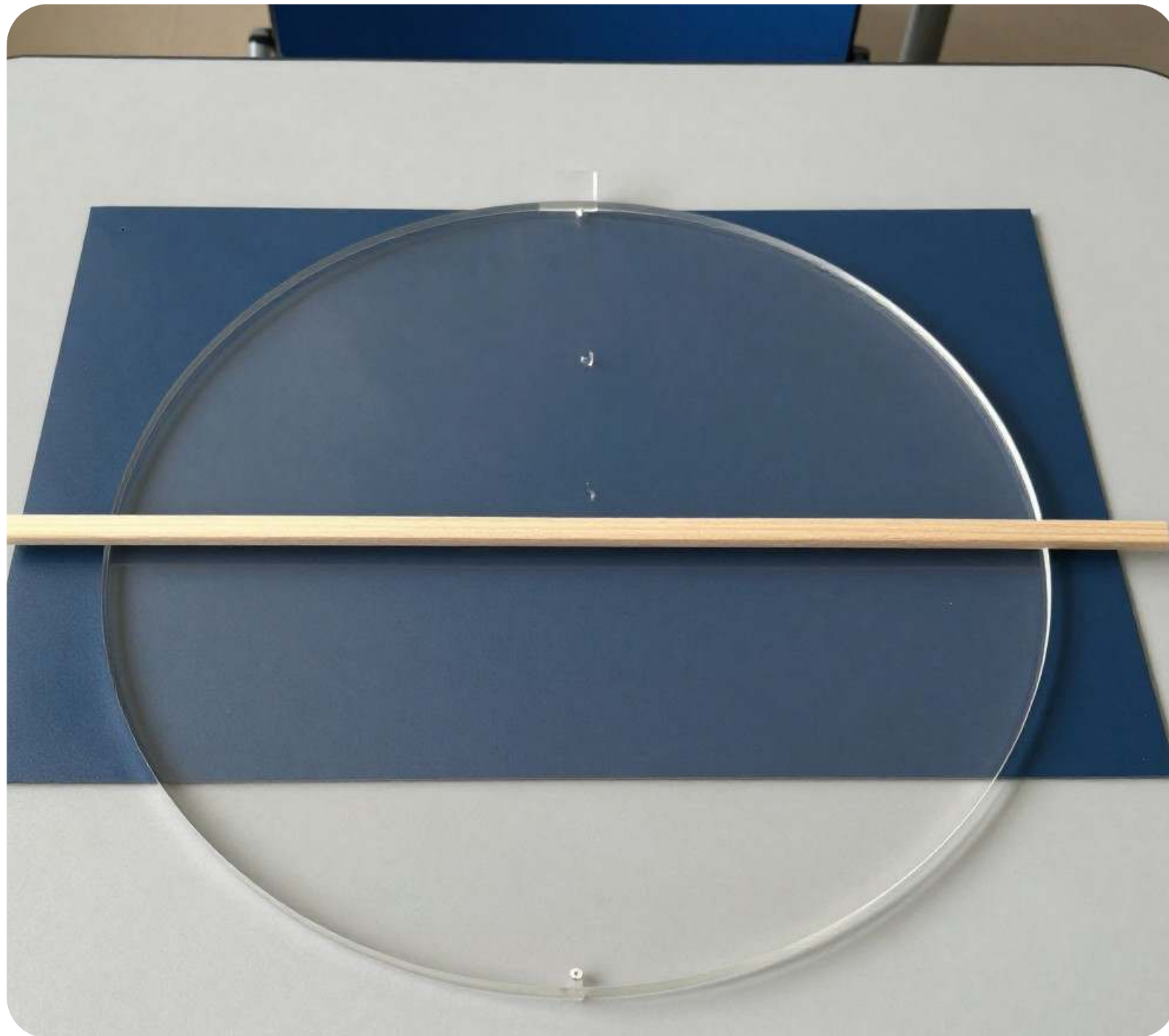
| Тип угла            | Соотношение   |
|---------------------|---------------|
| Центральный         | равен дуге    |
| Вписанный           | половина дуги |
| Касательная и хорда | половина дуги |
| На диаметре         | $90^\circ$    |

Основные теоремы о углах, связанных с окружностью.

Краткая сводка помогает быстро выбрать нужное правило по расположению вершины и виду дуги.

Одна дуга может определять разные углы, но формулы остаются простыми: либо равенство, либо деление пополам, либо прямой угол.

# Угол, опирающийся на диаметр



## Особый случай

Если вписанный угол опирается на диаметр, его вершина лежит на окружности, а стороны проходят через концы диаметра. В таком случае угол обязательно прямой.



## Почему это важно

Это частный случай теоремы о вписанном угле. Он позволяет быстро находить прямые углы на чертеже, даже если знак прямого угла не отмечен явно.

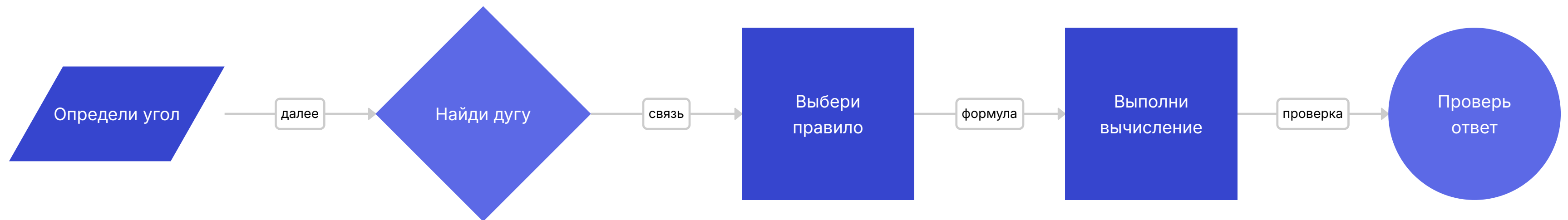


## Как использовать

При решении задач достаточно заметить диаметр и проверить, не опирается ли на него вписанный угол. Тогда значение угла сразу известно без вычислений.

# Как находить неизвестный угол

Последовательность действий по чертежу помогает выбрать нужное правило без лишних вычислений.



# Равные вписанные углы



01

## Одна дуга — один результат

Если два вписанных угла опираются на одну и ту же дугу, их величины совпадают. Это позволяет сразу находить второй угол, не выполняя дополнительных измерений на чертеже.

02

## Полуокружность даёт прямой угол

Когда вписанный угол опирается на полуокружность, он всегда равен  $90^\circ$ . Такое свойство часто помогает распознавать прямоугольные треугольники и проверять правильность построения.

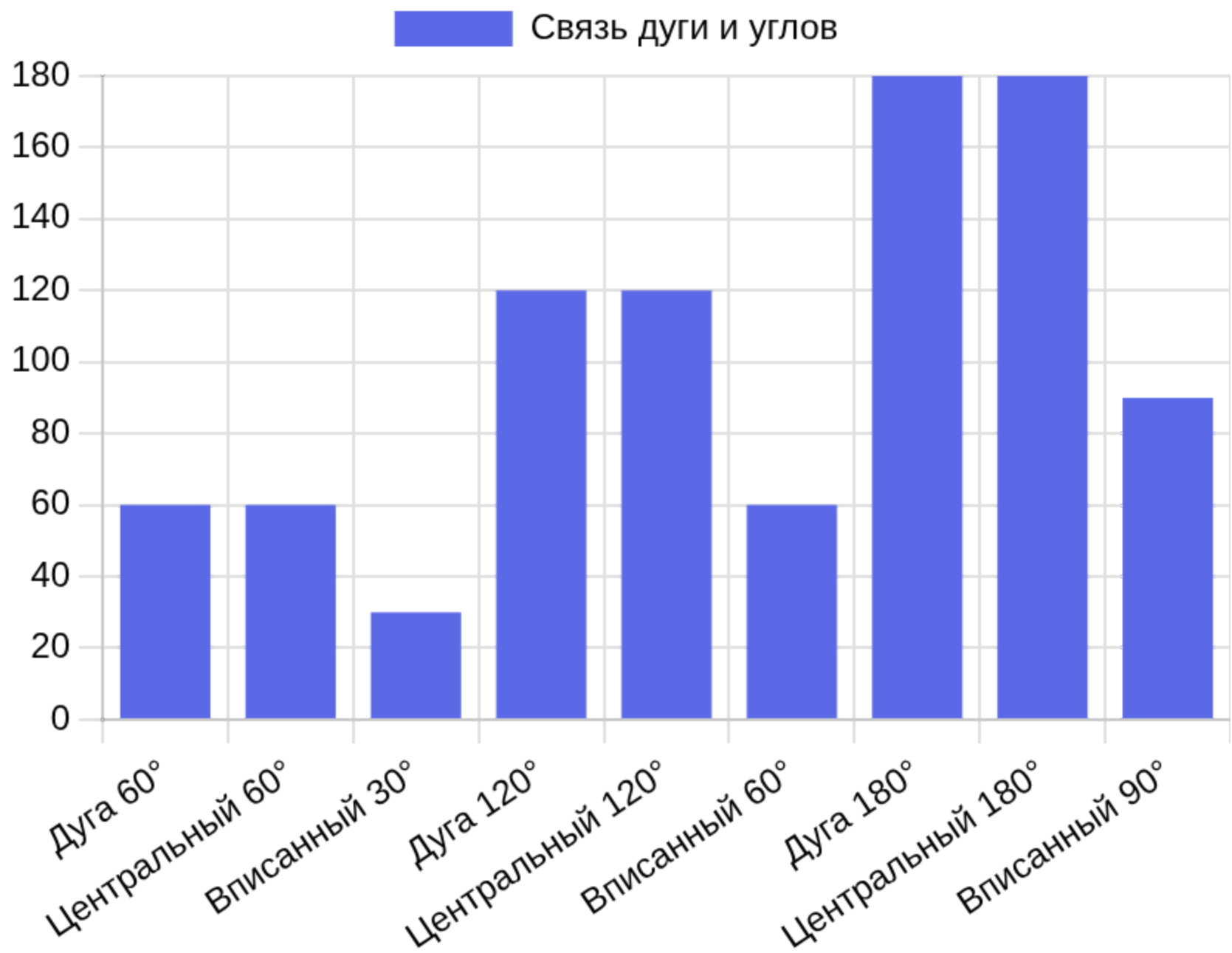
03

## Удобство в задачах

Эти факты сокращают количество вычислений и делают решение более коротким. Достаточно увидеть общую дугу или диаметр, чтобы установить равенство углов или их прямое значение.



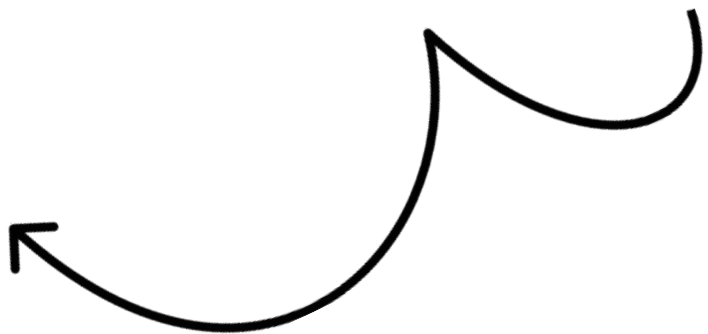
# Примеры дуг и углов



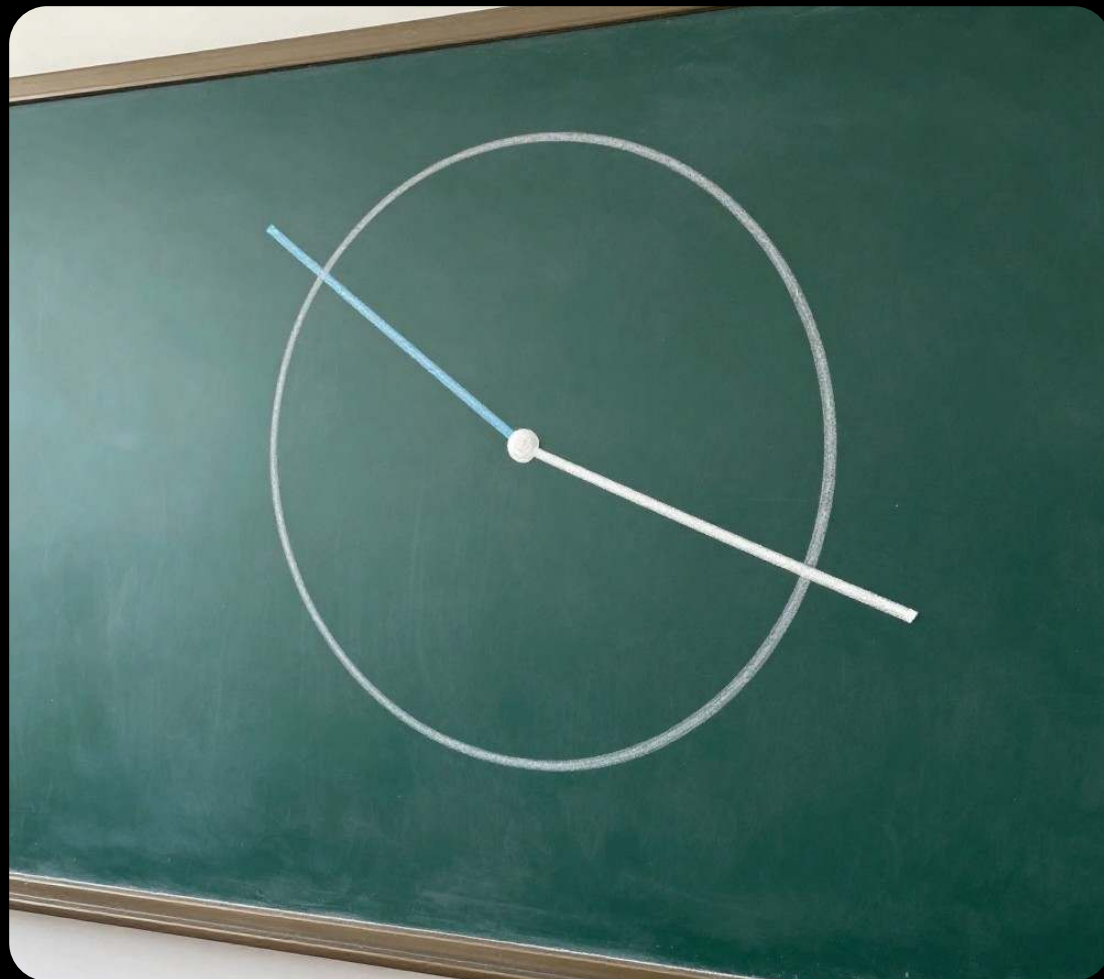
На примерах видно, что вписанный угол всегда меньше соответствующей дуги вдвое, независимо от её размера.

Во всех случаях сохраняется одно правило: центральный угол повторяет дугу, а вписанный уменьшается в два раза.

Учебные примеры по теме «Углы, связанные с окружностью»



# Касательная и хорда



01

## Точка касания

Касательная касается окружности только в одной точке, поэтому именно здесь удобно искать угол между прямой и хордой.

02

## Полуградус дуги

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую хорда вырезает на окружности; это позволяет быстро находить неизвестное значение.

03

## Перпендикуляр к касательной

Радиус, проведённый в точку касания, образует с касательной прямой угол, что часто помогает проверять правильность построения на чертеже.

# Секущая и внешний угол



01

## Что такое секущая

Секущая проходит через окружность и пересекает её в двух точках, поэтому с ней можно связать две дуги и один внешний угол.

02

## Правило разности

Если вершина угла находится вне окружности, его величина равна половине разности перехваченных дуг, а не их сумме.

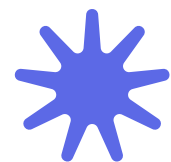
03

## Пример вычисления

При дугах  $140^\circ$  и  $60^\circ$  разность равна  $80^\circ$ , значит внешний угол составляет  $40^\circ$ . Этот приём применяют и для касательной, и для двух секущих.



# Сводка свойств для решения задач



| Угол                | Правило               |
|---------------------|-----------------------|
| Центральный         | равен дуге            |
| Вписанный           | половина дуги         |
| Касательная и хорда | половина дуги         |
| Внешний             | половина разности дуг |

Краткая таблица помогает быстро выбрать нужное правило по положению вершины и типу угла.

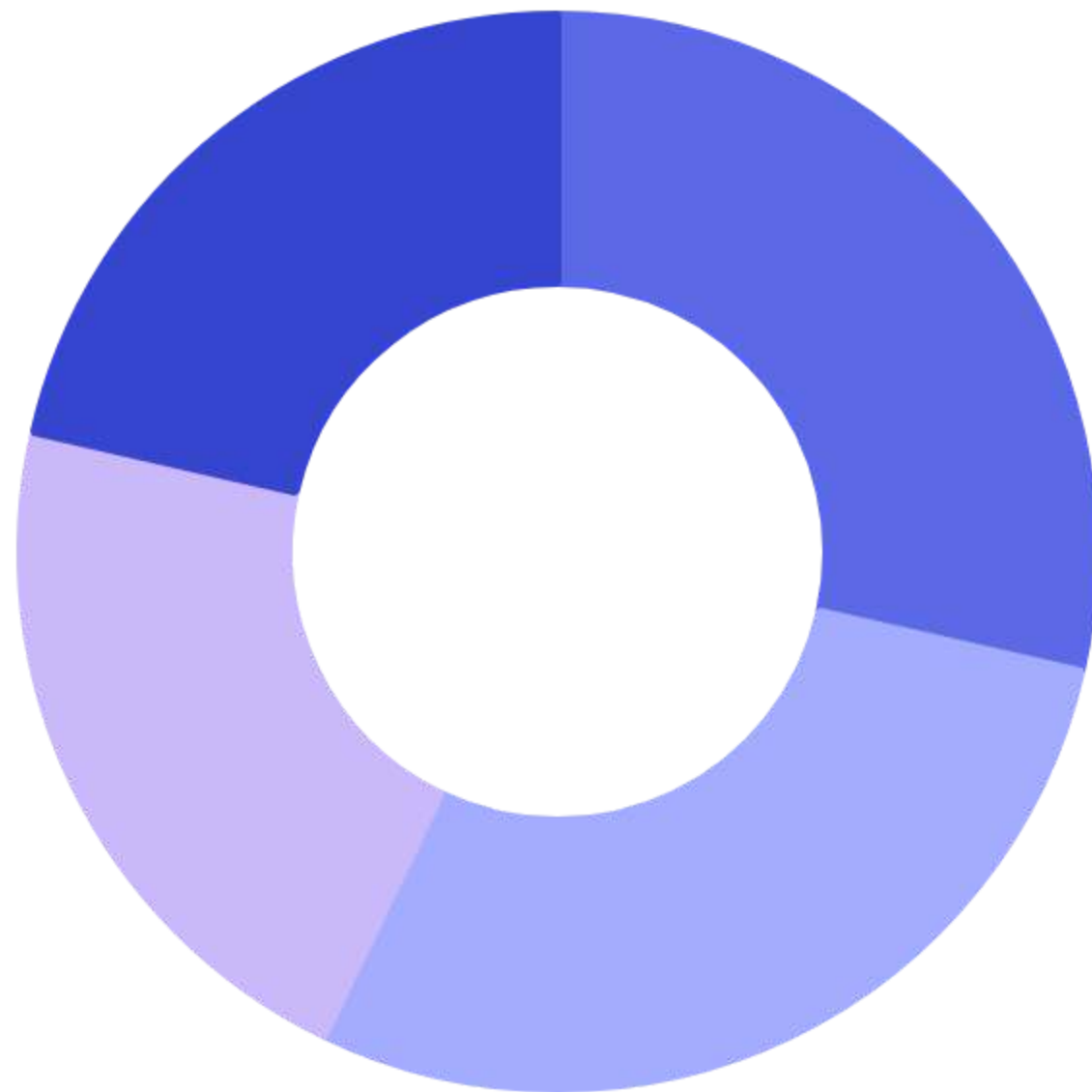
Положение вершины подсказывает формулу: в центре — равенство дуге, на окружности — половина дуги, вне окружности — разность дуг.

Теоремы об углах, связанных с окружностью



# Типичные ошибки при работе с окружностью

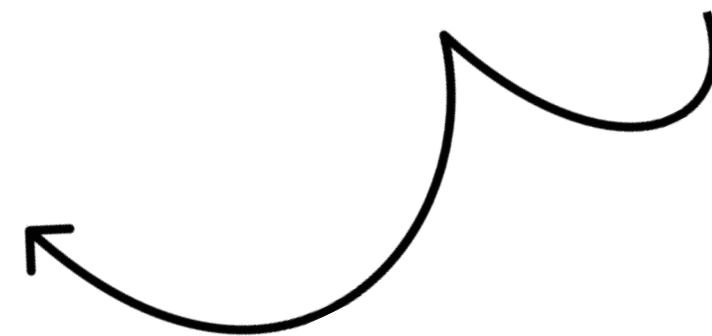
Путают дугу и угол    Не делят дугу пополам  
Не замечают диаметр    Неверно выбирают дугу



Ошибки чаще появляются там, где нужно сначала определить, на какую дугу опирается угол, а уже потом применять формулу.

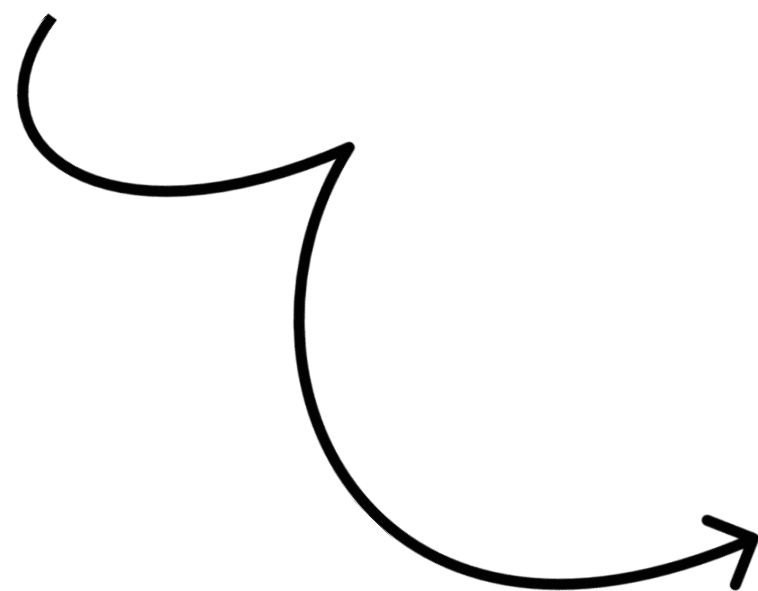
Главная причина промахов — неверное определение элемента окружности; внимательное чтение чертежа снижает риск ошибки.

Схематическое распределение типичных ошибок по теме





Это свойство помогает сразу узнавать прямоугольные треугольники на чертеже и не тратить время на лишние измерения.



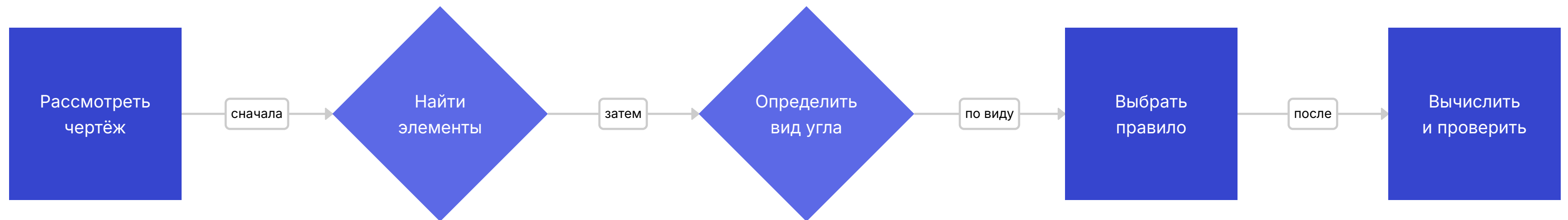
$90^\circ$

получается угол  
треугольника, если одна его  
сторона является диаметром  
окружности.

Теорема о вписанном угле, опирающемся на диаметр

# Алгоритм решения задач на углы в окружности

Последовательность действий при анализе чертежа и выборе нужной теоремы



# Окружность в окружающем мире



## Колесо в движении

У велосипеда, самоката или автомобиля легко увидеть окружность по ободу колеса. Спицы соединяют центр с краем и напоминают радиусы, а место соприкосновения с дорогой помогает представить касательную в реальной ситуации.



## Часы и мишени

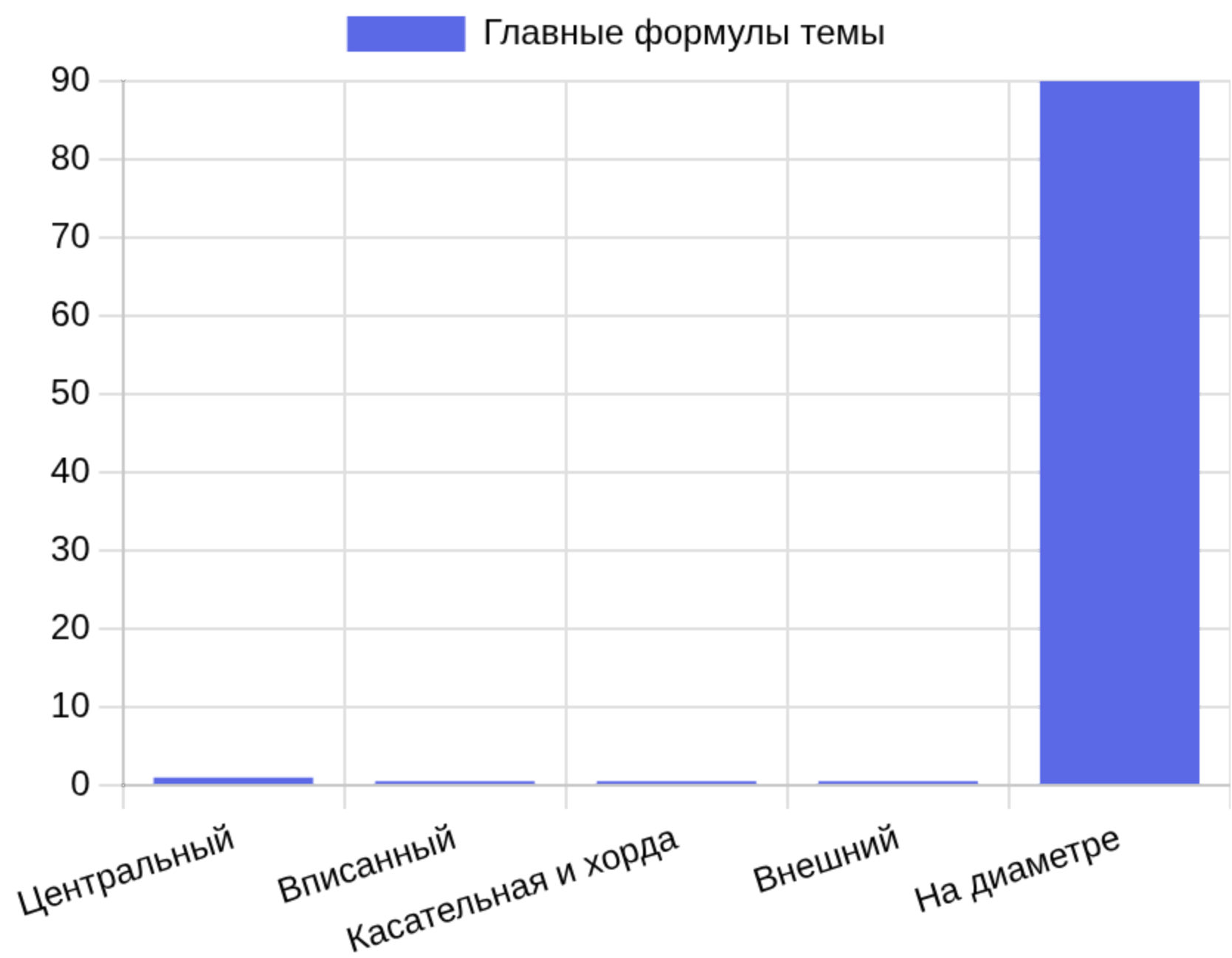
Циферблат часов и спортивная мишень построены на круге, где деления можно связывать с дугами и центральными углами. Такие изображения удобны для объяснения, почему один участок окружности соответствует определённому углу.



## Дорожные знаки и посуда

Круглые дорожные знаки, тарелки и крышки часто имеют форму окружности или круга. В них легко заметить хорды, диаметры и симметрию, а значит, увидеть геометрию не только в учебнике, но и вокруг себя.

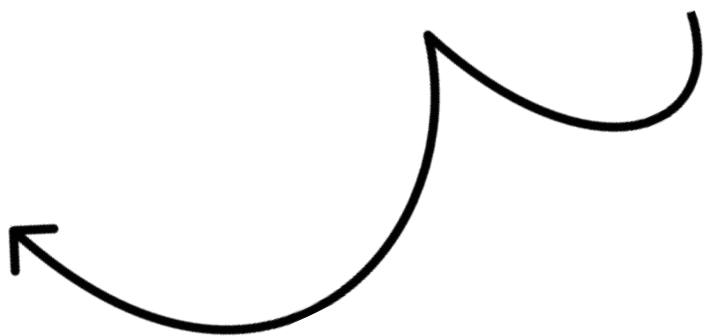
# Главные формулы темы



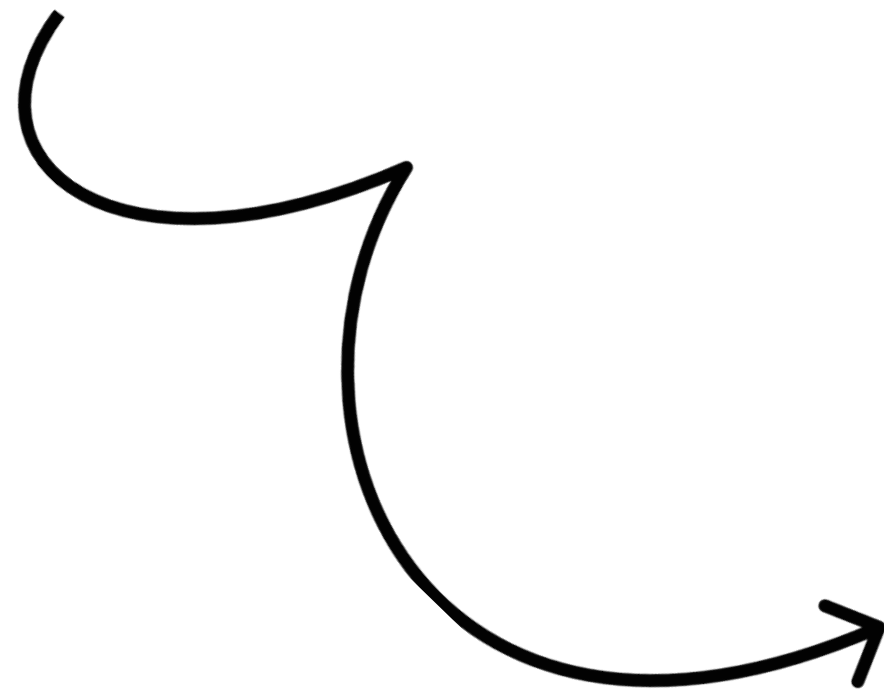
Эти правила удобно запоминать как набор коротких опорных соотношений, связанных с дугой и положением вершины угла.

Большинство задач сводится к одному из пяти случаев, поэтому достаточно быстро определить тип угла и применить нужную формулу.

Основные теоремы темы «Углы, связанные с окружностью»



# Что важно запомнить об углах окружности



Центральный, вписанный, касательный и внешний углы подчиняются простым правилам. Если их уверенно различать, задачи решаются быстрее, а чертёж становится понятнее и надёжнее.

