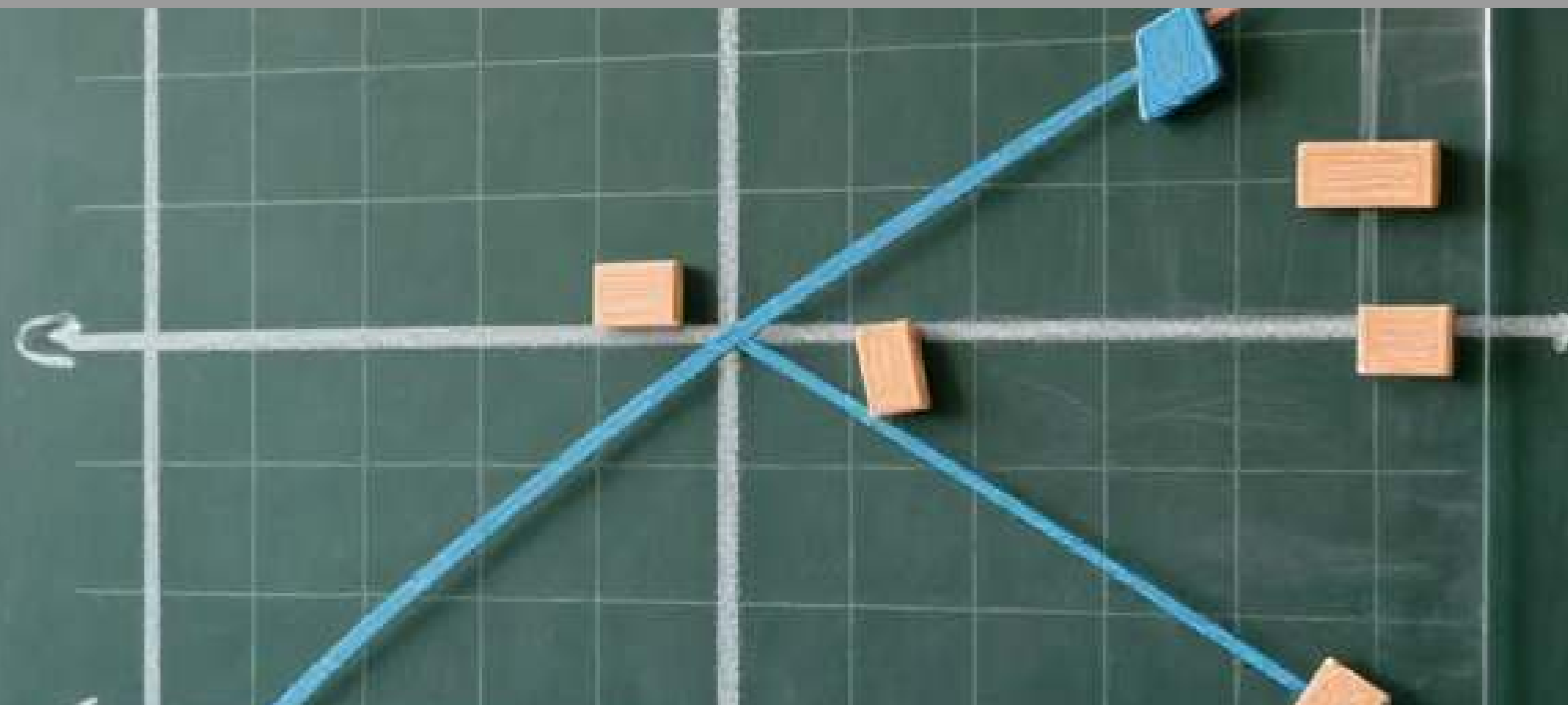


График линейного уравнения с двумя переменными

Формула и прямая на одной плоскости.

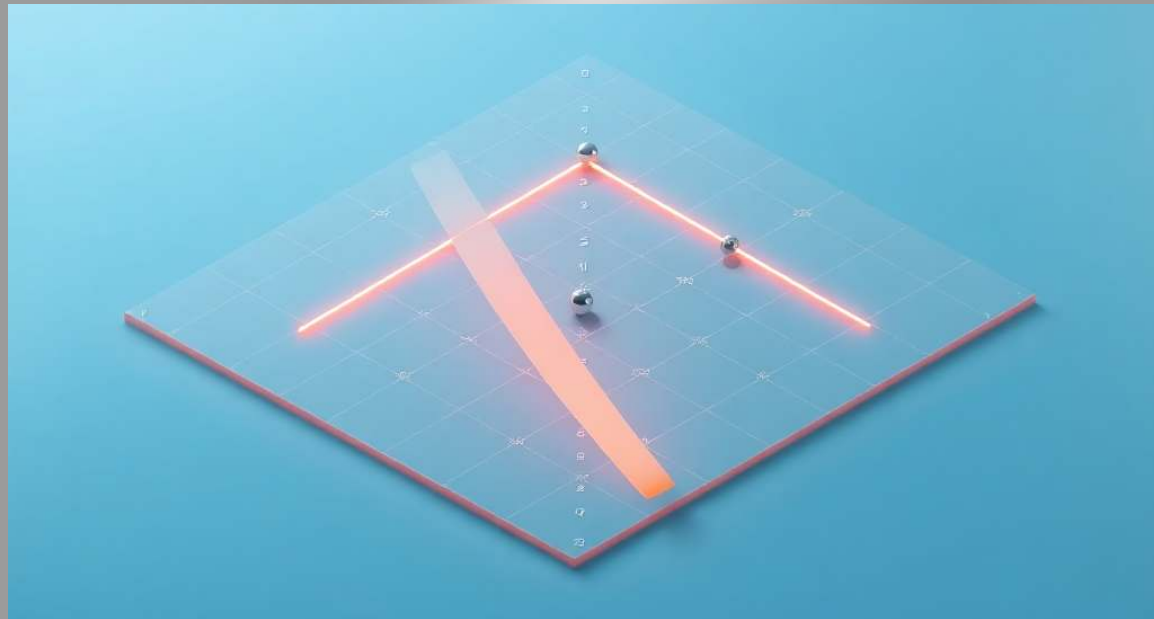


Зачем изучать графики уравнений

График показывает все пары чисел, которые удовлетворяют одному равенству. Эта тема помогает работать с координатной плоскостью, строить точки и читать рисунки, а ещё встречается в жизненных ситуациях — от покупок до движения.

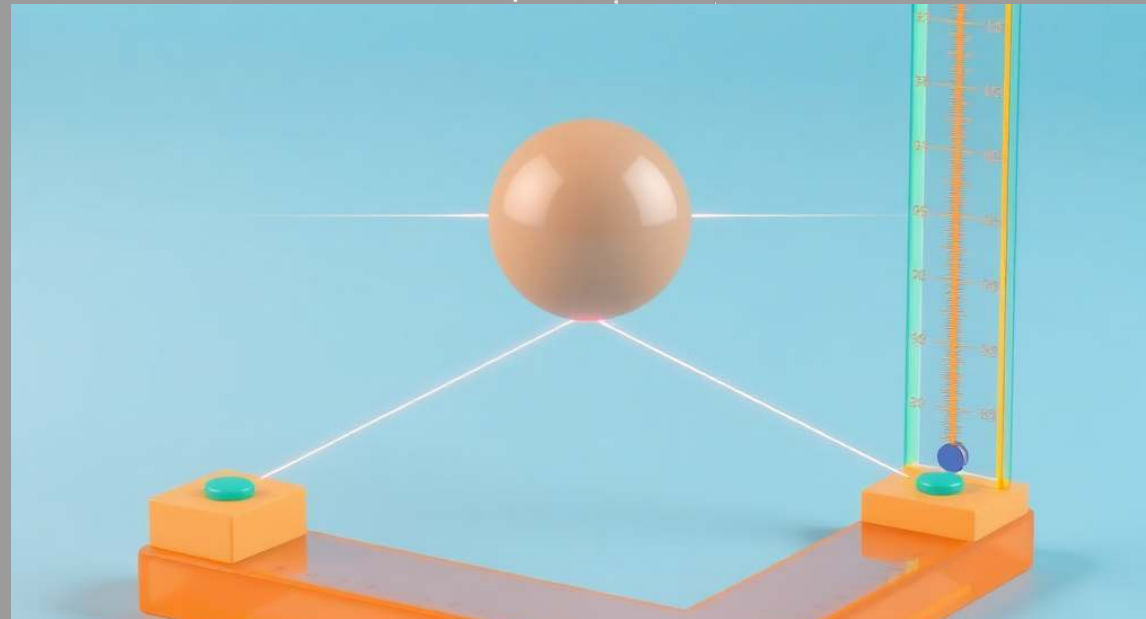


Координатная плоскость и точки



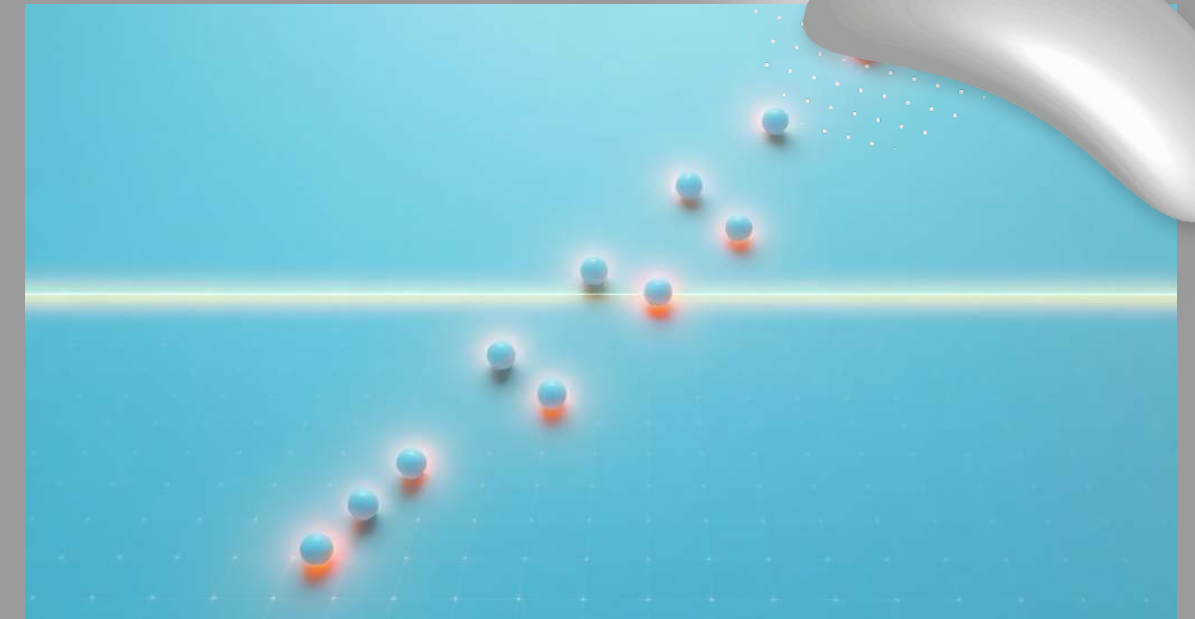
Две оси — одна плоскость

Горизонтальная ось называется осью x , а вертикальная — осью y . Вместе они образуют координатную плоскость, где удобно задавать положение любой точки и точно читать её координаты.



Как записывают точку

Точка обозначается парой чисел в виде $(x; y)$. Сначала указывают значение по оси x , затем по оси y . Такой порядок важен, потому что он помогает не перепутать координаты при построении.



Что ищут в уравнении

Для уравнения $ax + by = c$ рассматривают не одну точку, а все точки, которые одновременно делают равенство верным. Именно их потом отмечают на рисунке и соединяют в график.

Что означает решение линейного уравнения

1

Пара чисел

Решением уравнения с двумя переменными называют такую пару x и y , при которой после подстановки получается верное равенство. Это не одно число, а именно два связанных значения.

2

Проверка на примере

В уравнении $2x + y = 6$ подходят пары $(0; 6)$, $(1; 4)$, $(2; 2)$ и $(3; 0)$. В каждом случае левая часть равна 6, значит равенство выполняется.

3

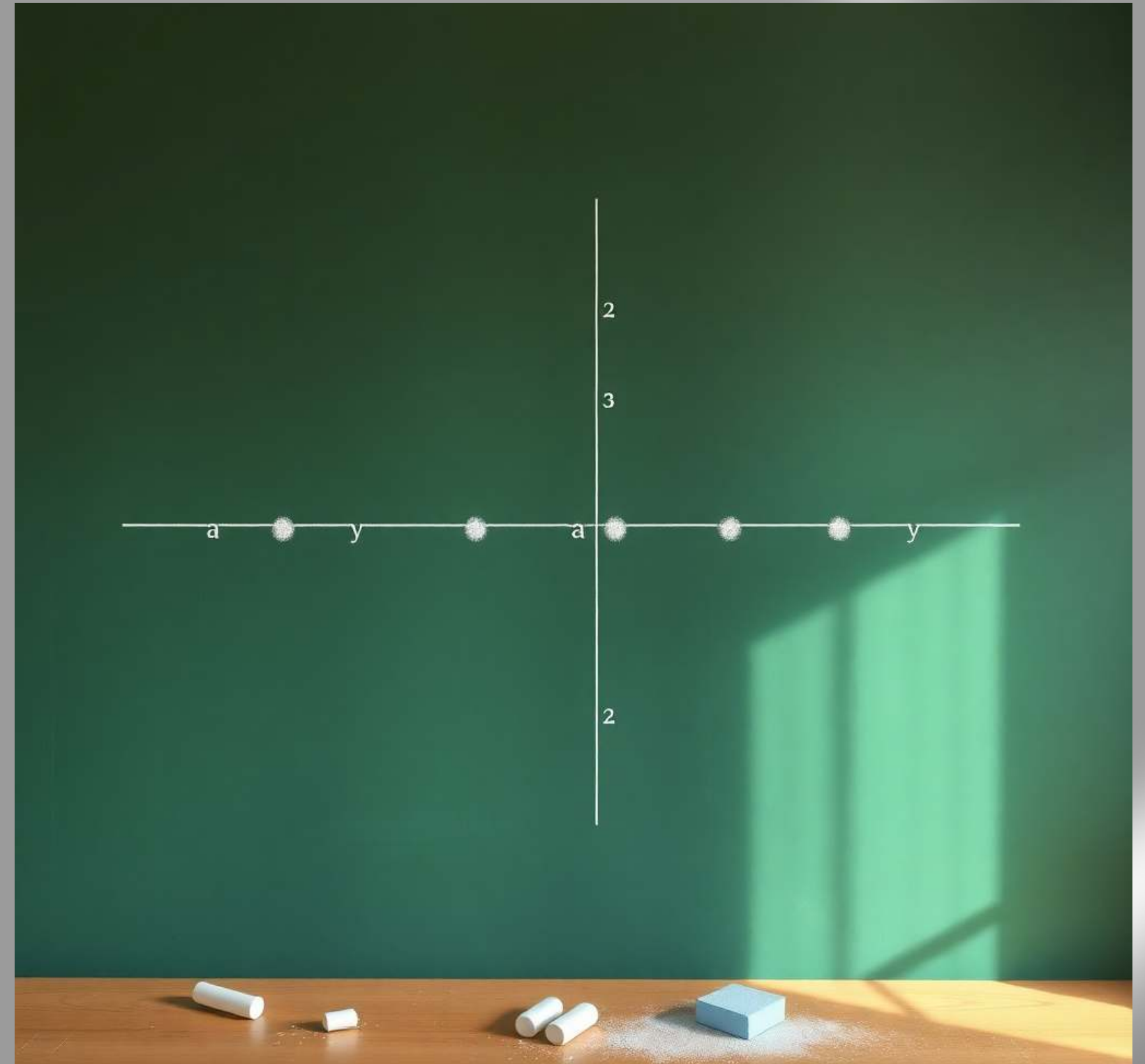
Связь с точкой

Каждое решение можно изобразить точкой на координатной плоскости. Если точка удовлетворяет уравнению, она лежит на его графике и является частью прямой.

4

Одна прямая — много решений

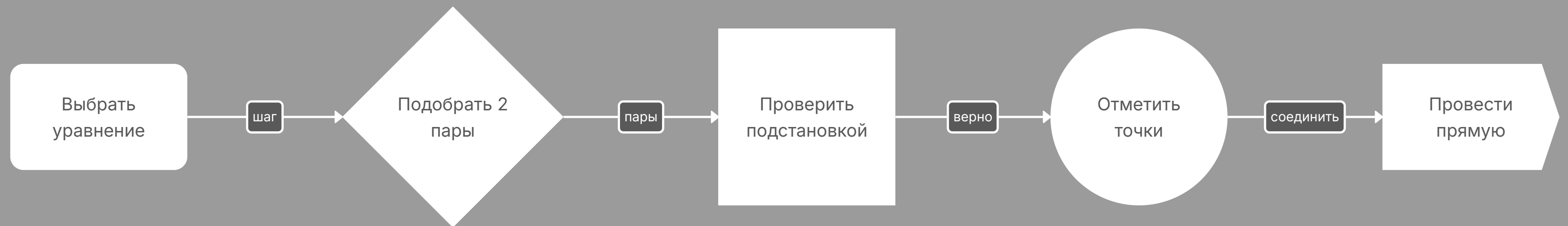
Линейное уравнение не имеет одного-единственного ответа. Оно задаёт целый набор пар чисел, поэтому его график состоит из множества точек, расположенных на одной прямой.



Как строят график по уравнению

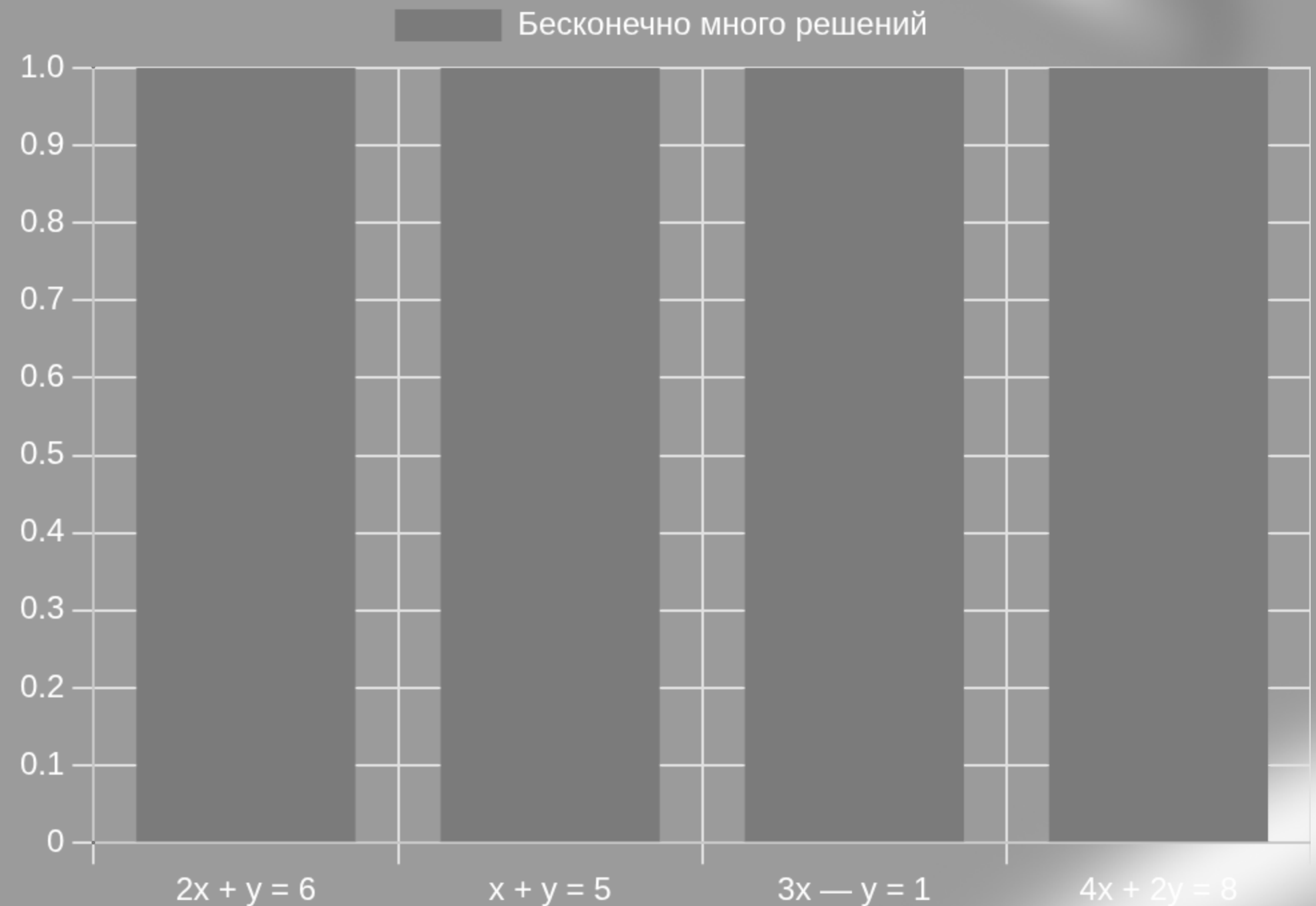
Последовательность действий при построении прямой по линейному уравнению

5



Сколько решений имеет уравнение

- Все показанные уравнения линейные, поэтому каждое из них задаёт не одну, а бесконечно много пар чисел.
- У любого линейного уравнения с двумя переменными решений бесконечно много, а его график всегда является прямой.

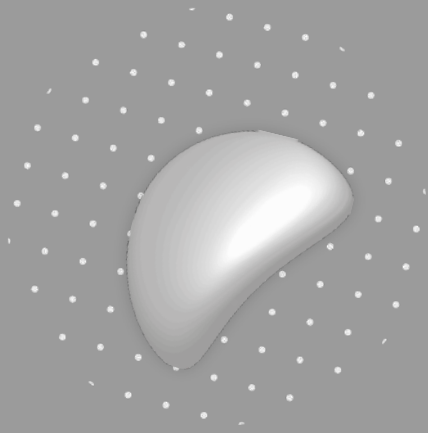


Пары чисел и проверка подстановкой

х; у	Проверка
0; 6	$2 \cdot 0 + 6 = 6$
1; 4	$2 \cdot 1 + 4 = 6$
2; 2	$2 \cdot 2 + 2 = 6$
3; 0	$2 \cdot 3 + 0 = 6$

- Для уравнения $2x + y = 6$ можно подобрать несколько разных решений и сразу проверить их вычислением.
- Разные пары чисел могут быть решениями одного уравнения, если при подстановке получается верное равенство.

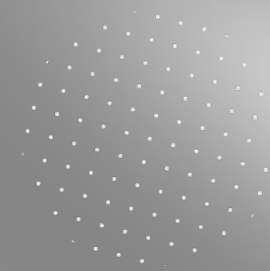
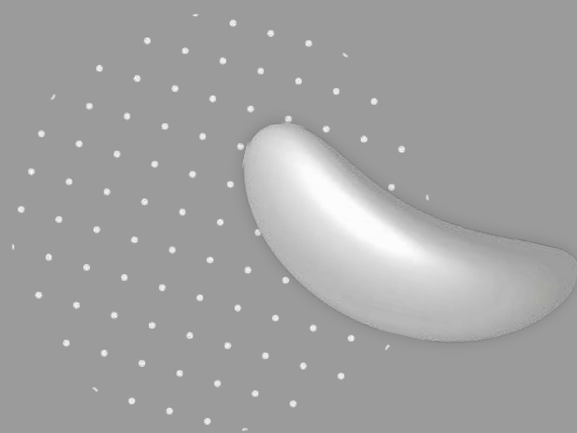
Пересечения с осями координат



X

Пересечение с осью x

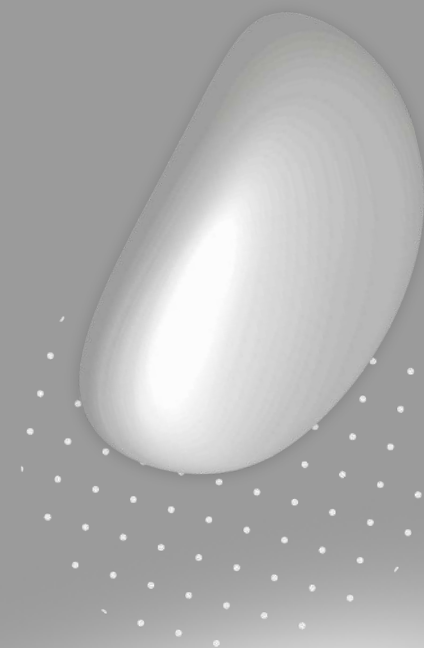
Чтобы найти точку на оси x , в уравнении кладут $y = 0$. Для $2x + y = 6$ получается $x = 3$, значит точка пересечения — $(3; 0)$.



Y

Пересечение с осью y

Чтобы найти точку на оси y , в уравнении кладут $x = 0$. Тогда для $2x + y = 6$ получаем $y = 6$, и точка пересечения — $(0; 6)$.





Как выглядит график линейного уравнения

Всегда прямая

График линейного уравнения с двумя переменными никогда не становится кривой. Он имеет форму прямой линии, потому что все его точки подчиняются одному линейному правилу.

Влияние коэффициентов

Если меняются коэффициенты при x и y , прямая может наклоняться по-разному: подниматься, опускаться или становиться круче. При этом её форма остаётся прямой.

Точки на линии

Каждая точка, лежащая на прямой, соответствует решению уравнения. Если точка не удовлетворяет равенству, она не принадлежит графику и не должна входить в построение.

Как проверить, принадлежит ли точка графику

1

Подставить координаты

Координаты точки записывают вместо x и y в уравнение. Это самый надёжный способ узнать, подходит ли точка графику, не строя весь рисунок.

2

Сравнить равенство

Если после подстановки получается верное равенство, точка принадлежит графику. Например, $(2; 2)$ подходит для $2x + y = 6$, потому что $2 \cdot 2 + 2 = 6$.

3

Сделать вывод

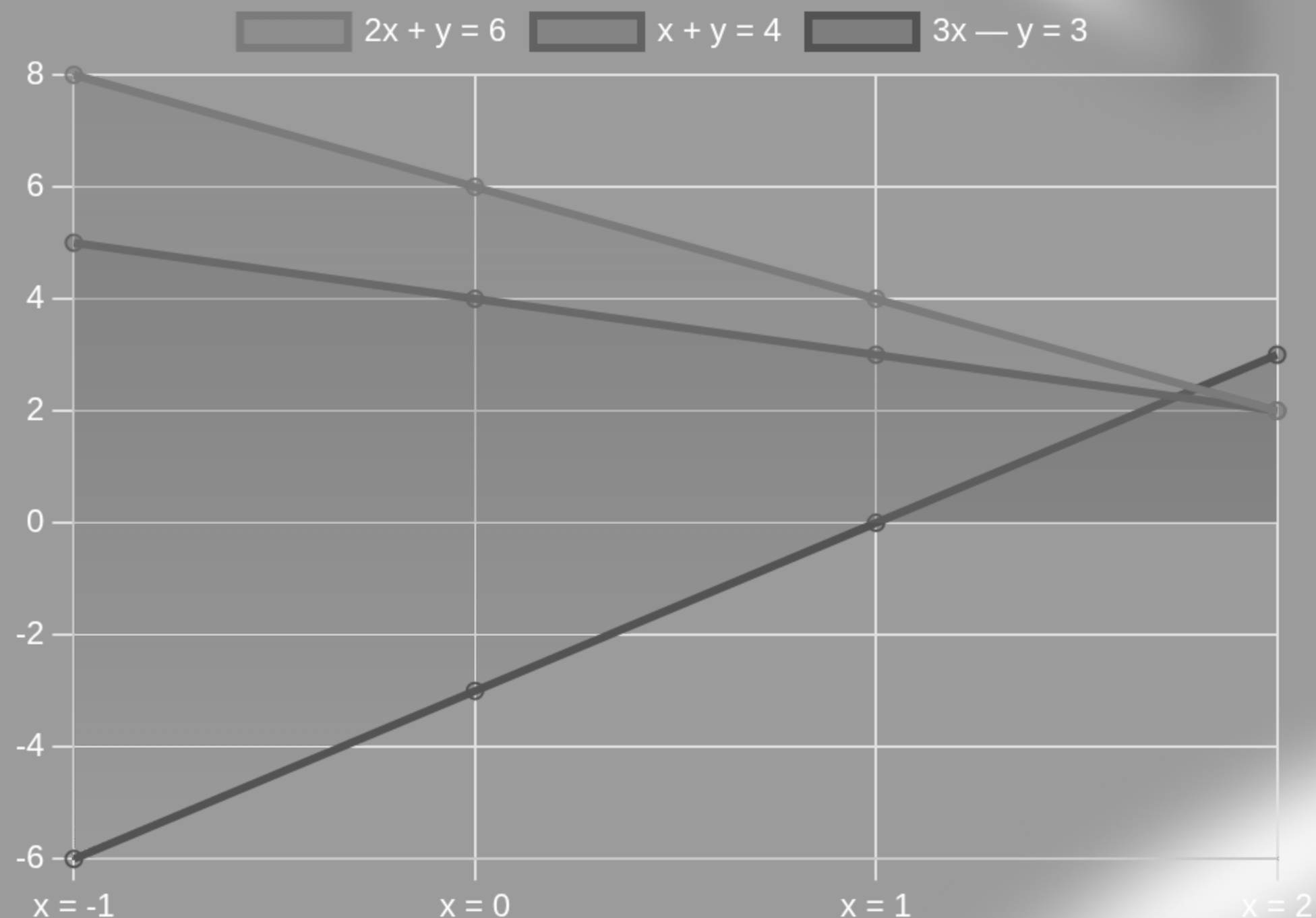
Точка $(1; 1)$ не подходит для того же уравнения, потому что $2 \cdot 1 + 1 = 3$, а нужно 6. Значит, эта точка не лежит на прямой.



Сравнение нескольких прямых по уравнениям

11

- Уравнения задают прямые с разным наклоном и разным положением на плоскости. Для сравнения удобно брать одни и те же значения x .
- При одинаковых x видно, как коэффициенты меняют высоту и наклон прямой, а свободное число сдвигает её вверх или вниз.

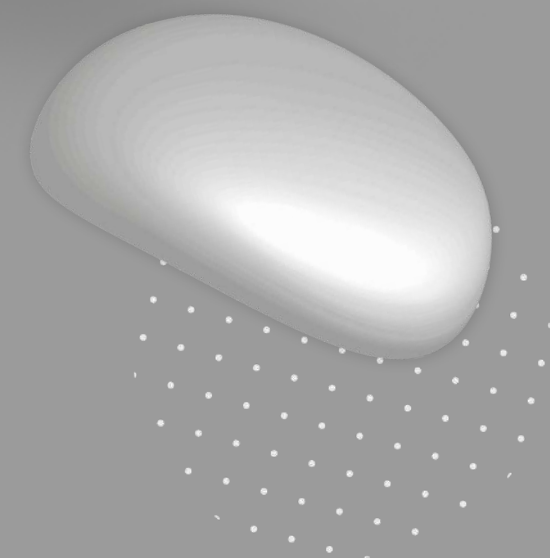


Особые случаи линейных уравнений



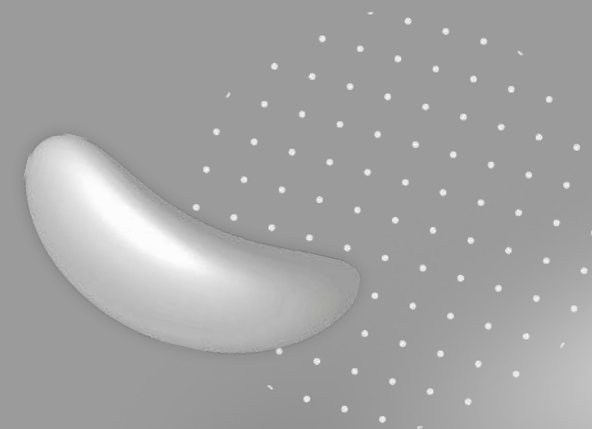
Если x фиксирован

Когда $b = 0$, получается уравнение вида $ax = c$. Значение x одно и то же для всех точек, поэтому график идёт вертикально и параллелен оси y .



Если y фиксирован

Когда $a = 0$, уравнение принимает вид $by = c$. Значение y остаётся постоянным, а график становится горизонтальной прямой, параллельной оси x .



Вертикальная и горизонтальная прямая

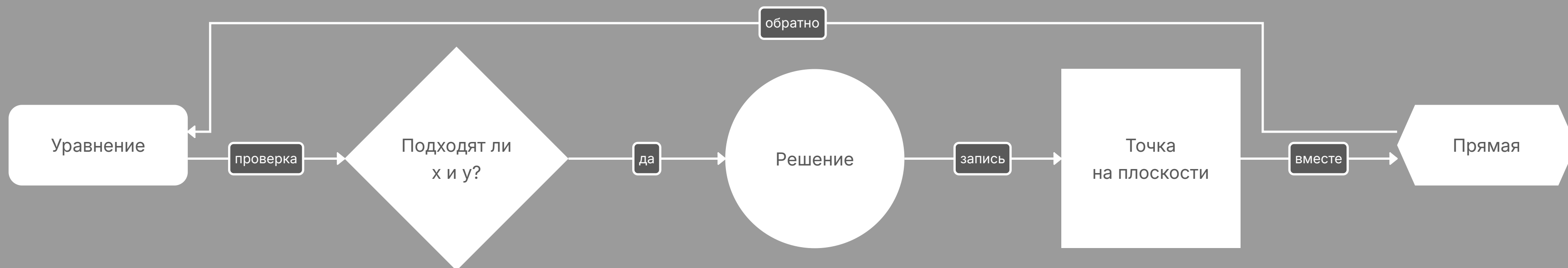
- В таблице показано, как фиксированная координата задаёт прямую, параллельную одной из осей координат.
- Если одна координата не меняется, множество точек образует прямую, параллельную оси x или оси y .

Уравнение	График	Что постоянно
$x = 3$	вертикальная	$x = 3$
$y = -2$	горизонтальная	$y = -2$
$x = 0$	ось y	$x = 0$
$y = 0$	ось x	$y = 0$

От формулы к прямой и обратно

14

Схема показывает, как линейное уравнение задаёт все точки графика, а две точки на прямой помогают восстановить уравнение.



Где встречаются линейные зависимости

Тетради в магазине

Если одна тетрадь стоит одинаково, итоговая сумма зависит только от количества покупок. Чем больше тетрадей, тем выше стоимость, и это удобно показывать прямой на графике. Такая задача помогает увидеть связь между ценой, количеством и общей суммой.



Путь при движении

Когда человек или машина движется равномерно, расстояние увеличивается одинаково за равные промежутки времени. На графике это выглядит как прямая линия. По ней легко понять, сколько уже пройдено и сколько ещё останется до цели.



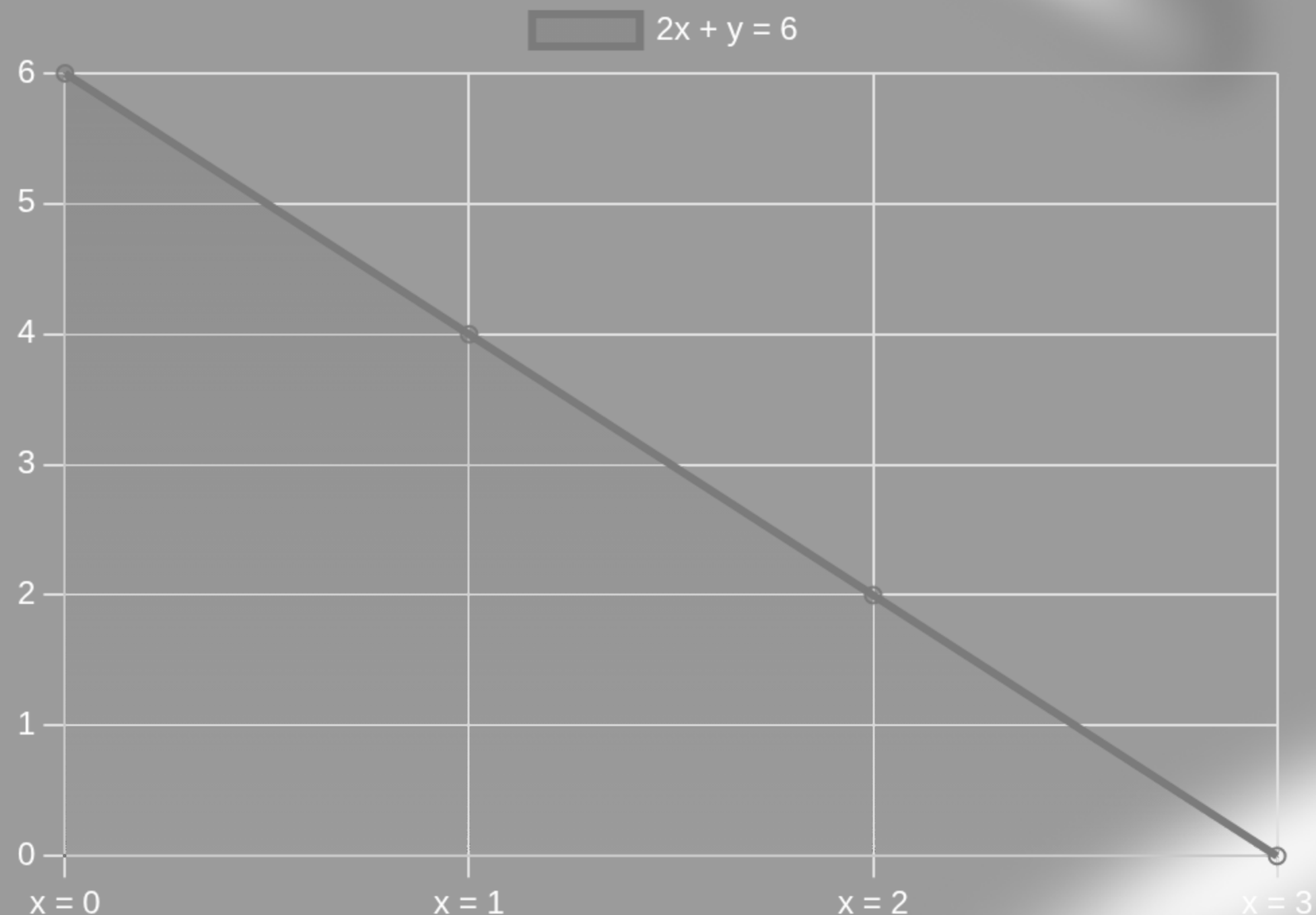
Деньги на счёте

Если на счёт регулярно добавляют или снимают одну и ту же сумму, изменение становится предсказуемым. Точки на графике выстраиваются по прямой. Такой пример показывает, как математика помогает следить за деньгами без сложных вычислений.



Достаточно ли двух точек для построения прямой

- Дополнительные точки служат проверкой: если они совпадают с прямой, построение выполнено верно и без ошибок.
- Две точки определяют прямую, а остальные значения помогают убедиться, что график соответствует уравнению.



Типичные ошибки при построении графика

17

Путают оси

Иногда ось x принимают за вертикальную, а ось y — за горизонтальную. Из-за этого точки ставят неправильно и получают неверный график.

Меняют порядок координат

Запись точки в виде $(y; x)$ вместо $(x; y)$ меняет её положение на плоскости. Даже одна такая ошибка может полностью исказить построение.

Неверно подставляют числа

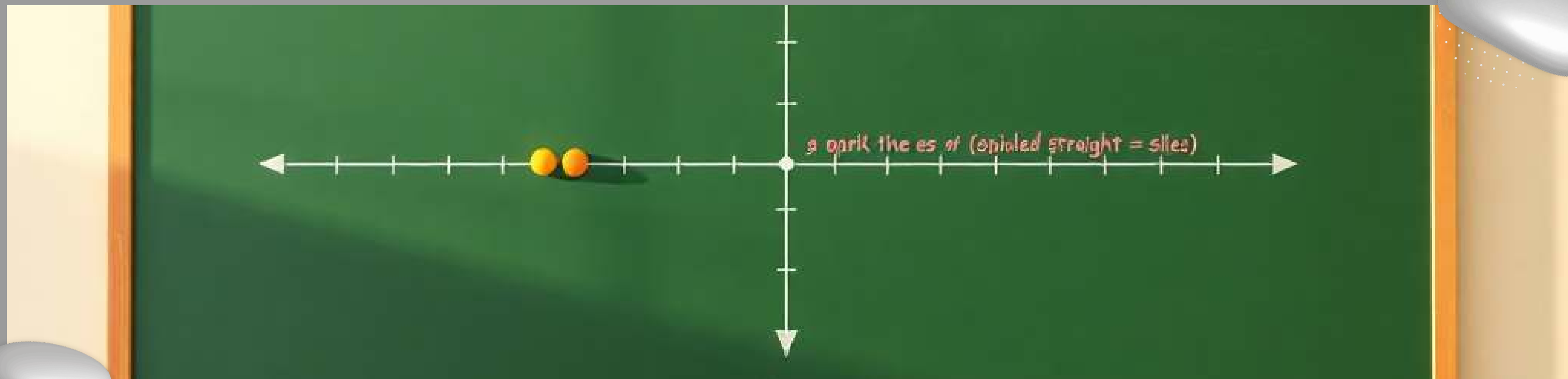
Если при проверке заменить переменные не теми значениями, точка может оказаться ложной. Тогда она не принадлежит прямой, хотя на рисунке это не сразу видно.

Соединяют ломаной

График линейного уравнения — это прямая, а не ломаная линия. Соединять найденные точки нужно одним ровным отрезком в нужном направлении.

Выбирают неудобный масштаб

Слишком крупный или слишком мелкий масштаб мешает точно отметить точки. В результате прямая выглядит неточно, а проверка решения становится сложнее.



Что важно запомнить о графике линейного уравнения

1

Одна формула — много решений

Линейное уравнение с двумя переменными описывает не одну точку, а бесконечно много пар чисел. Все они образуют множество решений на координатной плоскости.

2

График всегда прямая

Если уравнение линейное, его график не бывает кривой. Он может наклоняться по-разному, но остаётся прямой линией.

3

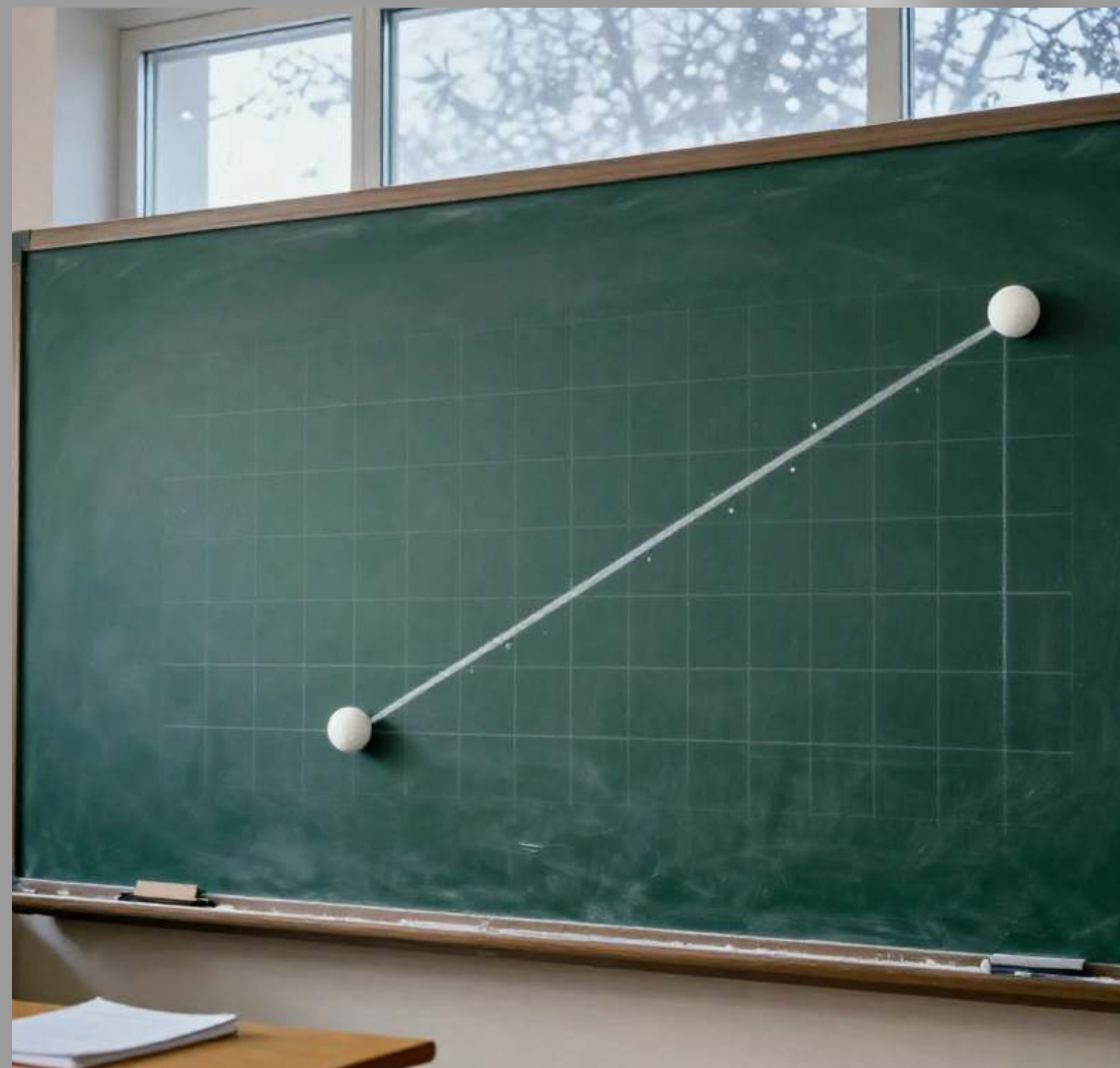
Двух точек достаточно

Чтобы построить прямую, обычно выбирают две подходящие точки и проводят через них линию. Пересечения с осями часто помогают сделать это быстрее.

4

Формула и рисунок связаны

По записи уравнения находят график, а по графику можно проверить точки и понять зависимость между величинами. Это соединяет алгебру и геометрию.



Короткий алгоритм проверки построения

Шаг	Что сделать
1	Выбрать уравнение
2	Найти 2 пары
3	Проверить
4	Отметить точки
5	Провести прямую
6	Сверить ответы

- Эти шаги помогают убедиться, что график построен по уравнению без ошибок.
- Если каждая точка удовлетворяет уравнению, а линия проходит через них, построение выполнено правильно.

Формула и график говорят об одном

Линейное уравнение и его график описывают одну ситуацию разными способами. Понимание этой связи помогает находить решения, строить прямые и уверенно работать с координатной плоскостью.