

Арифметическая прогрессия: последовательность с постоянной разностью

Последовательность, где каждый шаг предсказуем.





Почему эта тема важна в 9 классе

Арифметическая прогрессия учит быстро находить нужный член последовательности и видеть закономерность в числах. Этот способ помогает решать учебные задачи, работать с таблицами и понимать простые модели изменения значений.

Определение арифметической прогрессии

Постоянный шаг

Арифметическая прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член получается прибавлением или вычитанием одного и того же числа. Именно этот одинаковый шаг задаёт всю закономерность.

Разность d

Это одинаковое число называют разностью прогрессии и обозначают буквой d . По её знаку сразу видно, будет ли последовательность расти, убывать или оставаться без изменений.

Три возможных случая

Если d больше нуля, числа увеличиваются. Если d меньше нуля, последовательность уменьшается. Когда d равно нулю, все члены одинаковые, и прогрессия не меняется.

Основные обозначения в теме

Обозначение	Смысл	Пример
a_1	первый член	5
a_n	любой член	a_n
n	номер члена	10
d	разность	-2

В таблице собраны главные обозначения, с которыми работают при изучении арифметической прогрессии.

Главные вычисления строятся на связи между первым членом, разностью и номером члена.

Материалы школьной алгебры по теме «Арифметическая прогрессия»

Как находят разность арифметической прогрессии

1 Сравнить соседние члены

Разность находят, вычитая предыдущий член из следующего. Если последовательность задана правильно, разность между соседними членами должна быть одинаковой на всём протяжении ряда.

2 Проверить на примере

В ряду 4, 7, 10, 13 каждый переход равен 3. Значит, разность прогрессии $d = 3$, а сама последовательность возрастает одинаковыми шагами.

3 Убывающий ряд

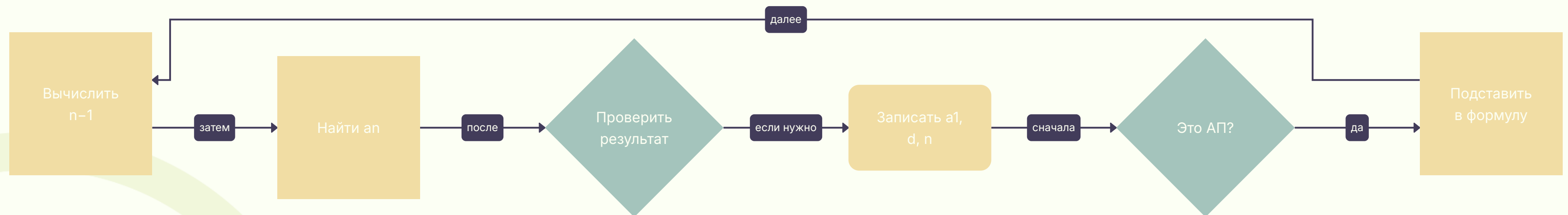
В последовательности 20, 17, 14, 11 каждый следующий член меньше предыдущего на 3. Здесь разность отрицательная: $d = -3$, поэтому ряд убывает.

4 Сделать вывод

Если одинаковая разность сохраняется хотя бы для нескольких соседних пар, последовательность можно считать арифметической прогрессией. Это первый и самый важный признак темы.

Как найти n -й член прогрессии

Последовательность действий при решении типовой задачи.




$$n-1$$


**именно столько шагов
нужно пройти
от первого члена
до искомого**

Формула показывает число переходов от начала последовательности к нужному члену. Каждый переход добавляет или убавляет одну и ту же разность, поэтому правило работает для любых арифметических прогрессий.

Линейный рост членов при положительной разности

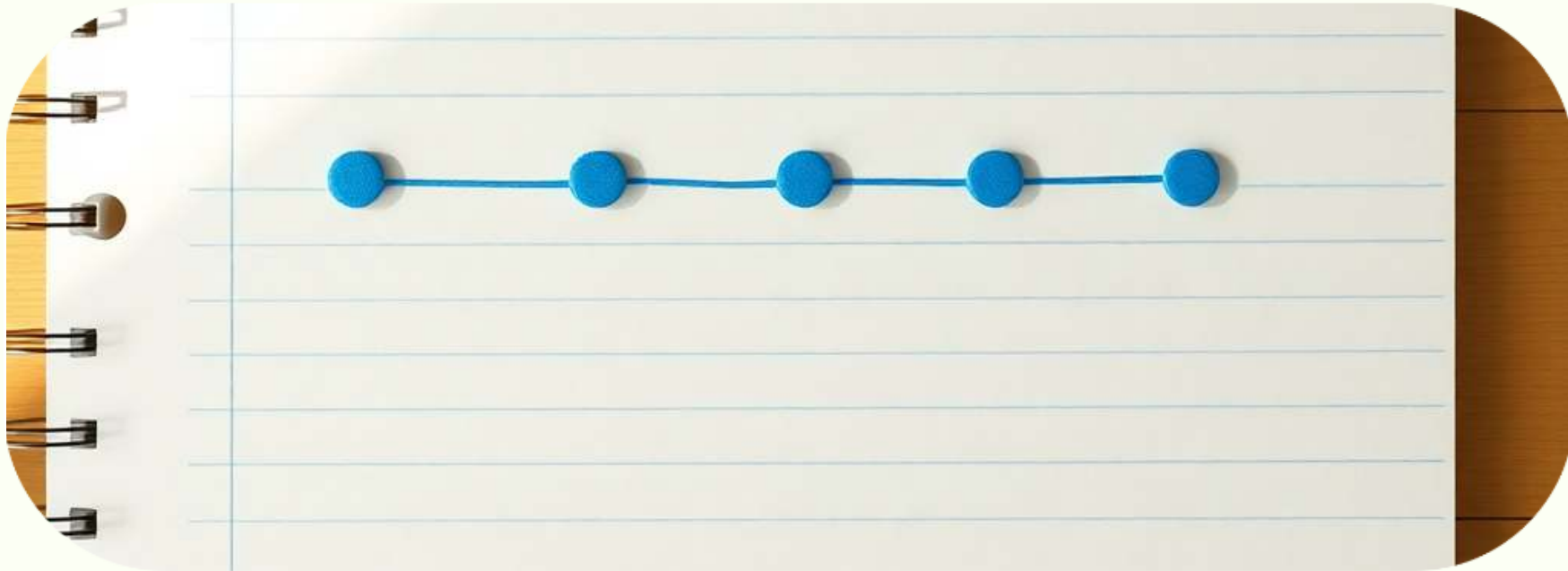
Здесь видно, что каждый следующий член получается прибавлением одной и той же величины. Это делает последовательность удобной для быстрого расчёта без выписывания всех промежуточных значений.

Точки образуют равномерный рост: при постоянной разности график последовательно поднимается вверх.



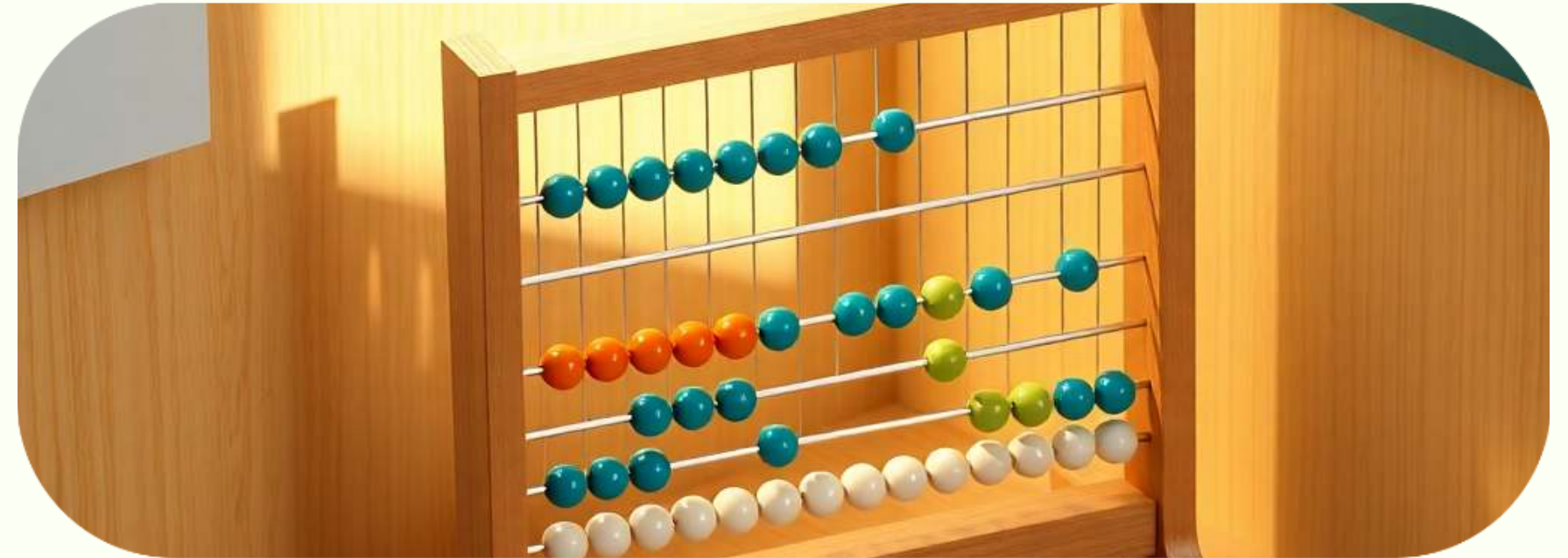
Последовательность 2, 5, 8, 11, 14

Пример арифметической прогрессии в тетради



Строчки, идущие с одинаковым шагом

В тетради записана последовательность 6, 9, 12, 15, 18. Между соседними числами каждый раз прибавляется 3, поэтому рядом легко провести стрелки одинаковой длины. Такой рисунок помогает сразу увидеть правило и проверить, что это арифметическая прогрессия.



Первый расчёт по формуле

Если первый член равен 6, а разность $d = 3$, можно найти любой следующий член без полного перечисления ряда. Например, для более позднего номера достаточно подставить значения в формулу и аккуратно выполнить вычисления.

Сравнение возрастающей и убывающей прогрессий

Последовательность	a_1	d	Вид
5, 8, 11, 14	5	3	возрастающая
30, 26, 22, 18	30	-4	убывающая
12, 12, 12, 12	12	0	постоянная

Таблица показывает, как знак разности влияет на поведение последовательности.

Значение и знак d полностью определяют направление изменения: рост, спад или отсутствие изменения.

Примеры последовательностей из темы арифметической прогрессии

Проверка найденного значения по соседним членам



Сравните соседние члены

Сначала проверьте, сохраняется ли один и тот же шаг между рядом стоящими числами. Если разность меняется, найденный член не подходит для арифметической прогрессии.



Посчитайте разности

Для примера 4, 6, 8, 10 разность между каждым соседним членом равна 2. Это подтверждает, что вычисления выполнены верно и последовательность построена правильно.



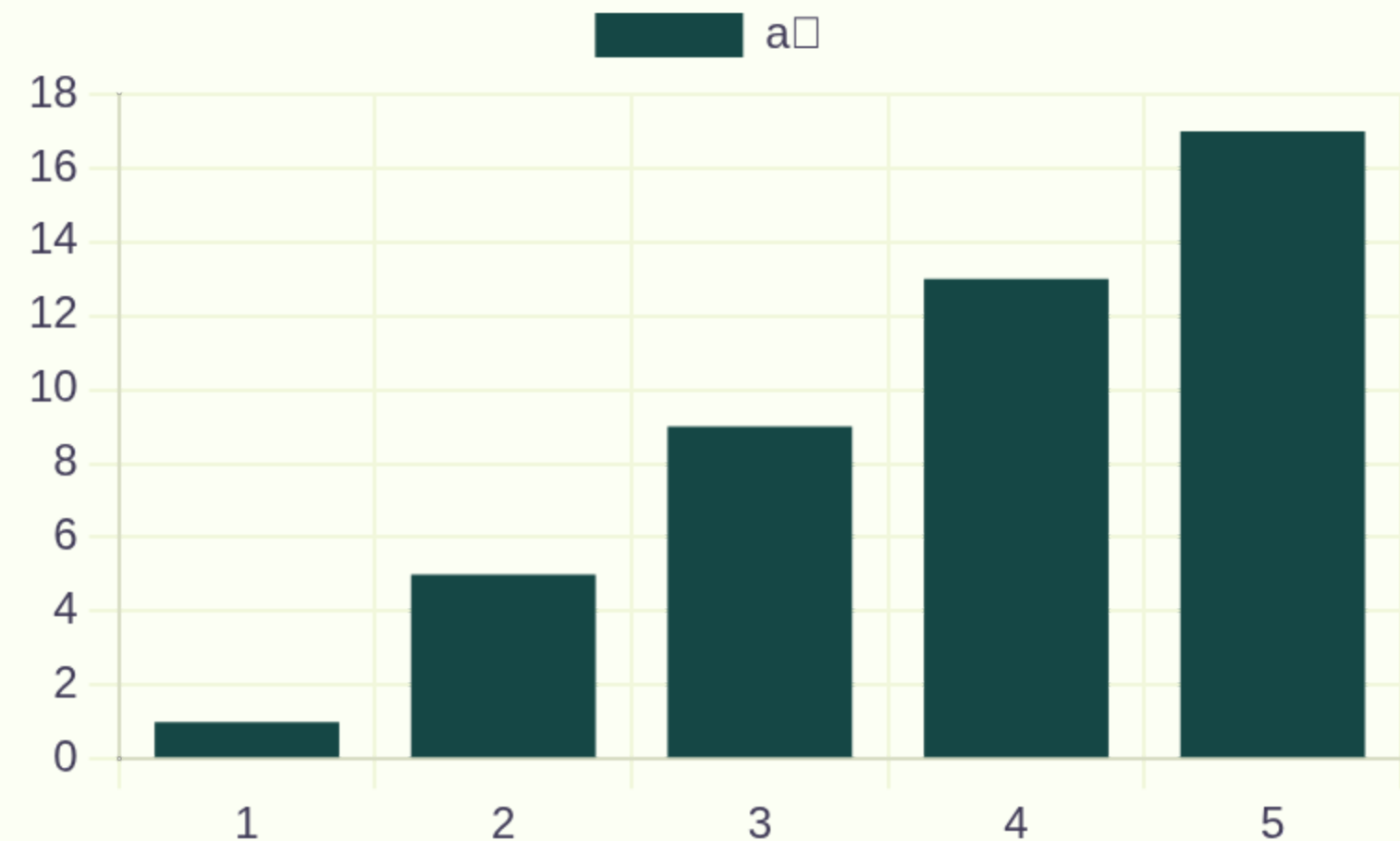
Заметьте ошибку вовремя

Если полученное значение нарушает постоянный шаг, значит, допущена ошибка в формуле, знаке или вычислениях. Такая проверка помогает сразу исправить ответ, не переходя к следующему заданию.

Как меняется a_n при увеличении номера n

При каждом новом номере к значению добавляется одна и та же величина, поэтому столбцы растут равномерно.

Рост линейный: увеличение номера члена на 1 приводит к прибавлению 4 к значению последовательности.



Последовательность составлена по условию: $a_1 = 1$, $d = 4$.

Типичные ошибки при использовании формулы

1

Путают n и a_n

Номер члена показывает его место в последовательности, а не само значение. Если вместо a_n подставить n , ответ получится неверным даже при правильных остальных данных.

2

Забывают скобки

Выражение $n-1$ нужно вычислять целиком. Без скобок нарушается порядок действий, и формула даёт другой результат. Это одна из самых частых ошибок при счёте.

3

Теряют знак d

При отрицательной разности важно не пропустить минус. Если $d = -5$, каждый следующий член уменьшается на 5, а не увеличивается. Ошибка знака меняет весь ответ.

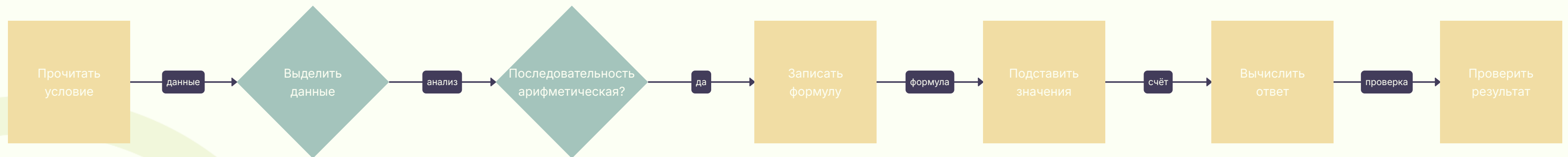
4

Неверно берут первый член

Первый член — это именно a_1 , а не любое удобное число из середины последовательности. Если перепутать начало ряда, вся дальнейшая подстановка в формулу станет неправильной.

Алгоритм решения задач на арифметическую прогрессию

Пошаговая схема: от чтения условия до проверки ответа по формуле и соседним членам.



Арифметическая прогрессия в жизненных ситуациях



● Карманные деньги

Если каждый месяц прибавлять одинаковую сумму, получается арифметическая прогрессия. Такой пример удобно считать в рублях и легко проверять по месяцам.

● Ежедневная активность

Когда число шагов увеличивается на одно и то же количество каждый день, можно описать изменения последовательностью с постоянной разностью.

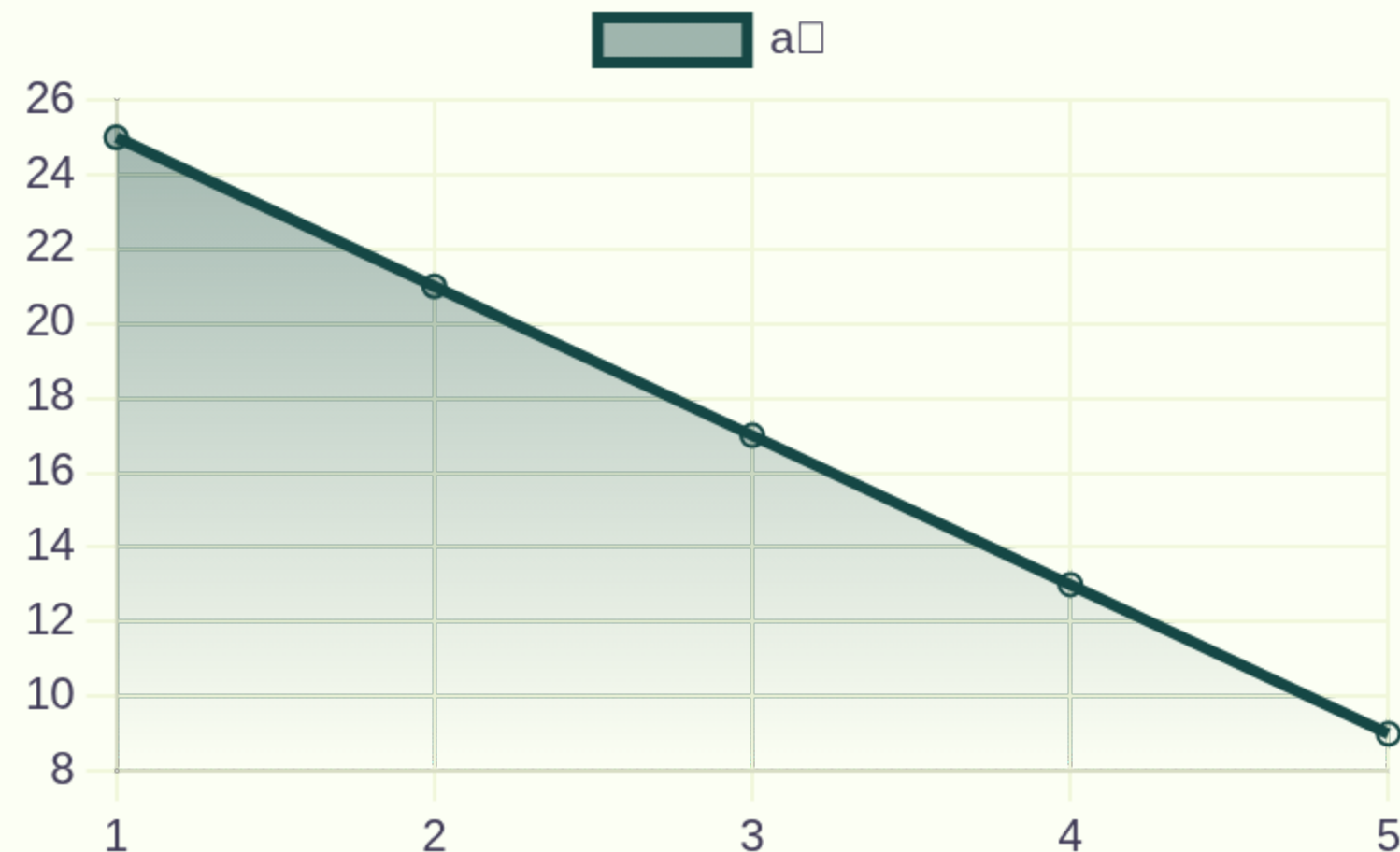
● Измерения и расписания

Равномерный рост температуры, уровней, дат или других величин тоже подходит под эту модель. Поэтому тема помогает понимать простые повторяющиеся изменения вокруг нас.

Убывание последовательности при отрицательной разности

Номер члена растёт на единицу, а значение последовательно уменьшается, поэтому линия идёт вниз без скачков и разрывов.

Отрицательная разность задаёт равномерное снижение: каждый следующий член меньше предыдущего на одинаковую величину.



Последовательность составлена по условию: 25, 21, 17, 13, 9.

Почему формула удобнее перечисления всех членов

Когда нужно найти 50-й, 100-й или 500-й член, перечисление становится слишком долгим. Формула сразу даёт точный результат без лишних записей.

Большие номера

1

3

Начало ряда

Для маленьких номеров можно выписать несколько членов вручную, но уже здесь заметно, что последовательность подчиняется одному правилу изменения.

2

Экономия времени

Запись $a_n = a_1 + d(n-1)$ помогает быстро решать задачи, проверять ответы и работать с большими числами, не теряя точность вычислений.

Примеры вычисления n-го члена

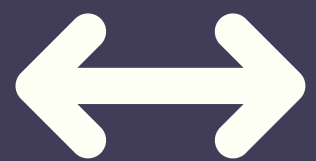
a_1	d	n	a_n
3	2	6	13
20	-5	4	5
7	1	10	16
10	0	8	10

Вычислено по формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$.

Таблица показывает, как одна и та же формула работает для возрастающих, убывающих и постоянных последовательностей.

Результат зависит только от первого члена, разности и номера. При $d = 0$ последовательность остаётся постоянной, а при отрицательном d убывает.

Что нужно помнить при решении задач



Постоянная разность

Арифметическая прогрессия существует только тогда, когда разность между соседними членами не меняется. Именно этот признак позволяет быстро узнать последовательность и продолжить её.

1

Задают a_1 и d

Первый член и разность полностью определяют весь ряд. Если известны эти два числа, можно восстановить любой следующий или предыдущий член по формуле.



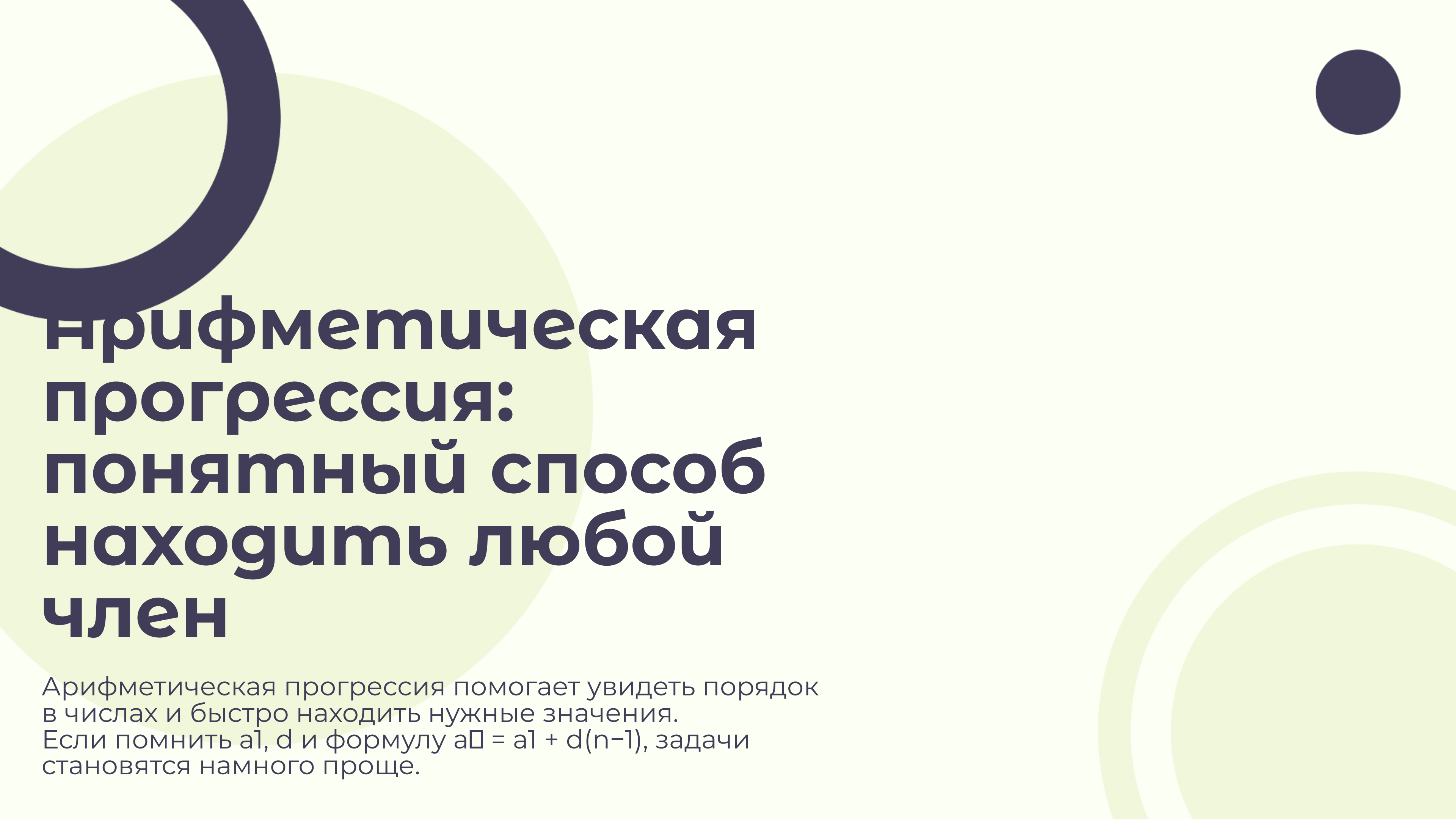
Применяйте формулу аккуратно

В записи $a_n = a_1 + d(n-1)$ важно не потерять скобки и знак разности. Маленькая невнимательность в вычислениях сразу приводит к неправильному ответу.



Проверяйте результат

После вычисления полезно сравнить найденный член с соседними значениями. Такая проверка помогает убедиться, что последовательность изменяется именно так, как требует условие.



Арифметическая прогрессия: понятный способ находить любой член

Арифметическая прогрессия помогает увидеть порядок в числах и быстро находить нужные значения.
Если помнить a_1 , d и формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$, задачи становятся намного проще.