

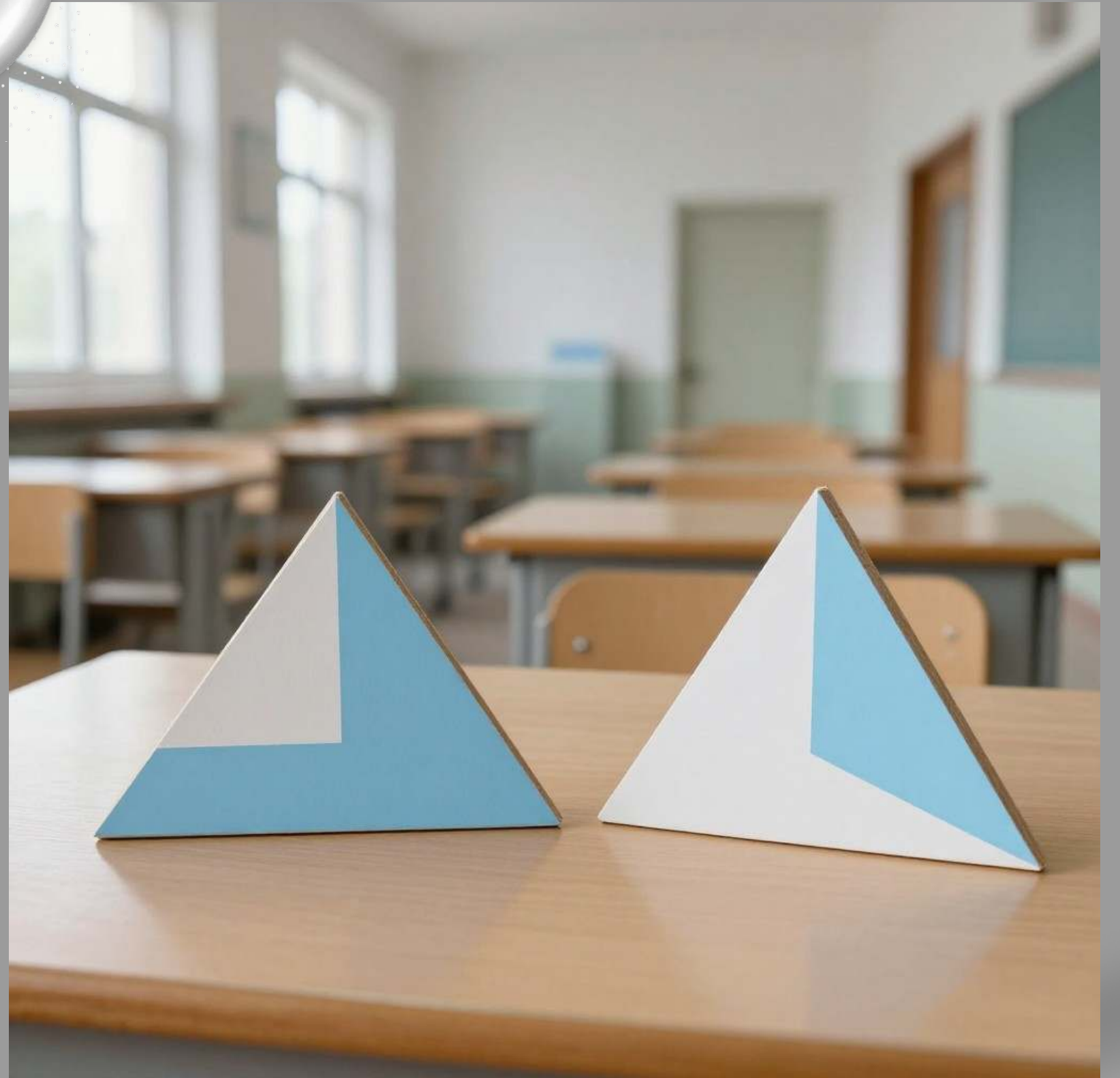
Второй признак равенства треугольников

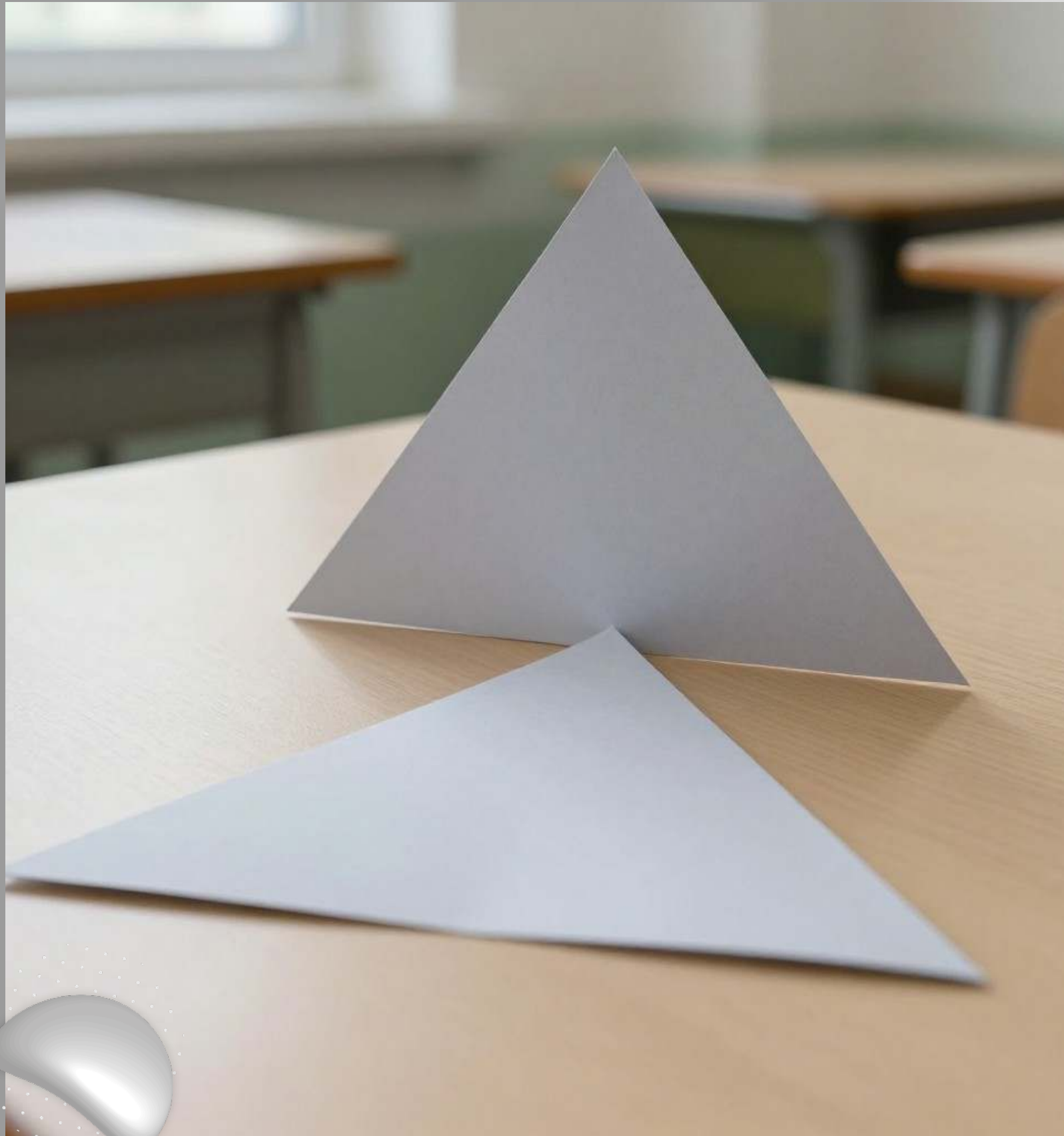
Сторона и два прилежащих угла определяют треугольник полностью.



Как тема связана с геометрией 7 класса

Этот признак изучают после знакомства с треугольником, углами и сторонами. Он помогает сравнивать фигуры по соответствующим элементам и особенно полезен в задачах с биссектрисой, параллельными прямыми и симметрией.





Что называют равными треугольниками

Одинаковая форма и размер

Равные треугольники полностью совпадают по форме и размеру. У них попарно равны все соответствующие стороны и все соответствующие углы, поэтому один можно совместить с другим наложением.

Совпадение всех элементов

Если равны только отдельные стороны или углы, этого недостаточно. Для равенства треугольников важно, чтобы совпали все соответствующие элементы: тогда фигуры будут одинаковыми во всех деталях.

Проверка наложением

Наложение показывает равенство наглядно: если один треугольник целиком закрывает другой, значит, их элементы совпадают. Такой способ помогает понять смысл равенства без сложных вычислений.

Связь с доказательством

В задачах равенство треугольников используют как строгий вывод. После него можно переносить равенство на другие стороны и углы и доказывать свойства более сложных фигур.

Формулировка второго признака равенства треугольников

**1**

Берём одну сторону

Сначала выбирают сторону в каждом треугольнике и сравнивают именно её с соответствующей стороной другого треугольника. Без этого сравнения признак не применяется.

**2**

Сравниваем два прилежащих угла

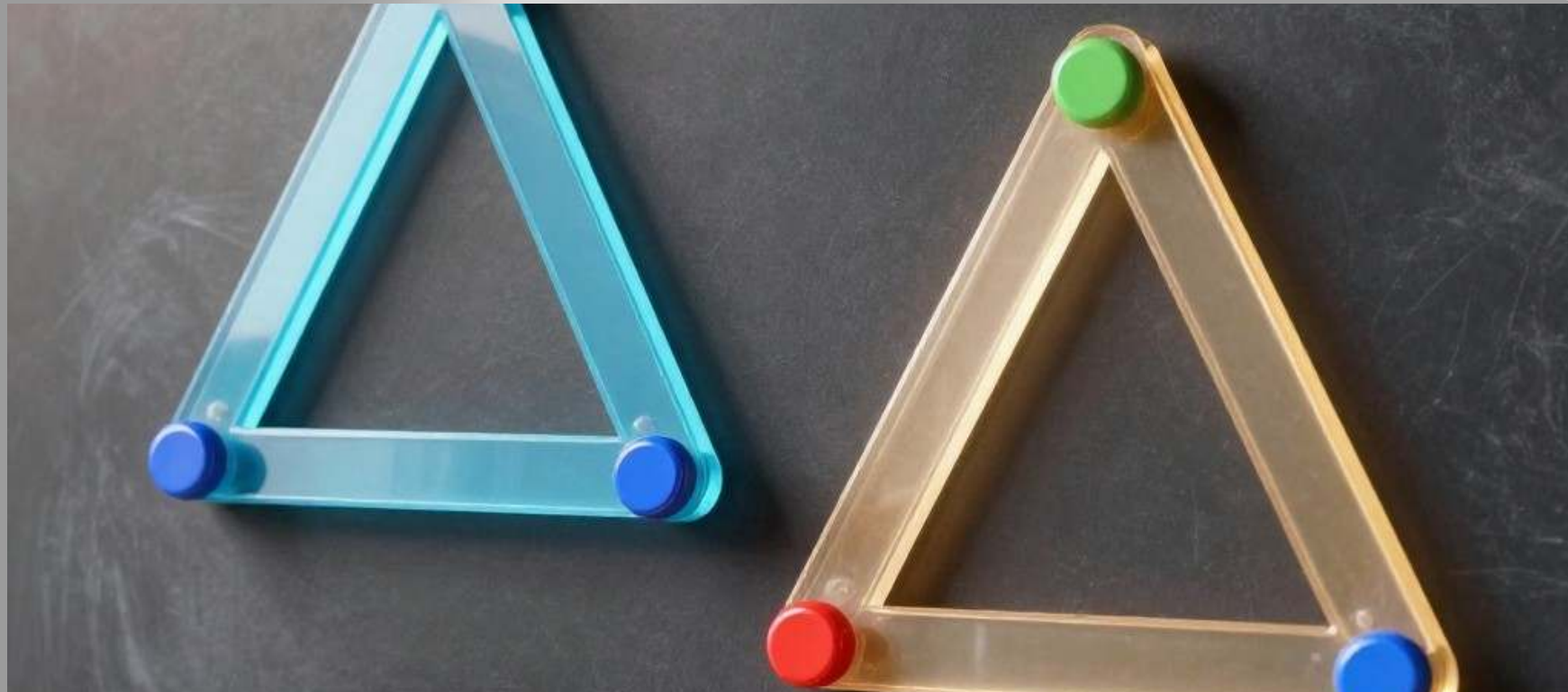
Затем проверяют два угла, которые имеют эту сторону общей. Эти углы должны быть расположены по краям одной и той же стороны в обоих треугольниках.

**3**

Делаем вывод

Если сторона и оба прилежащих к ней угла попарно равны, то треугольники равны. В школьной геометрии это называют вторым признаком равенства треугольников.

Как записывают соответствующие элементы



Сопоставление вершин

В записи $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ соответствие обычно строят по вершинам: $A \leftrightarrow A_1$, $B \leftrightarrow B_1$, $C \leftrightarrow C_1$. Тогда сразу понятно, какие стороны и углы нужно сравнивать между собой, чтобы не ошибиться в доказательстве.



Отметки на чертеже

Равные стороны на рисунке помечают одинаковыми штрихами, а равные углы — одинаковыми дугами. Такая запись делает соответствие наглядным и помогает быстро увидеть, какие элементы уже известны, а какие ещё нужно проверить.

Что нужно проверить для применения признака

Элемент 1	В первом	Во втором
Сторона	AB	A1B1
Угол у A	$\sphericalangle A$	$\sphericalangle A1$
Угол у B	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle B1$

- Сравнение трёх элементов вокруг одной стороны позволяет сделать вывод о равенстве треугольников.
- Если совпали сторона и два прилежащих к ней угла, треугольники равны; этого достаточно для дальнейших выводов о других элементах.

Почему одной стороны и двух углов достаточно

7



Форма становится определённой

Когда известна одна сторона и два угла при ней, треугольник уже нельзя изменить произвольно. Эти данные задают его форму так, что остаётся только один возможный вариант.

Третий угол находится сразу

Сумма углов треугольника равна 180° . Поэтому, зная два угла, можно однозначно вычислить третий и тем самым полностью определить все углы фигуры.

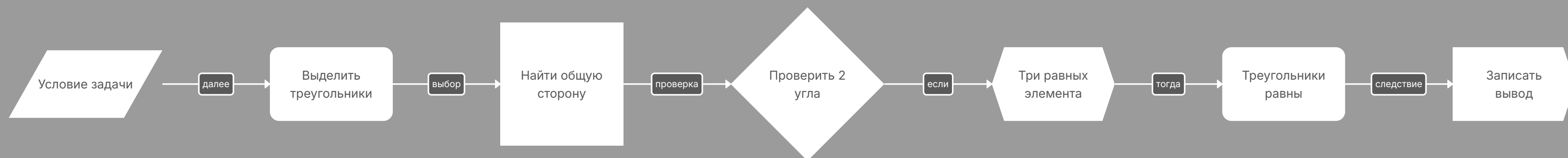
Стороны тоже фиксируются

После задания стороны и всех углов остальные стороны тоже оказываются определёнными. Значит, второй треугольник не может отличаться ни по форме, ни по размеру.

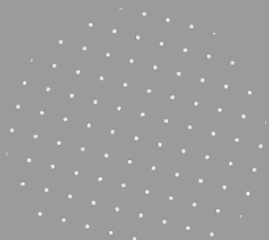
Порядок применения второго признака

Последовательность действий при решении задач на равенство треугольников.

8



Как определить прилежащие углы

**1**

Общая сторона

Прилежащими называют те углы, у которых выбранная сторона является общей стороной. Если взять отрезок АВ, то он должен входить в оба угла как одна и та же сторона.

2

Углы у концов стороны

Для стороны АВ прилежащими будут углы при вершинах А и В. Именно они расположены по краям этой стороны и используются при проверке второго признака равенства.

3

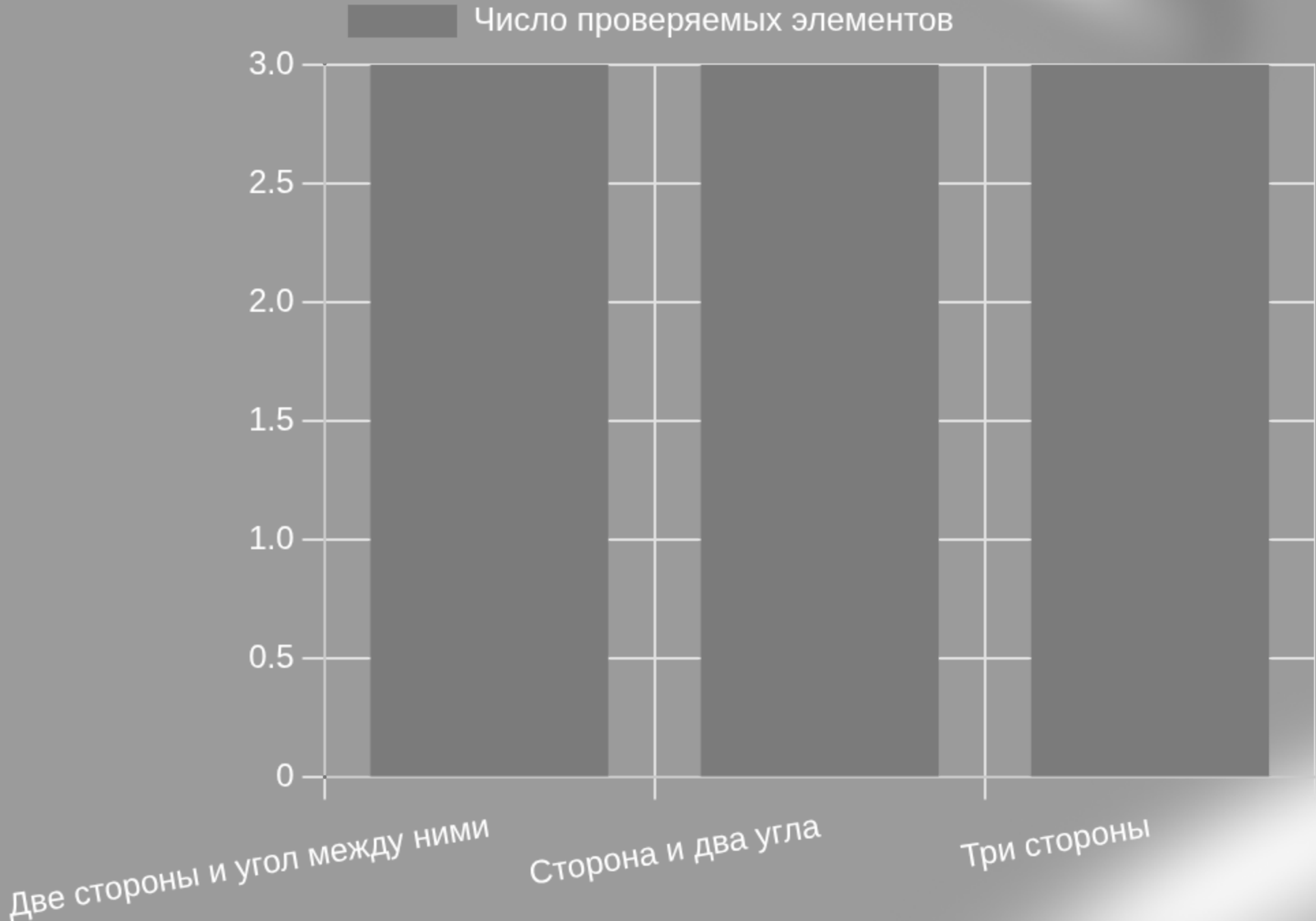
Не путать с третьим углом

Угол при третьей вершине не считается прилежащим к данной стороне. Если перепутать вершины, можно сравнить не те элементы и сделать неверный вывод о равенстве.



Сравнение трёх признаков равенства треугольников

- Все признаки опираются на три элемента, но второй часто удобнее в чертежах, где углы заметить проще, чем дополнительные стороны.
- С точки зрения проверки элементов признаки одинаково компактны; на практике второй часто быстрее применять в задачах с углами и параллельными прямыми.



Типичные ошибки при применении признака

11

Неправильные углы

Нередко сравнивают два угла, которые не прилежат к одной и той же стороне. В этом случае условие второго признака не выполнено, и вывод о равенстве треугольников будет неверным.

Сбившееся соответствие

Ошибка возникает, когда стороны и углы сопоставляют без учёта вершин. Если перепутать соответствующие элементы, можно получить одинаковые значения, но для разных частей фигур.

Угол без общей стороны

Иногда выбирают угол, который не имеет общей стороны с проверяемой стороной треугольника. Тогда угол не является прилежащим, и признак применять нельзя.

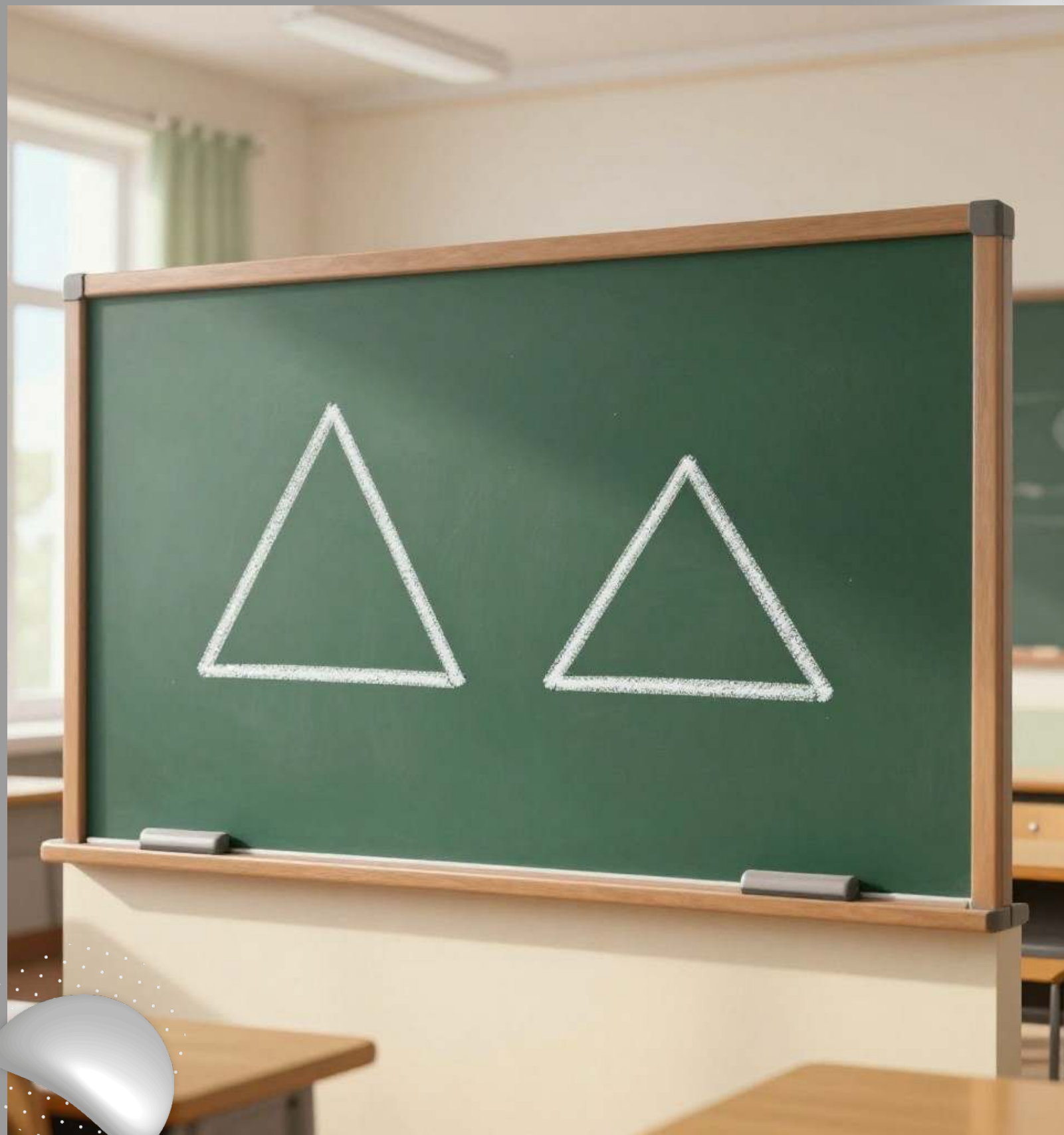


Схема с отмеченными равными элементами

Одна сторона

На схеме одинаковыми штрихами отмечена соответствующая сторона двух треугольников. Это сразу показывает, какие отрезки нужно сравнивать перед применением второго признака.

Два прилежащих угла

Одинаковые дуги указывают на равенство двух углов, лежащих по краям отмеченной стороны. Именно эта пара углов делает проверку признака полной и точной.

Готовый вывод

Когда совпадают сторона и оба прилежащих к ней угла, на рисунке можно записать равенство треугольников. Такая подпись помогает быстро увидеть основание доказательства.

Что следует из равенства треугольников

13

1

Равны все стороны

После доказательства равенства можно сразу утверждать, что соответствующие стороны совпадают по длине. Это позволяет находить неизвестные отрезки, не измеряя их линейкой.

2

Равны все углы

Следом устанавливают равенство соответствующих углов. Благодаря этому легко определять неизвестные углы в чертеже и проверять, какие линии в фигуре имеют одинаковое направление.

3

Использование в выводах

Полученные равенства помогают доказывать параллельность прямых, равенство отрезков и другие свойства рисунка. Поэтому равенство треугольников часто становится ключевым шагом решения.

Пример данных для проверки второго признака

- Сравнение показывает, что у двух треугольников совпадают сторона и оба прилежащих к ней угла. Этого достаточно, чтобы сделать вывод о равенстве фигур.
- Все три нужных элемента совпадают, значит треугольники равны. Тогда равны и остальные соответствующие стороны и углы, например $AC = A_1C_1$ и $\sphericalangle C = \sphericalangle C_1$.

Элемент	1-й треугольник	2-й треугольник
Сторона	$AB = 6\text{ см}$	$A_1B_1 = 6\text{ см}$
Угол при A	40°	40°
Угол при B	70°	70°



180°

— сумма углов треугольника, которая помогает найти третий угол, но сама по себе ещё не доказывает равенство фигур.

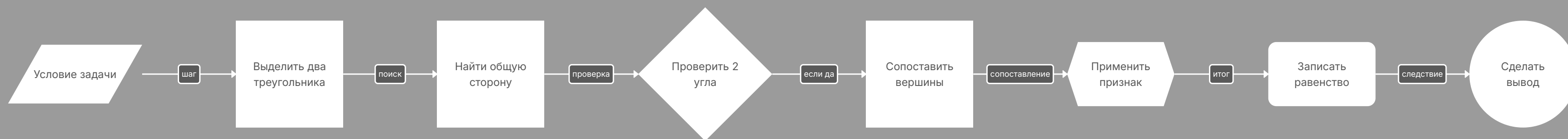
Зная два угла, можно восстановить третий. Однако для второго признака важно ещё совпадение стороны между ними: только тогда треугольники определяются однозначно.

Свойство суммы углов треугольника

Алгоритм решения задач на второй признак

16

Последовательность действий при проверке равенства треугольников по стороне и двум прилежащим углам



Где второй признак встречается в задачах



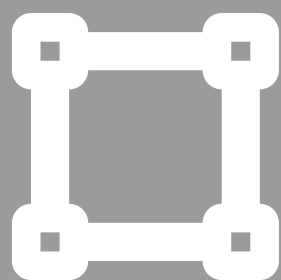
Биссектриса

В задачах с биссектрисой часто получаются два треугольника с общей стороной и равными углами при ней. Это удобно для доказательства их равенства и дальнейших выводов.



Высота и медиана

При рассмотрении высоты или медианы нередко выделяют два треугольника, где легко сравнить одну сторону и прилежащие углы. Такой приём помогает получить точное доказательство.



Четырёхугольники

В четырёхугольниках второй признак часто применяют через диагонали. Если чертёж симметричен, можно быстро заметить равные углы и общую сторону между треугольниками.



Параллельные прямые

Когда на рисунке есть параллельные прямые, появляются равные углы. В сочетании с общей стороной это позволяет доказать равенство треугольников и затем установить новые свойства фигуры.

Что даёт доказательство равенства треугольников

- Чаще всего это позволяет перейти от чертежа к точному решению без измерений и увидеть скрытые равенства, которые не заметны сразу.
- Главный результат — новые равенства элементов фигуры. Чаще всего они помогают находить размеры и углы, а затем доказывать свойства рисунка.

■ Известные длины ■ Известные углы
■ Дополнительные свойства



Краткая формулировка для запоминания



1

Сравниваем одну сторону

Сначала находят соответствующие стороны в двух треугольниках и убеждаются, что выбранная сторона одинакова по длине. Без этого второй признак не начинается.



2

Проверяем два угла

Затем сравнивают именно те два угла, которые прилежат к этой стороне. Если хотя бы один из них не подходит, признак применить нельзя.



3

Делаем вывод

Когда совпали сторона и два прилежащих угла, треугольники равны полностью. После этого можно использовать равенство всех остальных соответствующих элементов.

Главное, что нужно запомнить

Второй признак равенства треугольников учит видеть в чертеже главное: одну сторону и два прилежащих угла. Этот приём делает доказательства короче и точнее.