



Иррациональные числа: что это за числа и где они встречаются

Числа без дроби и без периода: разберём их на примерах.

Почему тема иррациональных чисел важна в 8 классе

Иррациональные числа появляются там, где привычной дроби уже недостаточно: в корнях, диагоналях, окружностях и приближённых вычислениях. Эта тема помогает уверенно работать с действительными числами и понимать, почему не все длины выражаются точно дробью.



Рациональные и иррациональные числа



Рациональные числа

Рациональные числа можно представить в виде дроби a/b , где a и b — целые числа, а b не равно нулю. Их десятичная запись либо конечна, либо повторяет один и тот же период.



Примеры рациональных

К рациональным относятся числа 5 , $-3/4$, $0,125$ и $2,333\dots$. Их легко записать дробью или распознать по конечной либо периодической десятичной форме.



Иррациональные числа

Иррациональные числа не выражаются в виде обычной дроби. Их десятичная запись бесконечна и не имеет повторяющегося периода, поэтому выписать её целиком невозможно.



Примеры иррациональных

К иррациональным числам относятся $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ и π . Они часто возникают в геометрии и вычислениях, когда точный ответ нельзя выразить обычной дробью.

Главный признак иррационального числа

1 Запись в виде дроби

Первый проверочный шаг — попытаться представить число как отношение двух целых чисел. Если это возможно, число рациональное; если нет, нужно смотреть на его десятичную запись и свойства корня.

2 Десятичная форма

У иррационального числа десятичная запись бесконечна и не повторяется по циклу. Именно отсутствие периода отличает его от рациональных чисел, даже если запись выглядит очень длинной.

3 Не путать с бесконечной записью

Бесконечная запись сама по себе ещё не означает иррациональность. У рациональных чисел тоже бывает бесконечная запись, но с периодом, например $0,666\dots$ или $0,121212\dots$

4 Проверка корней

Если дан квадратный корень, важно понять, является ли число под корнем полным квадратом. Когда это не так, корень обычно иррационален.

Корень из 2 и диагональ квадрата

● Естественный пример

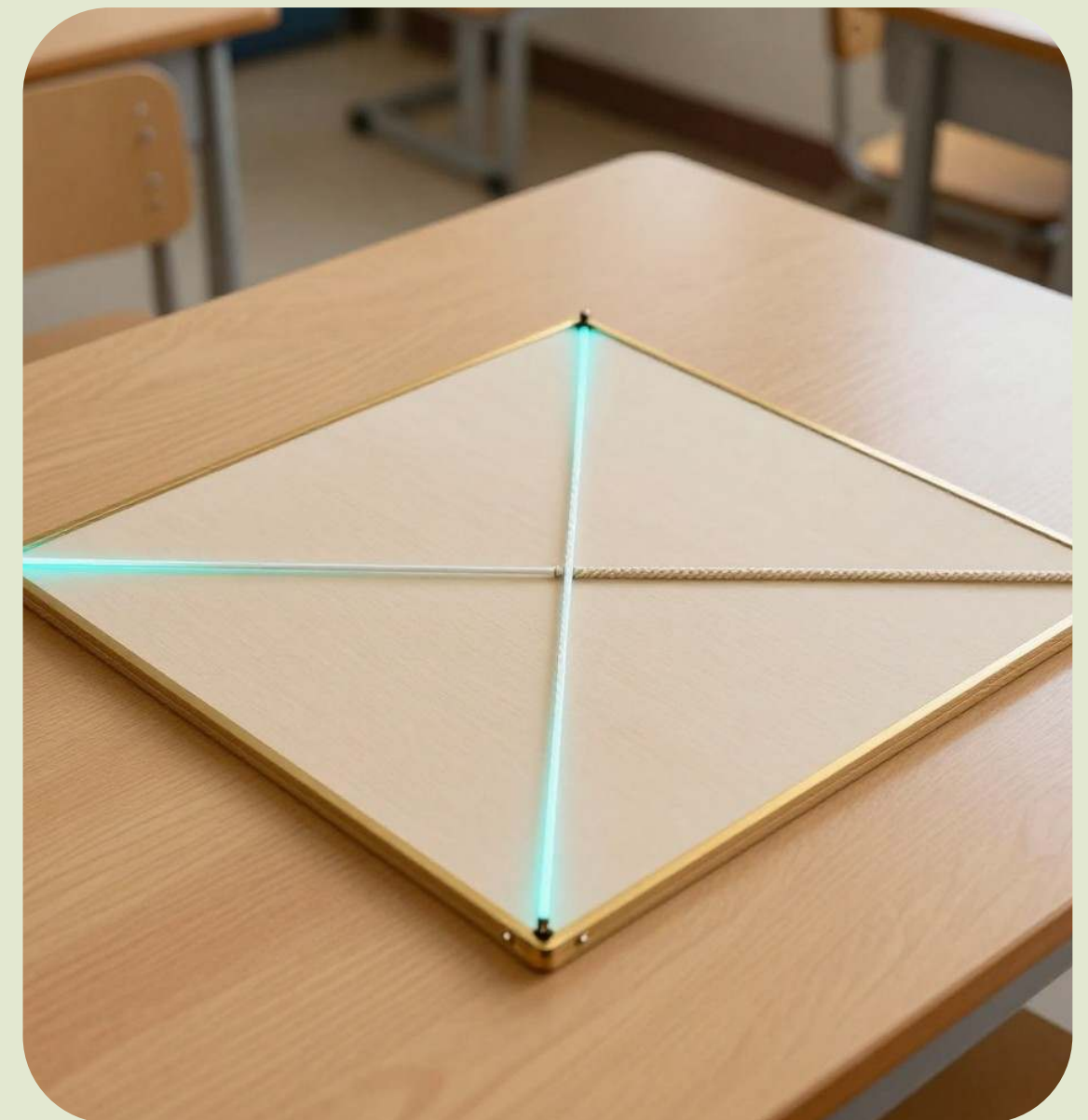
Если сторона квадрата равна 1, его диагональ находится по теореме Пифагора и равна $\sqrt{2}$. Этот пример показывает, что точная длина может не быть дробью.

● Приближённое значение

Число $\sqrt{2}$ примерно равно 1,414. Этого достаточно для расчётов, когда не требуется точный ответ, но важно помнить: это лишь приближение, а не полное значение.

● Почему это важно

Пример с квадратом помогает увидеть разницу между точным геометрическим результатом и его числовой записью. Иногда величина существует точно, но рациональной дробью не выражается.



История открытия несоизмеримых величин



Известные иррациональные числа и их приближённые значения

Число	Приближение	Где встречается
$\sqrt{2}$	1,414	диагональ квадрата
π	3,14159	окружности и круги
e	2,71828	рост и изменение

Все перечисленные числа имеют бесконечную непериодическую десятичную запись и используются для описания разных типов задач.

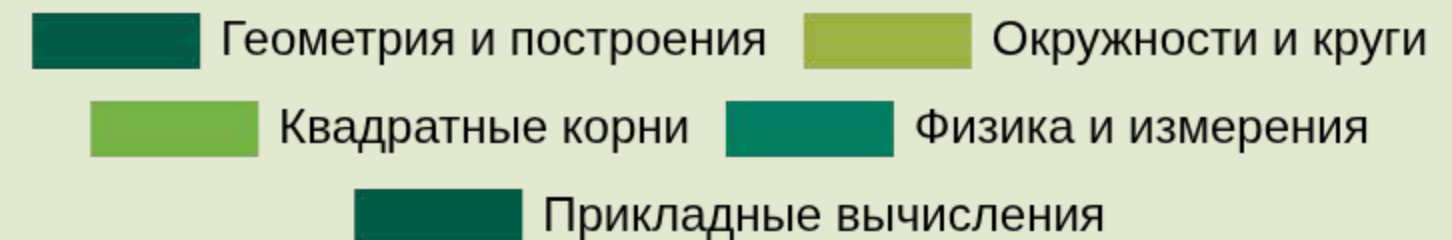
В таблице показаны самые известные иррациональные числа, их приближённые значения и основные области применения.

Школьный курс алгебры и геометрии; стандартные приближения общеизвестных констант

Где иррациональные числа встречаются чаще всего

Чаще всего такие числа появляются там, где нужно вычислять длины, радиусы, диагонали и другие геометрические величины.

Обобщение типичных школьных задач по алгебре и геометрии



Лидирует геометрия, а число π особенно важно для задач с окружностями; остальные области дополняют практическое применение темы.

Десятичная запись иррациональных чисел

01

Бесконечная запись

Иррациональное число нельзя выписать полностью, потому что его десятичная запись продолжается бесконечно. Поэтому в учебнике обычно показывают только несколько первых цифр.

02

Нет повторяющегося периода

Главный признак такой записи — отсутствие повторяющегося цикла. Цифры могут быть очень разными, но у них нет одного повторяющегося фрагмента, как у дробей с периодом.

03

Примеры записи

Например, $\pi = 3,14159265\dots$, а $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$. Эти записи демонстрируют бесконечность и непериодичность, но не передают число целиком.

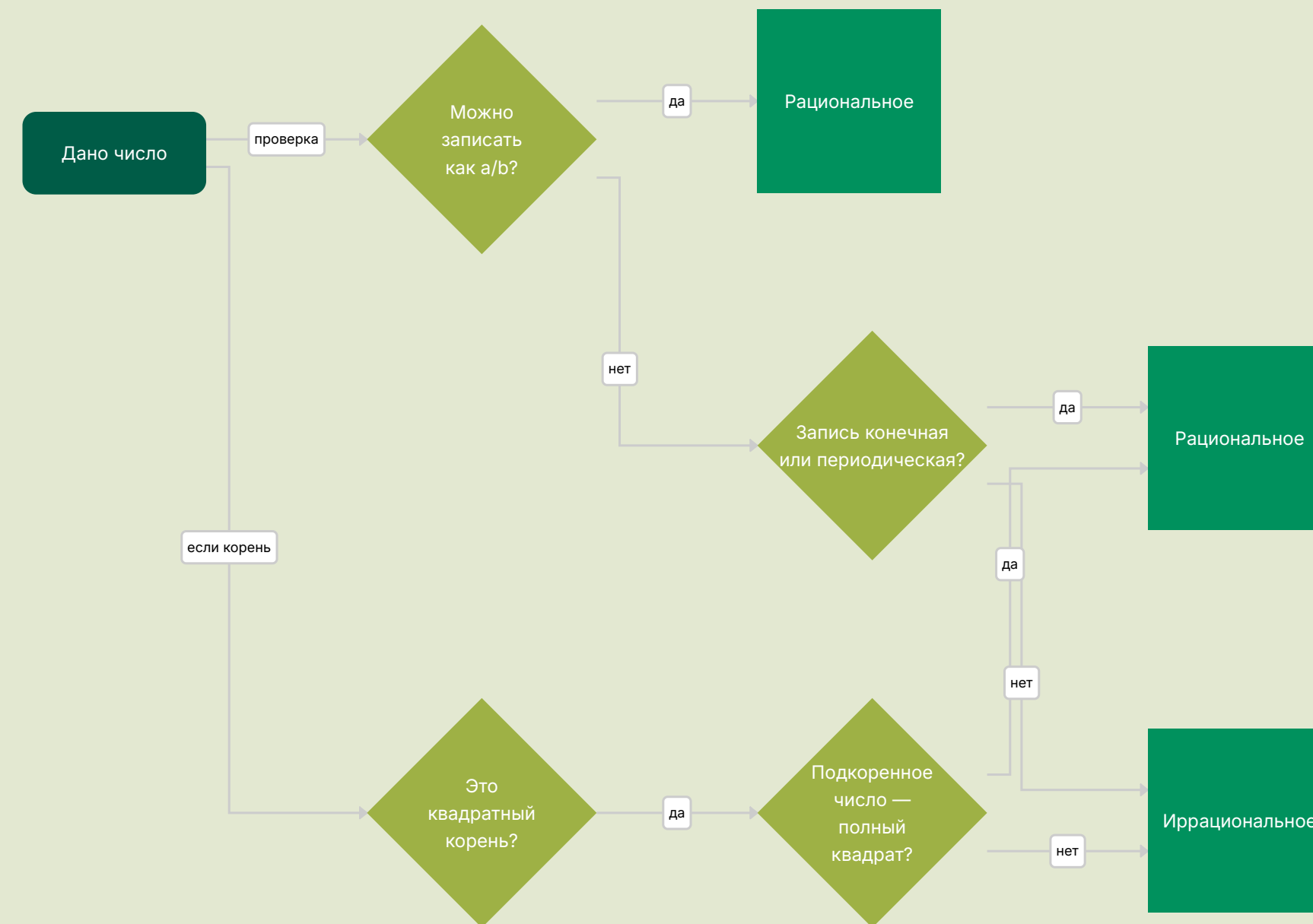
04

Зачем нужны приближения

В задачах используют округлённые значения, если точность до многих знаков не требуется. Это делает вычисления удобнее и помогает получить понятный ответ.

Как распознать иррациональное число

Пошаговая схема проверки числа по его записи и виду



Квадратные корни и школьные примеры



Полные квадраты

Если подкоренное число является полным квадратом, корень даёт целое число. Поэтому $\sqrt{4} = 2$ и $\sqrt{9} = 3$ — рациональные числа, которые легко записать без приближений.



Точный и приближённый ответ

В заданиях важно различать точный корень и его десятичное приближение. Например, $\sqrt{2}$ можно записать точно, но в вычислениях часто используют 1,41 или 1,414.



Неполные корни

Корни из 2, 3, 5 и 7 не дают целого результата и не превращаются в дробь. Такие выражения обычно оставляют в точном виде или заменяют приближением.



Быстрая проверка

Чтобы определить тип корня, достаточно проверить подкоренное число. Если оно не является полным квадратом, корень чаще всего оказывается иррациональным и не имеет конечной десятичной записи.

Число π и длина окружности

1 Связь с окружностью

Число π появляется в формуле $C = \pi d$, где C — длина окружности, а d — её диаметр. Эта связь делает π обязательным в задачах о кругах.

2 Удобные приближения

В школьных вычислениях π обычно заменяют числами 3,14 или 3,1416. Такое приближение помогает быстро получить ответ, если точность до многих знаков не требуется.

3 Почему оно иррационально

Точное значение π нельзя записать конечной дробью: его десятичная запись бесконечна и не повторяется по циклу. Именно поэтому π относят к иррациональным числам.

4 Где применяется

Число π встречается не только в длине окружности, но и в формулах площади круга, измерении колёс, круглых деталей и других объектов с окружностью.

Иррациональные числа в жизни и измерениях



Чертежи и детали

При проектировании деталей и чертежей часто нужны диагонали, радиусы и расстояния между точками. Здесь появляются корни и числа, которые нельзя выразить точной дробью.



Круглые объекты

Для колёс, крышек, тарелок и других круглых предметов используют π . Поэтому иррациональные числа встречаются в бытовых измерениях чаще, чем кажется на первый взгляд.



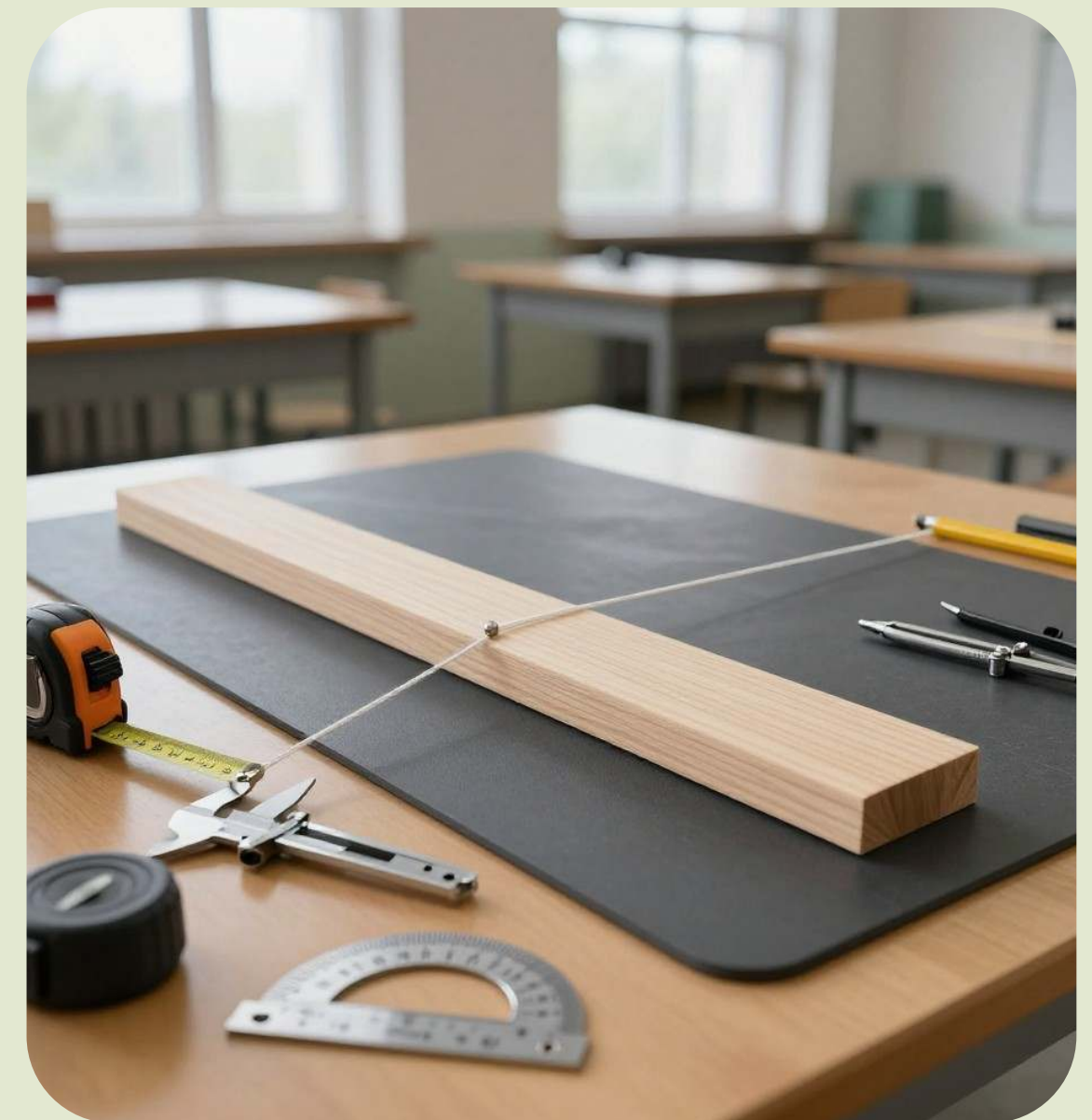
Экран и диагональ

Размер экрана обычно задают по диагонали, а для её вычисления используют теорему Пифагора. Если стороны дают корень, результат может оказаться иррациональным.



Приближение в практике

В реальных измерениях абсолютной точности всё равно не бывает: линейка, рулетка и вычисления дают небольшую погрешность. Поэтому приближённые значения часто оказываются достаточно удобными.





1

главный признак отличает
иррациональные числа от дробей

Именно отсутствие конечной
или периодической записи
показывает, что число не совпадает
ни с одной обыкновенной дробью.

Свойства десятичной записи
рациональных и иррациональных чисел

Рациональные и иррациональные числа на числовой прямой

На одной прямой можно отметить числа обоих видов: дроби, целые и иррациональные значения. Их порядок определяется обычным сравнением чисел, а не типом записи.

Школьное представление действительных чисел; значения π и $\sqrt{2}$ указаны приближённо



Числовая прямая объединяет рациональные и иррациональные числа в множество действительных; между любыми двумя точками всегда можно найти число другого вида.

Приближения и округление в вычислениях

01

Заменяем точное значение

Если число неудобно использовать в вычислениях, его заменяют приближением. Например, $\sqrt{2}$, π и $\sqrt{5}$ часто берут с двумя или тремя знаками после запятой.

02

Точность зависит от задачи

Чем больше знаков сохранено, тем точнее результат. Но в школьной задаче важно не перегружать ответ лишними цифрами и соблюдать требуемую точность.

03

Округление по условию

Ответ округляют до десятых, сотых или тысячных только тогда, когда это соответствует условию. Иначе можно получить запись, которая выглядит точной, но не нужна.

04

Проверяем смысл ответа

После вычислений полезно сравнить результат с условием и единицами измерения. Это помогает заметить ошибки и не перепутать точное значение с приближённым.

Примеры чисел: рациональное или иррациональное

Таблица помогает быстро проверить тип числа по его записи, виду корня или наличию периода в десятичной дроби.

Школьные примеры для распознавания рациональных и иррациональных чисел

Число	Тип	Признак
0,75	рациональное	$\frac{3}{4}$
0,333...	рациональное	период
2,1010010001...	иррациональное	без периода
$\sqrt{16}$	рациональное	равно 4

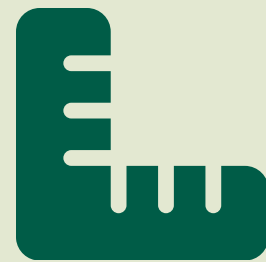
Конечная или периодическая запись указывает на рациональное число, а непериодическая бесконечная запись и неполные корни — на иррациональное.

Связь с теоремой Пифагора



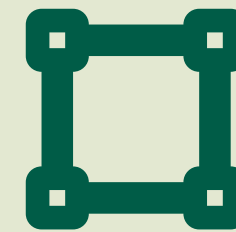
Гипотенуза

В прямоугольном треугольнике длина гипотенузы находится по теореме Пифагора. Если катеты равны 1 и 1, получается $\sqrt{2}$ — иррациональное число.



Измерение расстояний

При вычислении диагоналей, отрезков и расстояний в геометрии часто возникают корни. Когда подкоренное число не является полным квадратом, результат может быть иррациональным.

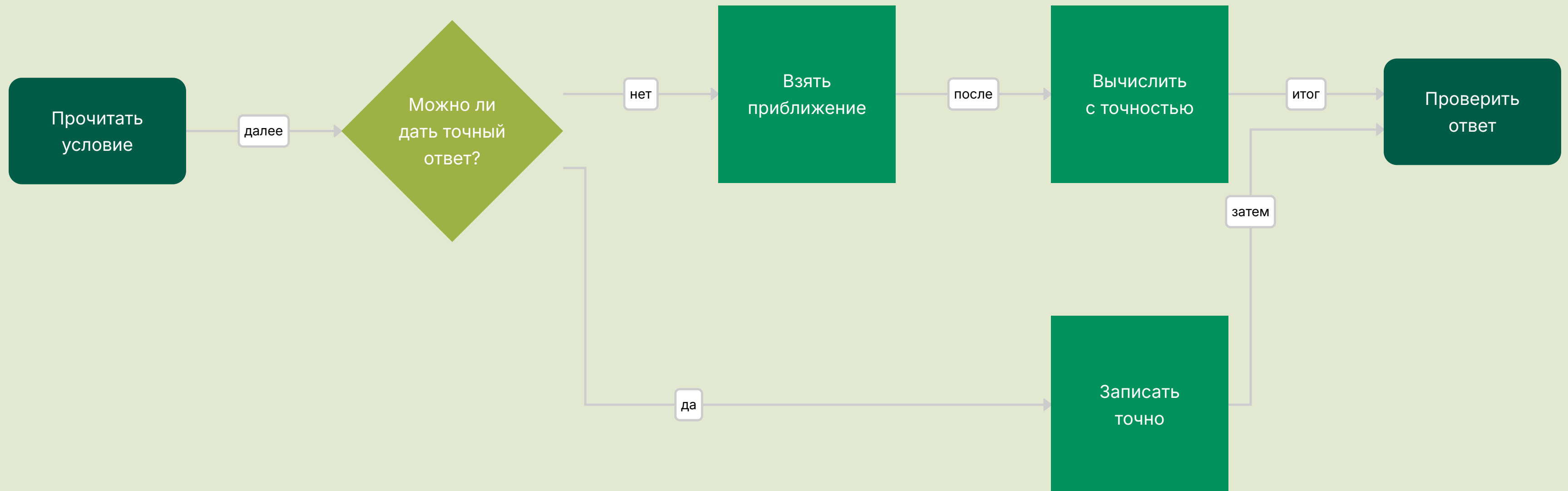


Геометрические задачи

Примеры 1 и 2 или 1 и 1 показывают, что иррациональные числа появляются естественно, без специальных приёмов. Это делает их важной частью школьной геометрии.

Как решать задачи с иррациональными числами

Последовательность помогает выбрать между точным ответом и приближением, а затем проверить результат по условию задачи.





Иррациональные числа расширяют представление о числах

Иррациональные числа показывают, что не все величины можно выразить дробью. Они нужны в геометрии, измерениях и вычислениях, а их примеры учат работать с точностью и приближениями.

