

Формулы сокращённого умножения

Быстрый способ раскрывать скобки,
разлагать выражения и считать
без лишних шагов.



Зачем нужны формулы сокращённого умножения

- Эти формулы помогают преобразовывать выражения в 7 классе, опираясь на распределительный закон умножения. Они полезны при решении уравнений, упрощении записей и проверке вычислений.



Квадрат суммы

1

Основная запись

Формула $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ показывает, как раскрывается квадрат суммы. В ней всегда есть три части с понятным порядком.

2

Что означает средний член

Слагаемое $2ab$ появляется как удвоенное произведение двух чисел или выражений. Именно оно отличает квадрат суммы от простого сложения квадратов.

3

Главная ошибка

Квадрат суммы нельзя заменить на $a^2 + b^2$. Между слагаемыми обязательно появляется произведение, поэтому при раскрытии скобок важно учитывать все три члена.

Квадрат разности

1

Формула

Запись $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ очень похожа на квадрат суммы, но знак перед средним членом меняется. Это главное отличие формул.

2

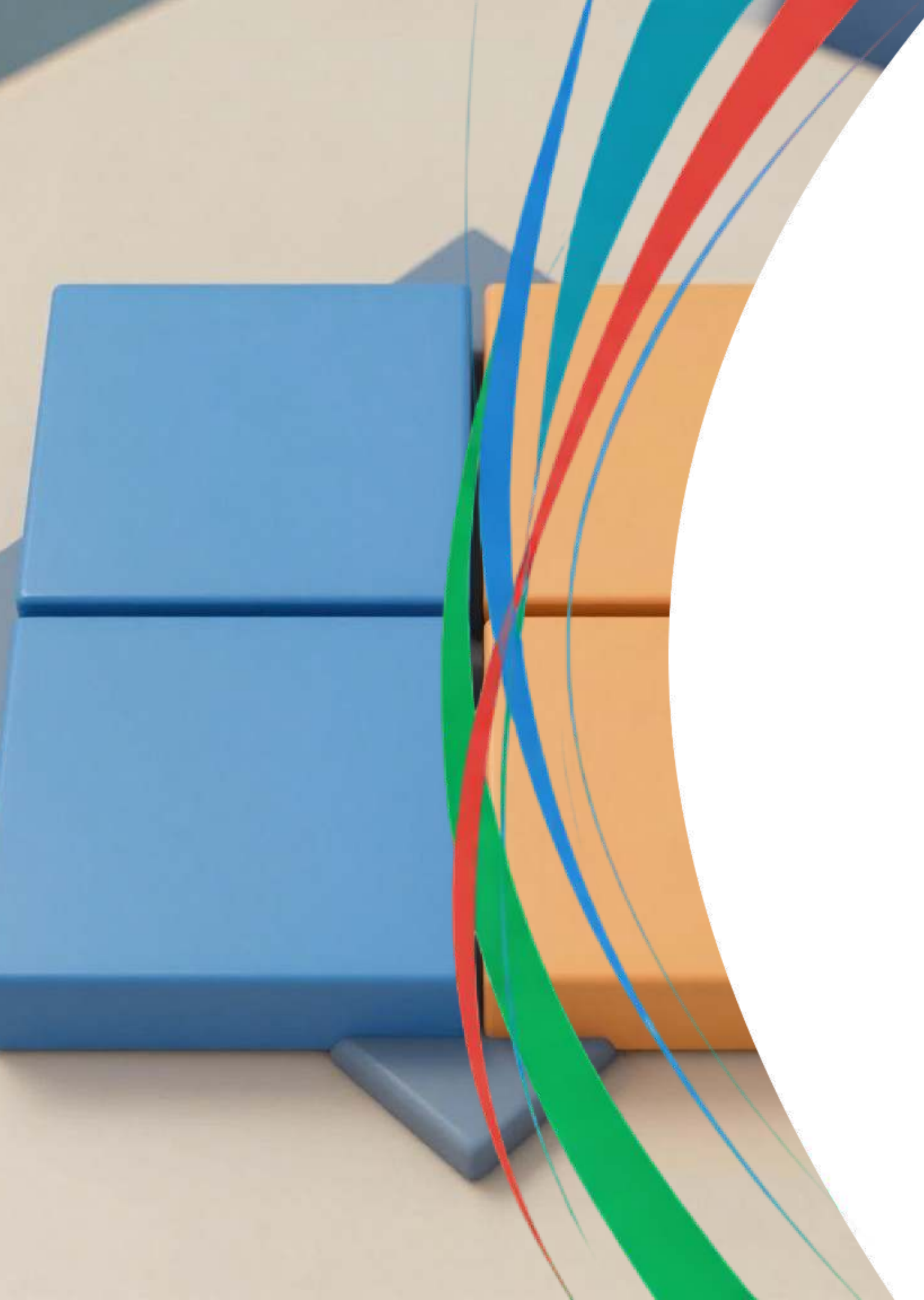
Почему знаки такие

Первое и последнее слагаемые остаются положительными, потому что они являются квадратами. Отрицательным становится только удвоенное произведение, связанное с вычитанием.

3

Как запомнить

Если в скобках стоит разность, то после раскрытия всегда получится минус перед $2ab$. Такой признак помогает быстро выбрать нужную формулу и не ошибиться.



Геометрический смысл квадрата суммы

Одна большая фигура

Квадрат со стороной $a+b$ можно рассмотреть как целую фигуру, площадь которой нужно найти через части. Это делает формулу наглядной и понятной.

Четыре части площади

Внутри получаются квадрат a^2 , квадрат b^2 и два прямоугольника площадью ab . Вместе они складываются в выражение $a^2 + 2ab + b^2$.

Связь с алгеброй

Геометрическая схема показывает, что формула не случайна: она отражает разбиение площади на части. Так алгебраические действия становятся визуально яснее.

Разность квадратов

1

Формула разложения

Запись $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ превращает разность квадратов в произведение двух скобок. Это удобный способ переписать выражение в более простой форме.

2

Что объединяет скобки

В правой части используются те же величины, но с разными знаками. Одна скобка содержит разность, другая — сумму, и вместе они дают исходное выражение.

3

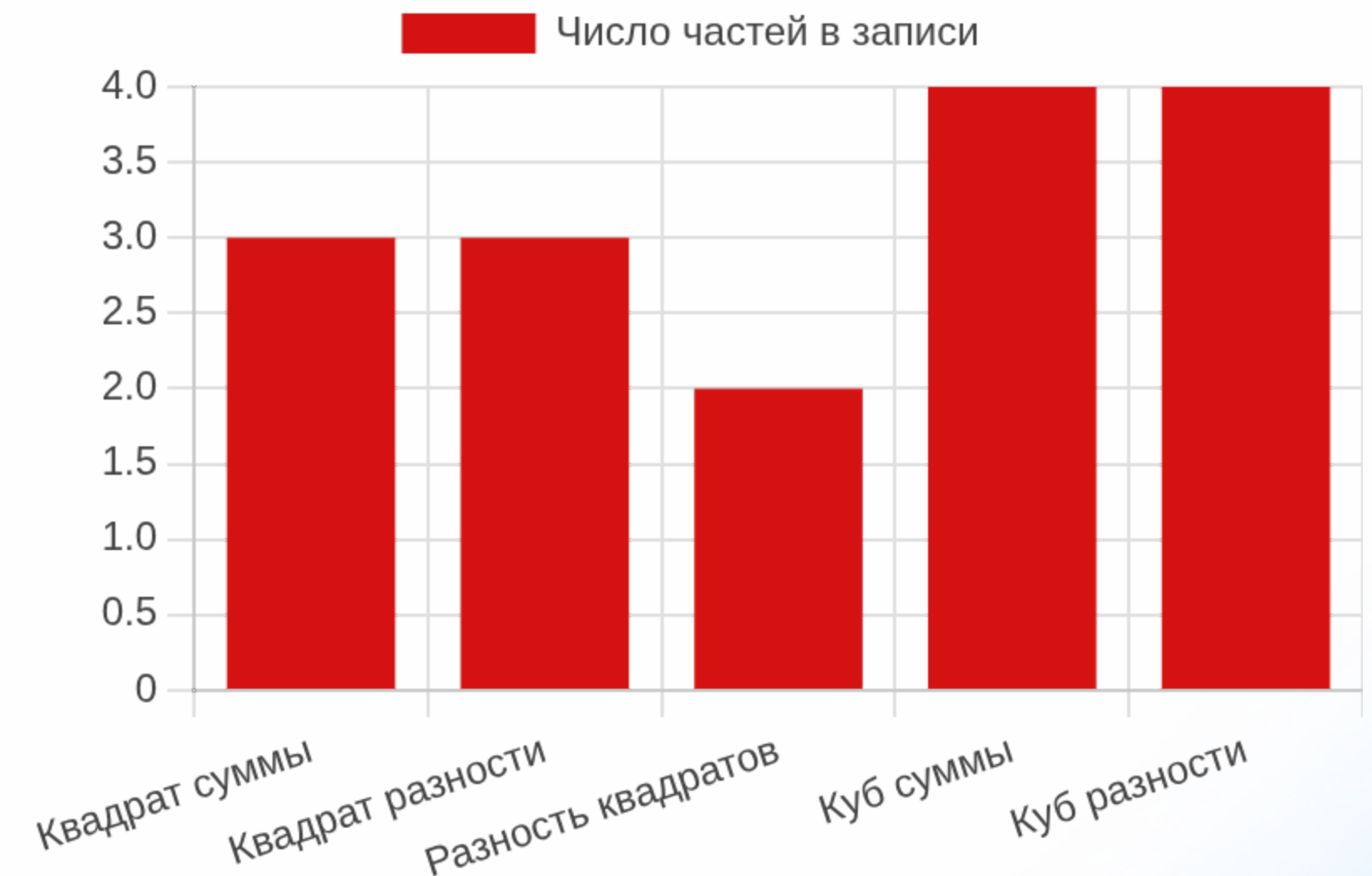
Где применяется

Эта формула особенно полезна при разложении выражений на множители. Она позволяет быстрее преобразовывать записи и замечать скрытую структуру выражения.

Сравнение основных формул сокращённого умножения

Сравнение показывает, что у квадратов структура проще, а у кубов появляется больше членов. Разность квадратов выделяется тем, что раскладывается на два множителя.

Чем выше степень, тем больше членов в раскрытой записи; при разности квадратов результат сразу представляется в виде произведения.



Школьный курс алгебры, 7 класс

1, 3, 3, 1

**коэффициенты в формуле куба суммы
образуют этот симметричный ряд**

Эта последовательность помогает быстро
восстановить формулу и проверить
правильность раскрытия скобок.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Куб разности

Чередование знаков

.....

Формула $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ сохраняет те же коэффициенты, но знаки меняются по порядку. Это важно при раскрытии скобок.

Структура коэффициентов

.....

Числа 1, 3, 3, 1 повторяются так же, как в кубе суммы. Поэтому полезно запомнить не только запись, но и закономерность построения.

Проверка ошибок

.....

Если в ответе сбился хотя бы один знак, результат уже будет неверным. Формула куба разности помогает быстро заметить такие неточности в вычислениях.

Сводная таблица формул сокращённого умножения

Краткая таблица помогает увидеть, как связаны название формулы, её запись и результат преобразования.

Все формулы основаны на повторяющихся произведениях и строгом порядке членов; главное — внимательно следить за знаками и степенью.

Формула	Запись	Результат
Квадрат суммы	$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$
Квадрат разности	$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$
Разность квадратов	a^2-b^2	$(a-b)(a+b)$
Куб суммы	$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Куб разности	$(a-b)^3$	$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Школьный курс алгебры, 7 класс

Как определит ь нужную формулу

Схема выбора: сначала определяют степень выражения, затем проверяют, является ли оно суммой, разностью или разностью квадратов.

Как не путать формулы между собой



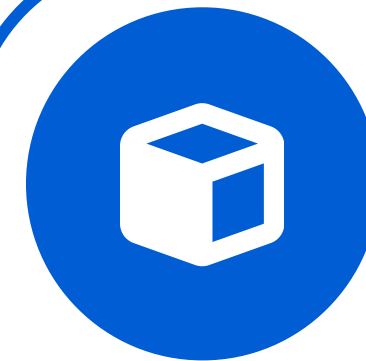
Квадрат суммы

Запомните главный признак: в середине стоит положительный удвоенный член $2ab$. Если знак меняется на минус, это уже другая формула, и проверять нужно особенно внимательно.



Разность квадратов

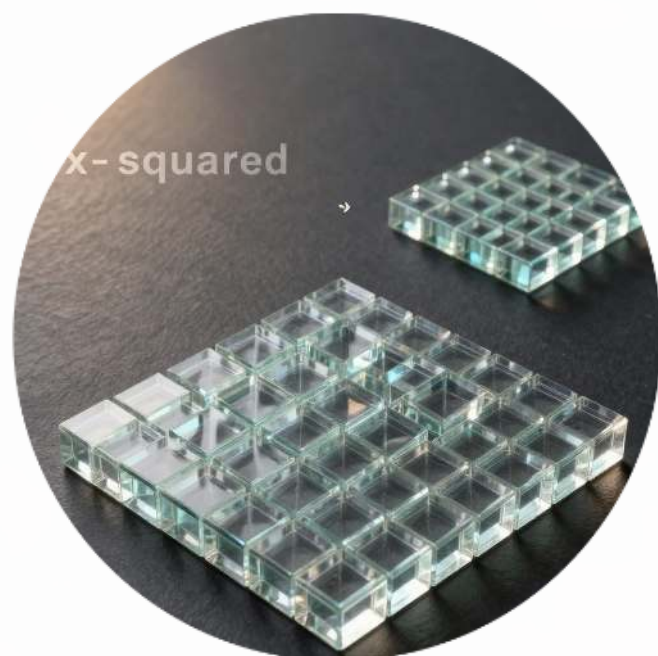
У этой формулы всегда две скобки: одна содержит плюс, другая — минус. По виду она легко узнаётся, потому что слева стоит разность квадратов, а справа — произведение.



Кубы

В формулах куба помогает ряд коэффициентов 1, 3, 3, 1. Если помнить эту последовательность и чередование знаков, раскрывать скобки становится намного проще.

Пример раскрытия квадрата суммы



Сначала квадрат каждого слагаемого

В выражении $(x+5)^2$ первый шаг очевиден: квадрат даёт x^2 , а число 5 превращается в 25. Эти два члена образуют края записи и сразу показывают структуру результата.



Потом появляется средний член

Середина формулы возникает из удвоенного произведения двух слагаемых: $2 \cdot x \cdot 5 = 10x$. Именно этот член связывает оба слагаемых и объясняет, почему квадрат суммы нельзя заменить простой суммой квадратов.

Пример разложения на множители

1

Узнаём квадраты

Сначала замечаем, что 49 можно записать как 7^2 , а y^2 — это квадрат переменной y . Значит, выражение подходит для формулы разности квадратов.

2

Записываем скобки

По формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ получаем две скобки с одними и теми же числами. В одной стоит минус, в другой — плюс, поэтому результат легко проверить.

3

Проверяем ответ

Если перемножить $(7 - y)(7 + y)$, снова получится $49 - y^2$. Такая проверка помогает убедиться, что множители записаны верно и знаки не перепутаны.





Где используются формулы сокращённого умножения

Упрощение выражений

Формулы помогают быстро заменять длинные записи более короткими. Это особенно удобно, когда нужно привести выражение к простому виду и не потерять ни одного члена.

Решение уравнений

При решении уравнений формулы сокращённого умножения помогают раскладывать выражения на множители. Тогда можно перейти от громоздкой записи к более понятным скобкам и упростить поиск корней.

Вычисления и проверки

Их используют в устных вычислениях, при проверке ответа и в задачах на площади. Благодаря этим формулам легче заметить ошибку и быстрее получить результат.

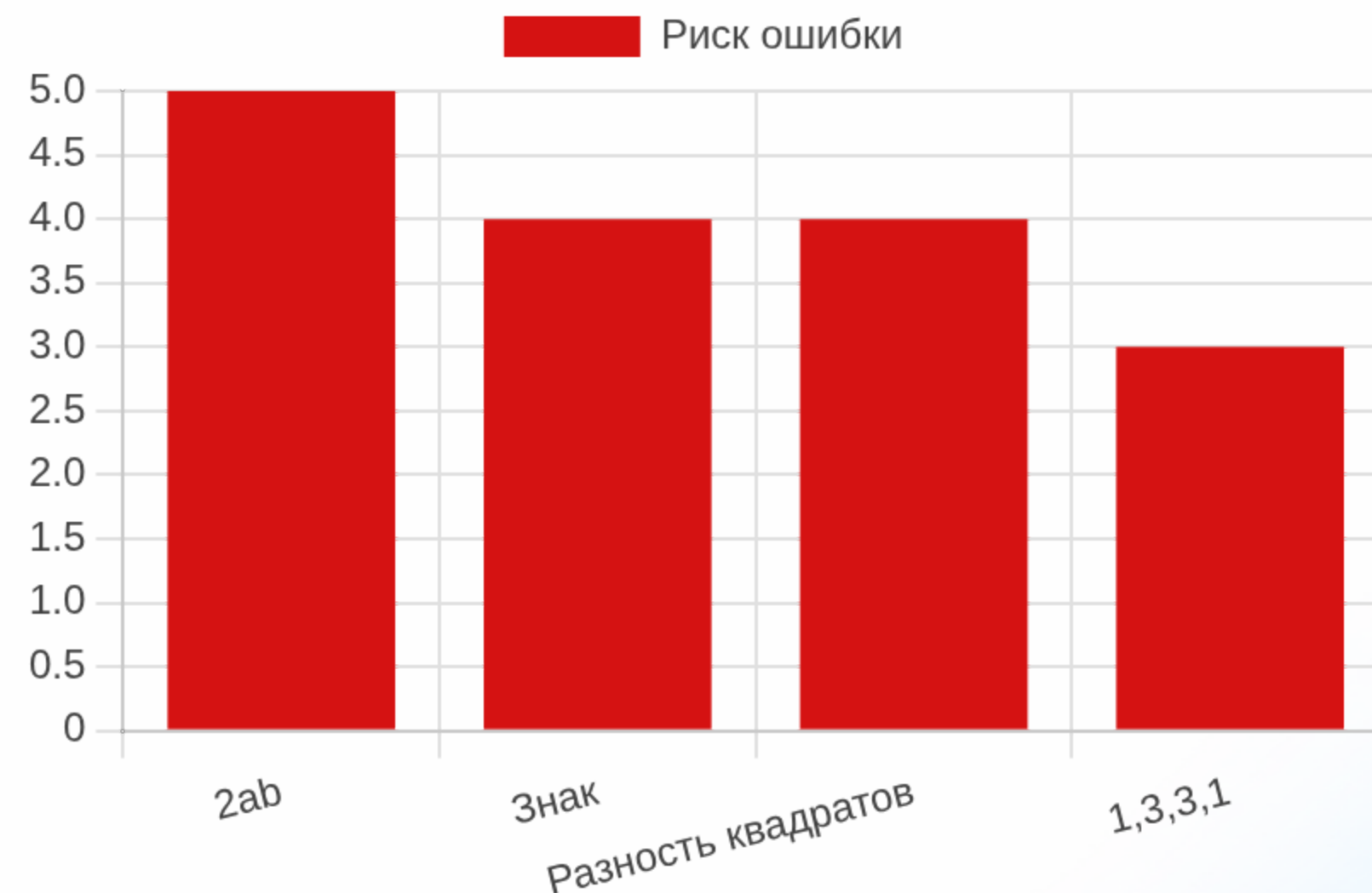
Работа с многочленами

При преобразовании многочленов формулы сокращённого умножения сокращают количество действий. Это делает запись аккуратнее и помогает сосредоточиться на главном шаге решения.

Типичные ошибки при применении формул

Такие ошибки чаще всего появляются при быстром письме и отсутствии проверки. Особенно полезно сразу отмечать средний член и знаки перед подстановкой ответа.

Наиболее уязвимы средний член и знаки; значит, проверка по формуле и обратное раскрытие скобок заметно снижают число ошибок.



Методический разбор типичных ошибок по теме «Формулы сокращённого умножения»

Связь формул с распределительным законом

1

Каждый с каждым

При раскрытии скобок каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. Из этого правила сразу получается закономерный вид всех формул сокращённого умножения.

2

Откуда берётся средний член

В квадрате суммы и разности появляется произведение двух разных слагаемых дважды. Поэтому возникает удвоенный член $2ab$, а его знак зависит от исходного выражения.

3

Почему есть две скобки

Разность квадратов можно представить как произведение суммы и разности, потому что при раскрытии скобок смешанные слагаемые сокращаются. Именно так получается $a^2 - b^2$.

4

Как проверить формулу

Любую запись можно проверить обратным умножением. Если после раскрытия скобок получается исходное выражение, значит, формула выбрана верно и преобразование выполнено правильно.

Мини-тренировка на распознавание формул

Выражение	Формула	Результат
$(m+2)^2$	квадрат суммы	m^2+4m+4
$(p-4)^2$	квадрат разности	$p^2-8p+16$
a^2-16	разность квадратов	$(a-4)(a+4)$
$(x+1)^3$	куб суммы	x^3+3x^2+3x+1

Сопоставьте вид выражения с нужной формулой и проверьте, как выглядит результат после преобразования.

Сначала определяют тип выражения, затем подбирают формулу; это позволяет быстро получить ответ и избежать лишних действий.

Алгоритм работы с формулами сокращённого умножения

Последовательность
действий: определить тип
выражения, выбрать
формулу, выполнить
преобразование и проверить
ответ раскрытием скобок.

Формулы, которые ускоряют решение

Формулы сокращённого умножения делают преобразования короче и понятнее. Если помнить структуру выражений, внимательно следить за знаками и проверять результат, задачи по алгебре решаются намного увереннее.