



Прямая и обратная пропорциональность в алгебре 7 класса

Две величины могут меняться по разным правилам: вместе или навстречу друг другу.

Где встречаются пропорции

Пропорциональные зависимости помогают считать цену, путь, расход материалов и время работы. Они показывают, как из чисел и таблиц получать понятные выводы о реальных ситуациях.



Прямая пропорциональность: основное определение

1 Меняются в одном направлении

Если одна величина растёт, другая тоже растёт; если одна уменьшается, другая уменьшается. Поэтому их изменения идут согласованно и предсказуемо.

2 Формула зависимости

Прямую пропорциональность записывают формулой $y = kx$. Здесь k показывает, во сколько раз изменяется y при изменении x на одну единицу.

3 Постоянное отношение

Для такой зависимости отношение y/x остаётся одинаковым для любых подходящих значений. Именно это свойство помогает распознавать прямую пропорциональность в таблицах.

4 Смысл в задачах

Прямая пропорциональность часто описывает покупку одинаковых предметов, движение с постоянной скоростью и расход материалов, где большее количество связано с большим результатом.

Признаки прямой пропорциональности

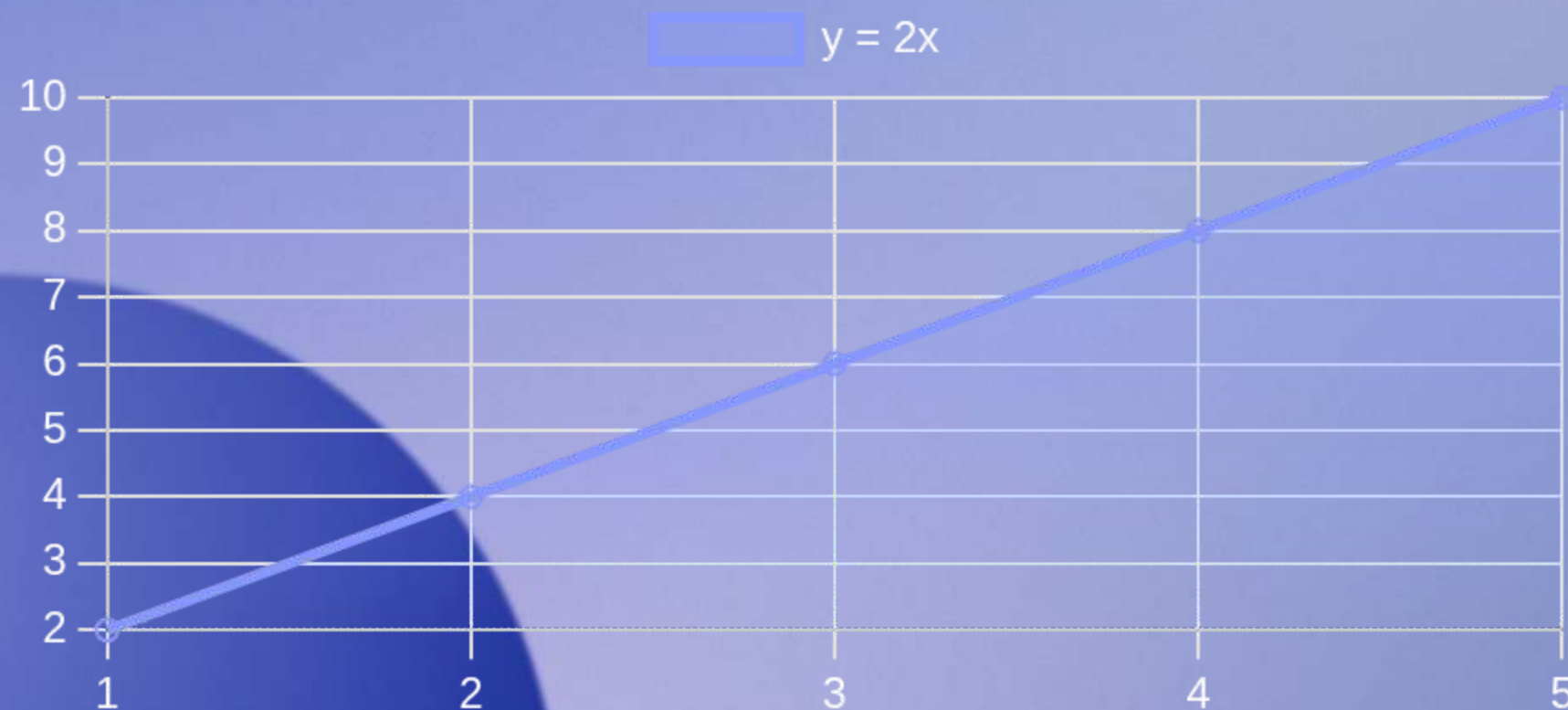
Признак	Что наблюдается	Пример
y/x постоянно	одинаковое отношение	тетради по 30 ₽
x растёт	y растёт	2 тетради — 60 ₽
x уменьшается	y уменьшается	5 тетрадей — 150 ₽
график через $(0; 0)$	прямая линия	линейный график

По таблице удобно увидеть, как распознать прямую пропорциональность и чем она отличается от других зависимостей.

Постоянным остаётся отношение y/x , поэтому зависимость можно быстро проверить по нескольким значениям и по виду графика.

Учебный пример прямой пропорциональности: стоимость одинаковых тетрадей

Как меняются величины при прямой пропорции



Составленный учебный ряд значений для зависимости $y = 2x$

Точки на графике показывают одинаковый шаг роста: при каждом увеличении x на 1 значение y увеличивается на 2.

График подтверждает прямую пропорциональность: зависимость возрастает по прямой, а коэффициент k равен 2.

Пример: покупка тетрадей

Цена за штуку

Одна тетрадь стоит 25 рублей, поэтому именно это значение становится постоянной ценой одной единицы товара.

Первые покупки

За две тетради нужно заплатить 50 рублей, а за четыре — 100 рублей: стоимость растёт вместе с количеством.

Больше тетрадей — больше сумма

Если купить шесть тетрадей, заплатить придётся 150 рублей. Все значения подчиняются одной и той же формуле.

Вывод по примеру

Такая ситуация показывает прямую пропорциональность: общая стоимость равна цене одной тетради, умноженной на их число.



80 рублей

за 1 килограмм яблок

Это значение показывает цену одной единицы товара и помогает находить стоимость любой покупки, если известна масса.

Учебный пример: 3 кг яблок стоят 240 рублей

Как решать задачи на прямую пропорциональность

Последовательность действий для задач о цене, скорости, пути, массе и одинаковых предметах



Обратная пропорциональность: основное определение

1 Изменяются в разных направлениях

Когда одна величина увеличивается, другая уменьшается. Если первая становится в два раза больше, вторая становится в два раза меньше.

2 Формула зависимости

Обратную пропорциональность записывают формулой $y = k/x$. В ней k — постоянное число, которое не меняется при переходе от одного значения к другому.

3 Постоянное произведение

Главный признак такой зависимости — постоянство произведения $x \cdot y$. Если значения меняются, их произведение остаётся одинаковым для всех подходящих пар.

4 Где встречается

Эта зависимость часто описывает задачи о рабочих и времени, скорости и времени, а также о количестве кранов и наполнении ёмкости.

Признаки обратной пропорциональности

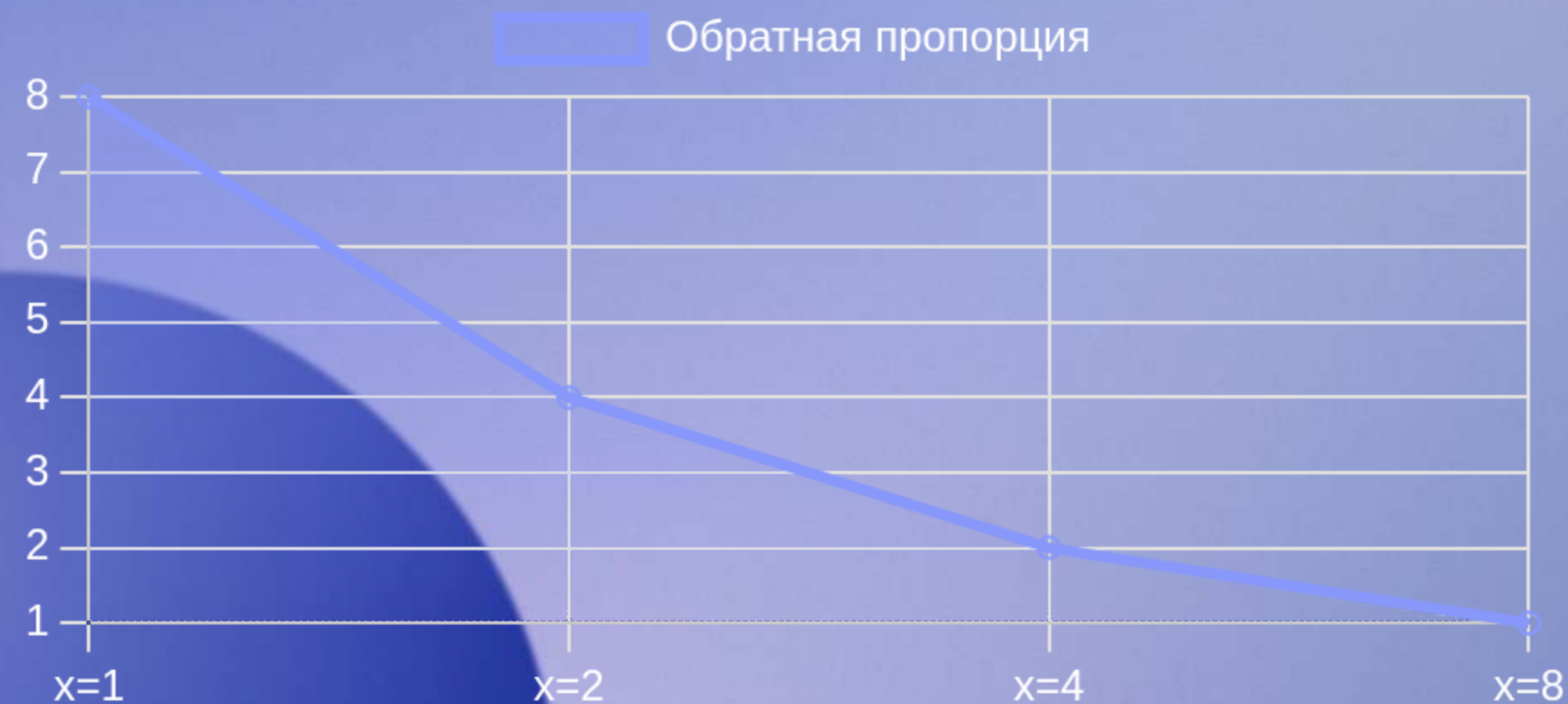
Признак	Что наблюдается	Пример
$x \cdot y$ постоянно	одно и то же произведение	4 рабочих — 6 часов
x растёт	y уменьшается	8 рабочих — 3 часа
x уменьшается	y увеличивается	2 рабочих — 12 часов
не прямая линия	убывающая кривая	график зависимости

Учебный пример обратной пропорциональности: рабочие и время выполнения работы

Таблица помогает увидеть, по каким признакам распознают обратную пропорциональность в задачах и графиках.

Постоянным остаётся произведение $x \cdot y$, поэтому увеличение одной величины ведёт к уменьшению другой; по этому признаку зависимость легко отличить от прямой.

Как меняются величины при обратной пропорции



Учебный пример по теме «Обратная пропорциональность».

При удвоении значения x соответствующее y уменьшается в два раза. Это удобно проверять по произведению: оно остаётся одинаковым для всех точек.

Точки лежат на убывающей кривой, а постоянное произведение $x \cdot y$ подтверждает обратную пропорциональность.

Пример: рабочие и время выполнения работы

1 Известное условие

Если 4 рабочих справляются с работой за 6 часов, можно сравнить это с другими количествами исполнителей. При одинаковой производительности меняется только время выполнения.

2 Больше рабочих

Когда число рабочих увеличивается до 8, работа выполняется быстрее: каждый вносит свой вклад, поэтому срок сокращается до 3 часов. Это признак обратной зависимости.

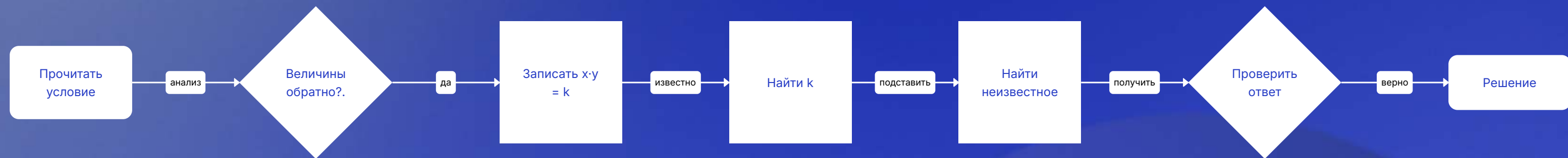
3 Меньше рабочих

Если в бригаде остаётся 2 человека, время возрастает до 12 часов. Такое изменение показывает, что при уменьшении одной величины другая увеличивается.



Алгоритм решения через обратную зависимость

Последовательность шагов для задач на число рабочих, скорость, краны и время при постоянном объёме работы.



Как отличить прямую и обратную пропорциональность



Одинаковое направление

Если обе величины растут или уменьшаются вместе, а отношение y/x не меняется, перед нами прямая пропорциональность. Это видно в таблице по нескольким парам значений.



Разные направления

Если одна величина увеличивается, а другая уменьшается, и произведение $x \cdot y$ остаётся постоянным, зависимость обратная. Формула и смысл задачи должны совпадать.



Проверка по данным

Полезно сравнить не одну, а несколько строк таблицы. Так легче заметить закономерность и не спутать настоящую обратную пропорциональность с просто убывающим графиком.

Сравнение двух видов пропорциональности

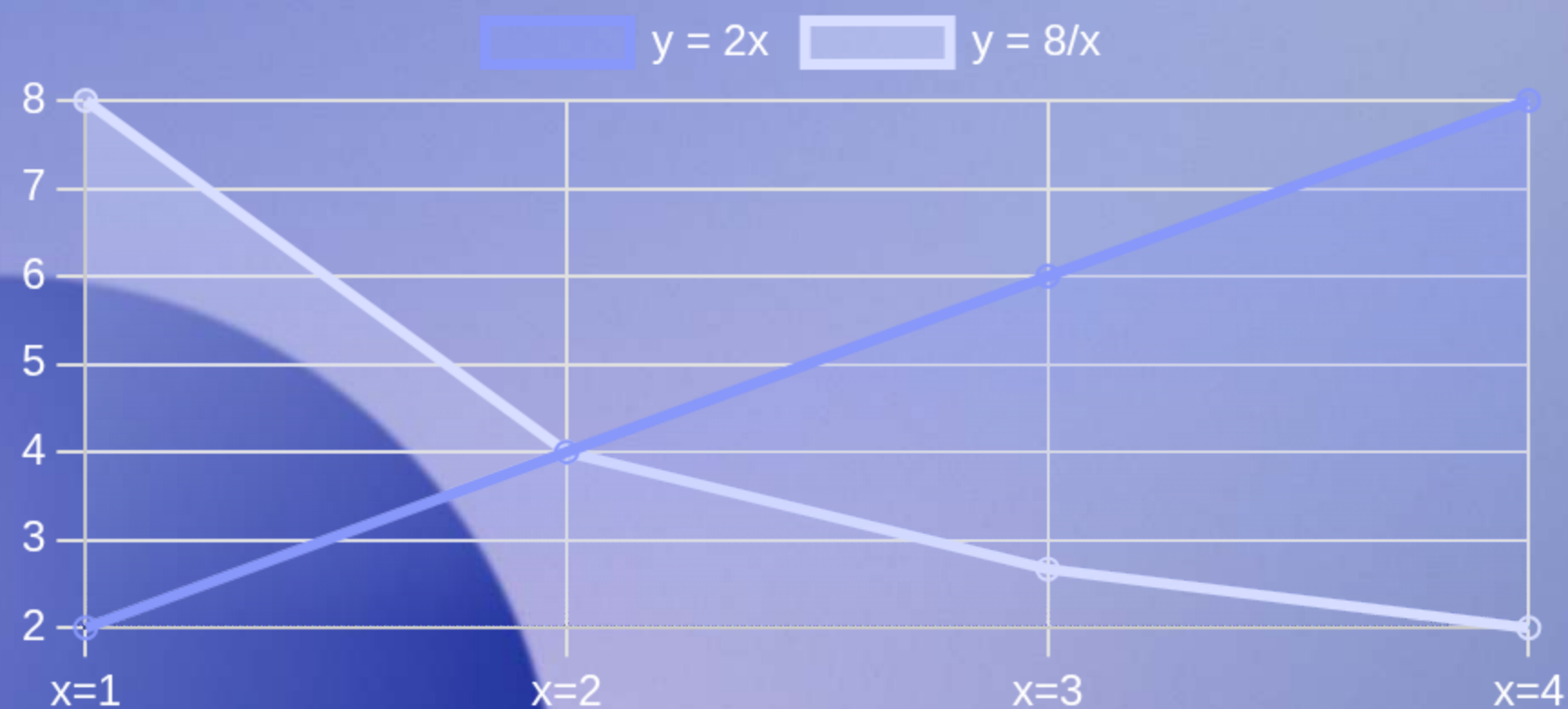
Признак	Прямая	Обратная
Формула	$y = kx$	$y = k/x$
Постоянно	y/x	$x \cdot y$
График	Прямая	Кривая
Пример	Цена, путь	Работа, время

Таблица показывает главные признаки и помогает быстро сравнить формулы, графики и примеры из жизни.

Главное различие — в постоянной величине: отношение при прямой зависимости и произведение при обратной. Это помогает быстро выбирать нужную формулу.

Обобщение по теме «Прямая и обратная пропорциональность».

Сравнение формул на одном наборе данных



Учебные значения для сравнения двух видов пропорциональности.

Одинаковые значения x дают разные результаты в зависимости от типа связи. Поэтому важно сначала определить смысл задачи, а уже потом выбирать формулу.

Линия прямой пропорции растёт равномерно, а обратная зависимость убывает. Одна и та же ось x может описывать разные закономерности.

Типичные ошибки при работе с пропорциональностью



Путают правило

Часто вместо отношения y/x ищут произведение $x \cdot y$ или наоборот. Из-за этого ответ получается численно верным только случайно и не подходит к условию.

Берут неверную формулу

Не всегда замечают, какая зависимость описана в задаче. Если перепутать $y = kx$ и $y = k/x$, решение пойдёт по неправильному пути с самого начала.

Не читают смысл задачи

Даже при аккуратных вычислениях важно понять, что именно меняется: цена, время, путь, количество людей или объём работы. Смысл помогает выбрать нужный вид пропорциональности.

Судят только по графику

Убывающий график ещё не означает обратную пропорциональность. Нужно проверить, сохраняется ли постоянное произведение и соответствует ли зависимость нескольким значениям в таблице.

Задачи из повседневной жизни



Покупки в магазине

Если цена за один предмет известна, общая стоимость зависит от количества покупок прямо пропорционально. Такой расчёт помогает быстро оценить расходы без лишних вычислений.



Ткань и материалы

При одинаковой ширине и цене материала расход ткани или количество необходимых единиц растёт вместе с объёмом работы. Здесь удобно использовать прямую пропорциональность.



Работа и время

Когда задачей занимается больше людей, времени на её выполнение требуется меньше. Поэтому число работников и время связаны обратной пропорциональностью.



Путь и скорость

На одном и том же расстоянии большая скорость означает меньшее время в пути. Такой пример часто встречается в заданиях о транспорте и движении.

Зачем уметь распознавать зависимости

1 Читать таблицы

Понимание вида пропорциональности помогает быстрее разбираться в таблицах значений и замечать закономерность между величинами, а не просто считать отдельные числа.

2 Выбирать формулу

Если связь распознана верно, легче подобрать подходящую формулу и не перепутать прямую и обратную зависимость при решении задачи.

3 Проверять результат

После вычислений полезно оценить, соответствует ли ответ смыслу ситуации. Это защищает от случайной ошибки и делает решение более надёжным.

4 Готовиться к новым темам

Такие задачи развивают математическую грамотность и помогают в алгебре, физике и геометрии, где часто нужно работать с зависимостями между величинами.

Пропорциональность: главное запомнить

Прямая и обратная пропорциональность помогают увидеть связь между величинами, выбрать нужную формулу и проверить ответ. Эти навыки нужны в учебе и в повседневных расчётах.