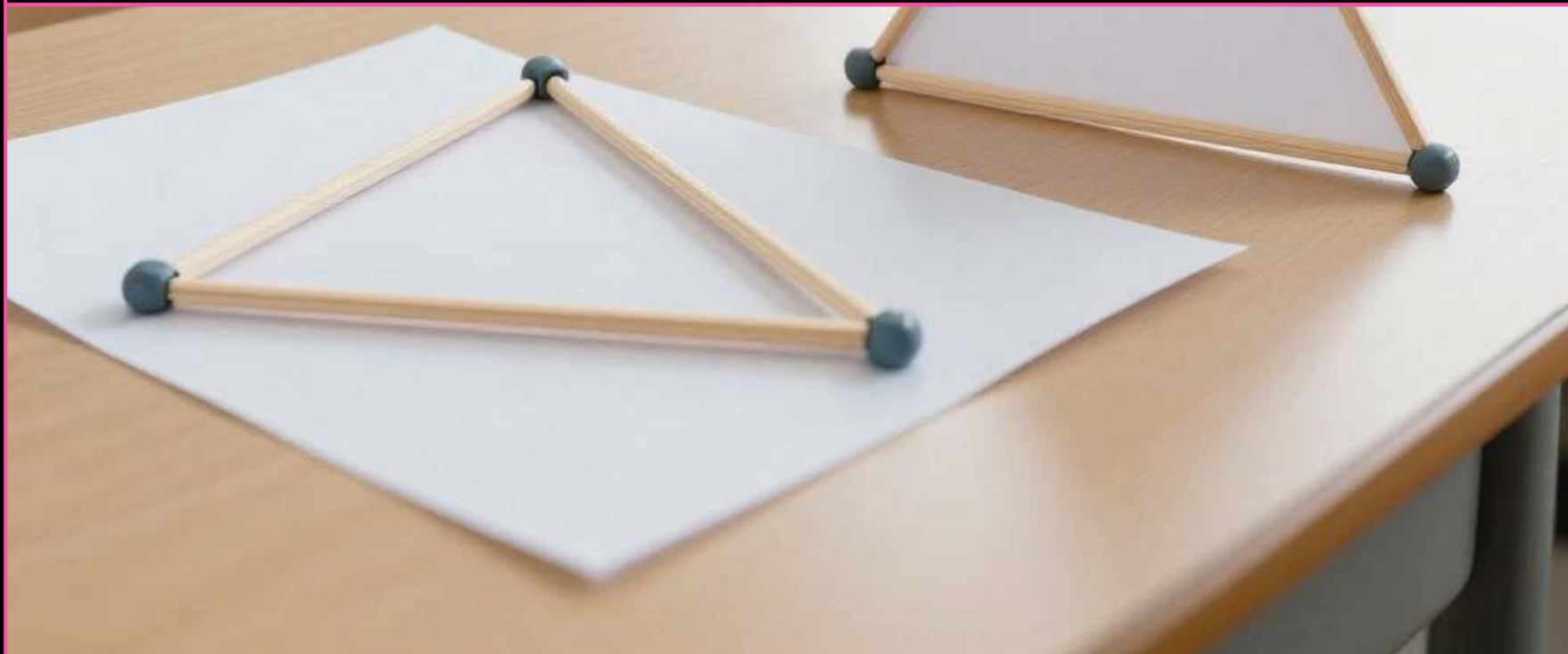
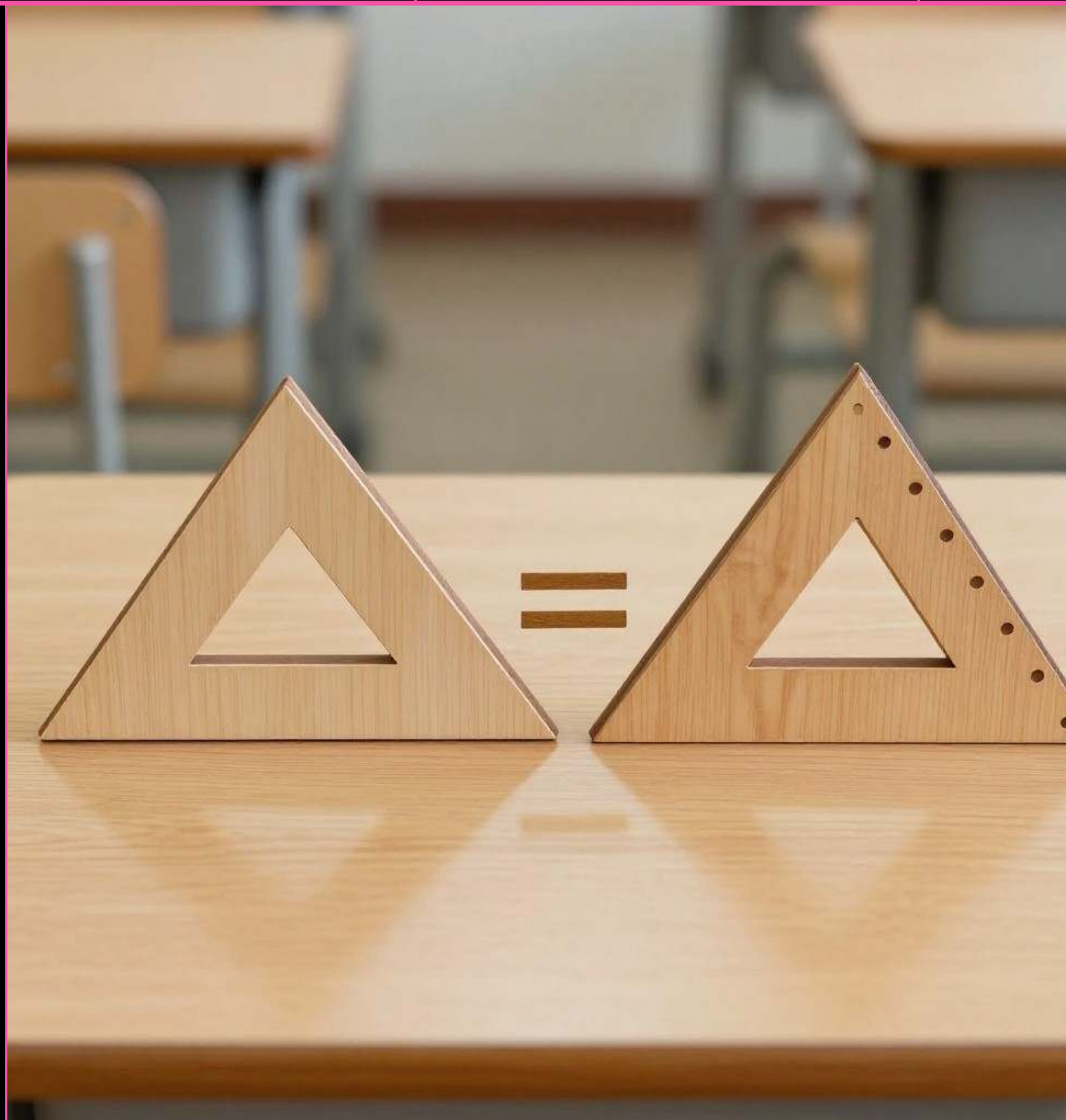


РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ



Как установить полное совпадение фигур



ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО В ГЕОМЕТРИИ

Равенство треугольников помогает доказывать свойства фигур без лишних измерений и раскрывает строгий способ рассуждения в геометрии.



ЧТО ОЗНАЧАЕТ РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Полное совпадение

Два треугольника равны, если их можно совместить наложением так, чтобы все вершины, стороны и углы совпали без смещения и поворота.

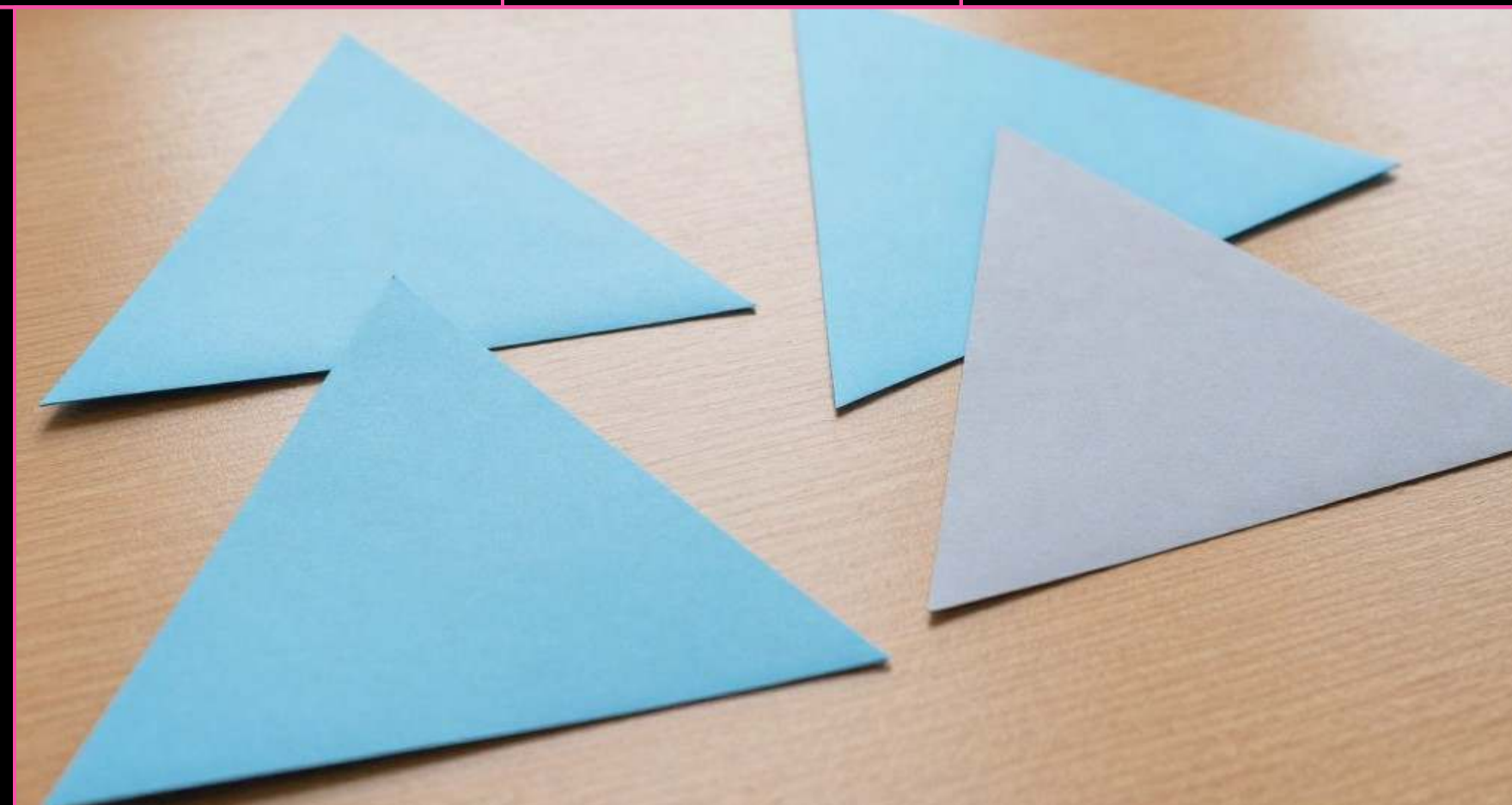
Одинаковый порядок

В равных треугольниках соответствующие вершины, стороны и углы записывают в одном порядке, чтобы сразу было видно, какие элементы сравниваются.

Совпадают все элементы

Если равны только отдельные стороны или углы, этого недостаточно: для равенства требуется совпадение всех трёх сторон и всех трёх углов.

СОВМЕЩЕНИЕ ФИГУР ПРИ НАЛОЖЕНИИ



ПРОВЕРКА НАЛОЖЕНИЕМ

При наложении одинаковые треугольники совмещаются полностью: каждая вершина попадает в соответствующую вершину, а стороны ложатся друг на друга.

ЧТО ДОЛЖНО СОВПАСТЬ

Совпадение должно быть полным, поэтому сравнивают не только длины сторон, но и величины углов, а также их расположение в фигуре.

НЕПОЛНОЕ СОВПАДЕНИЕ

Если хотя бы одна сторона или один угол не совпадает, треугольники уже нельзя считать равными, даже если они похожи внешне.

СМЫСЛ СПОСОБА

Наложение показывает, что равенство – это не просто похожесть, а точное совпадение формы и размера всех элементов фигуры.



ТРИ ПРИЗНАКА РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Все три признака позволяют доказать равенство без измерения всей фигуры.

Условий меньше всего нужно знать в признаке SSS, а углы особенно важны в SAS и ASA/AAS.



ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК: ПО ТРЁМ СТОРОНАМ

ЧТО ИЗВЕСТНО

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, то можно утверждать, что фигуры полностью совпадают по размеру и форме.

01

КАК ОБОЗНАЧАЮТ

Этот признак кратко записывают как SSS. Он удобен, когда в задаче даны только длины сторон и не требуется искать углы.

02

ГДЕ ПРИМЕНЯЮТ

Признак часто используют в построениях и задачах на сравнение фигур, потому что равенство трёх сторон уже достаточно для строгого вывода.

03



ВТОРОЙ ПРИЗНАК: ПО ДВУМ СТОРОНАМ И УГЛУ МЕЖДУ НИМИ

ГЛАВНОЕ УСЛОВИЕ

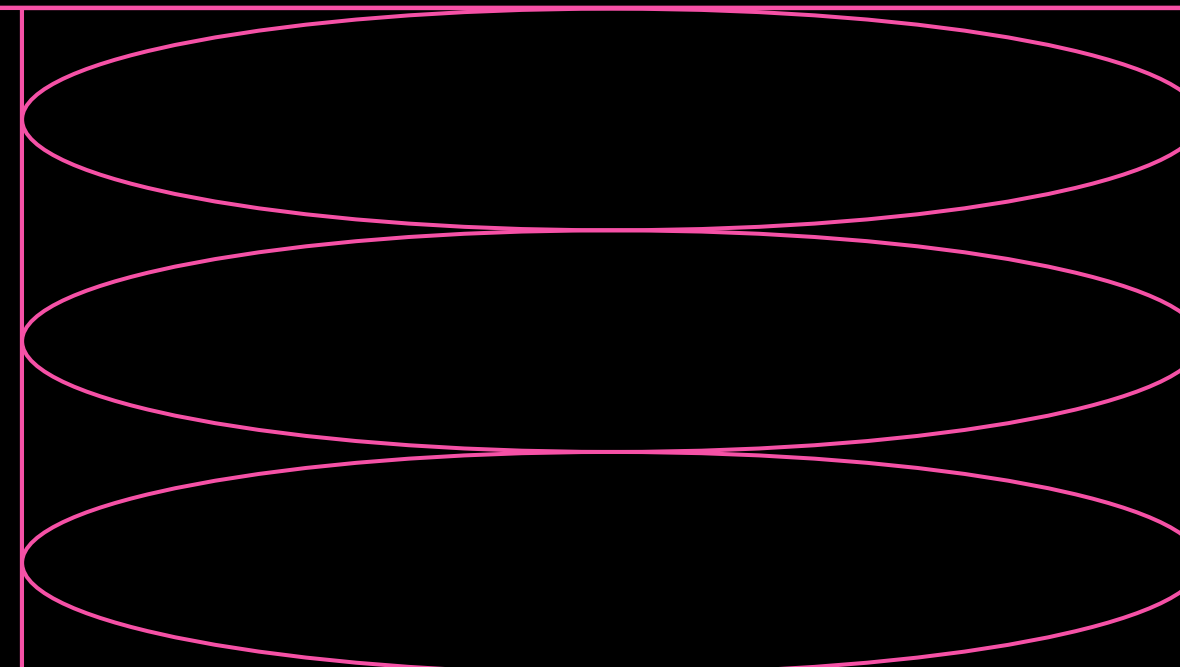
Нужно знать две стороны и угол между ними в каждом треугольнике. Именно угол между указанными сторонами делает сравнение точным и достаточным.

01

ОБОЗНАЧЕНИЕ ПРИЗНАКА

Этот признак записывают как SAS. Он особенно полезен, когда в условии легко найти две стороны и заключённый между ними угол.

02



НА ЧТО ОБРАТИТЬ ВНИМАНИЕ

Если угол не лежит между данными сторонами, признак использовать нельзя. Ошибка в выборе угла приводит к неверному доказательству.

03



ТРЕТИЙ ПРИЗНАК: ПО СТОРОНЕ И ДВУМ ПРИЛЕЖАЩИМ УГЛАМ

КАКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ НУЖНЫ

Для доказательства достаточно одной стороны и двух углов, которые прилежат к этой стороне. Этого хватает, чтобы установить полное совпадение треугольников.

01

КАК ЗАПИСЫВАЮТ

В учебниках этот признак обозначают ASA или AAS. Оба обозначения указывают на одинаковую идею: сторона и два подходящих угла.

02

ГДЕ ВСТРЕЧАЕТСЯ

Признак часто появляется в задачах с параллельными прямыми, потому что там легко найти равные углы, образованные при пересечении линий.

03

СРАВНЕНИЕ ТРЁХ ПРИЗНАКОВ РАВЕНСТВА

Признак	Что дано	Где используется	Вывод
SSS	3 стороны	построения	треугольники равны
SAS	2 стороны + угол	измерения	треугольники равны
ASA/AAS	сторона + 2 угла	параллельные прямые	треугольники равны

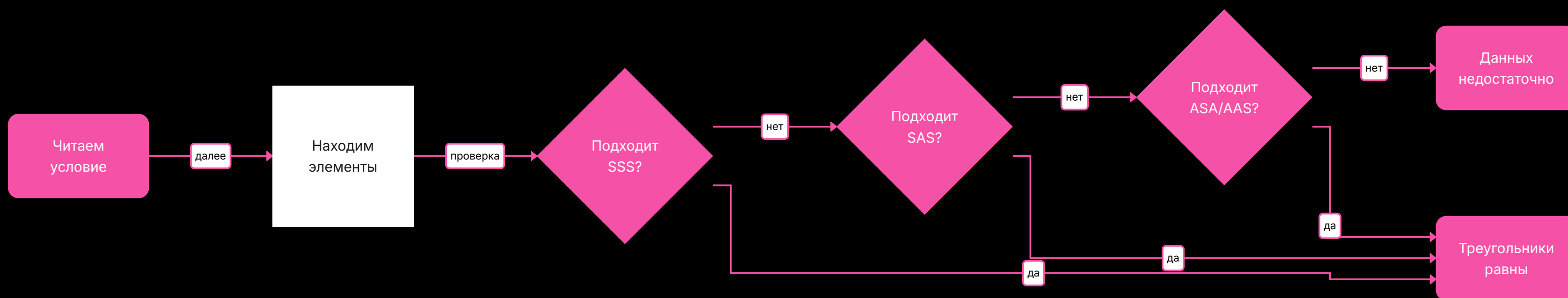
Таблица помогает быстро увидеть, какие данные нужны для каждого признака и как они используются в доказательствах.

У каждого признака свой удобный набор данных, но итог один: он доказывает полное равенство треугольников.



КАК ПРОВЕРЯЮТ РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Алгоритм основан на поиске соответствующих сторон и углов и проверке трёх признаков равенства.



Три равных угла показывают лишь, что треугольники похожи. Для полного совпадения нужно знать хотя бы одну сторону или другое измерение длины.

3

равных углов задают только форму,
но не размер треугольника.

Школьный курс геометрии



ГДЕ ВСТРЕЧАЮТСЯ РАВНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ В ЗАДАЧАХ



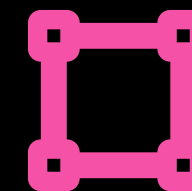
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

В равнобедренной фигуре равные боковые стороны и симметрия часто позволяют сразу выделить два одинаковых треугольника после проведения высоты или биссектрисы.



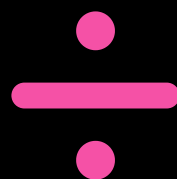
ВЫСОТА И МЕДИАНА

Высота и медиана нередко делят исходную фигуру на две части с общими элементами. Тогда равенство треугольников доказывают по подходящему признаку.



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМЫХ

При пересечении прямых появляются вертикальные и смежные углы, а также общие стороны. Эти элементы часто становятся основой для доказательства равенства треугольников.



БИССЕКТРИСА УГЛА

Биссектриса делит угол пополам и создаёт пары равных углов. Это помогает сравнивать треугольники, которые получаются по обе стороны от линии разбиения.



СИММЕТРИЧНЫЕ ФИГУРЫ

В симметричных чертежах соответствующие точки расположены одинаково относительно оси. Поэтому треугольники по разные стороны от неё часто оказываются равными.

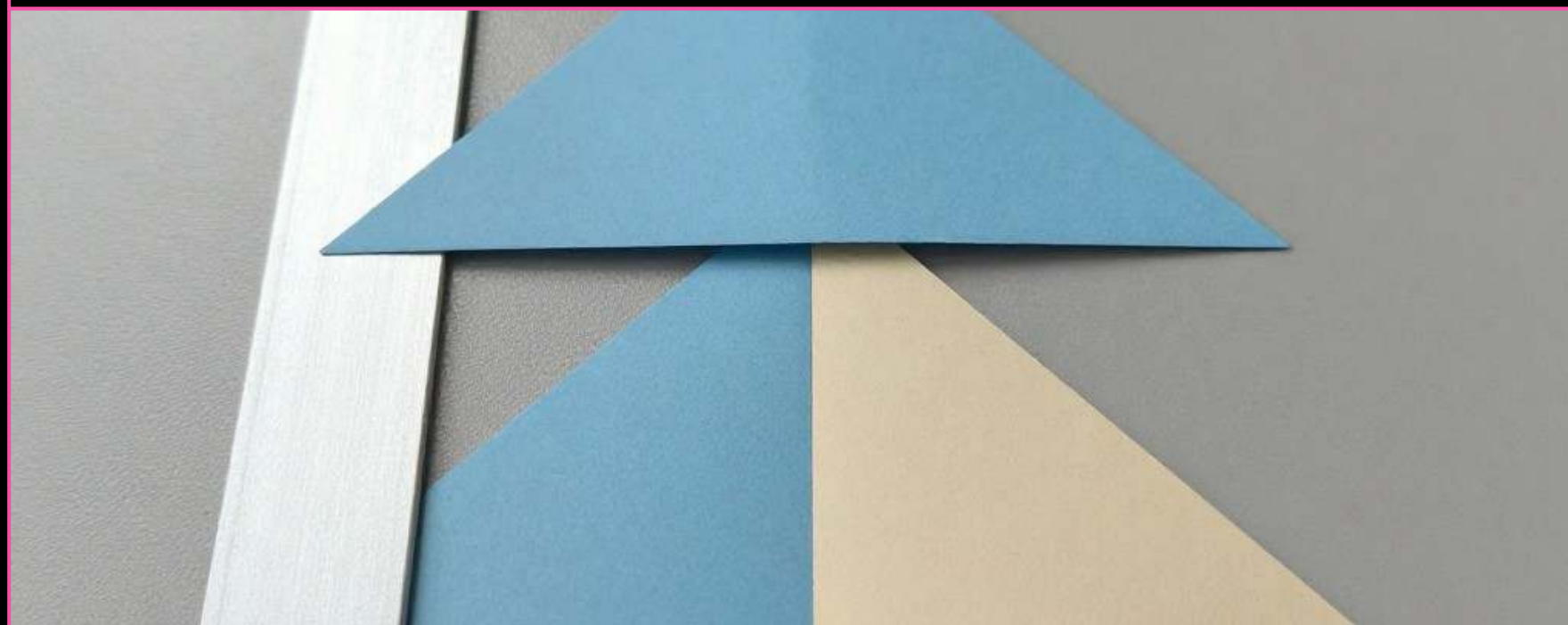


ТИПИЧНЫЕ СИТУАЦИИ, ГДЕ ИСПОЛЬЗУЮТ РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

В реальных заданиях один и тот же признак часто встречается в разных рисунках, поэтому важно узнавать его по набору данных, а не по виду чертежа.

Чаще всего признак узнают в симметричных и равнобедренных конструкциях; остальные задачи распределяются более равномерно.

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК И РАВНЫЕ ЧАСТИ



Когда одна линия делит фигуру пополам

Почему высота помогает в доказательстве

В равнобедренном треугольнике линия симметрии часто проходит через вершину и основание. Она делит фигуру на два треугольника, которые совпадают по соответствующим сторонам и углам. Так удобно доказывать равенство углов при основании.

Если из вершины опустить высоту, появляются два прямоугольных треугольника с общей высотой и равными боковыми сторонами. Их равенство позволяет сделать выводы о расстояниях, углах и других свойствах исходного треугольника.

ЧАСТЫЕ ОШИБКИ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ



Недостаточно данных

Иногда учащиеся считают треугольники равными, заметив только одну общую сторону или пару равных углов. Но для доказательства нужен полный признак равенства, а не случайное совпадение элементов.

Путаница в соответствии

Важно точно определить, какие вершины, стороны и углы соответствуют друг другу. Если перепутать порядок записи, можно получить верный рисунок, но неверное доказательство.

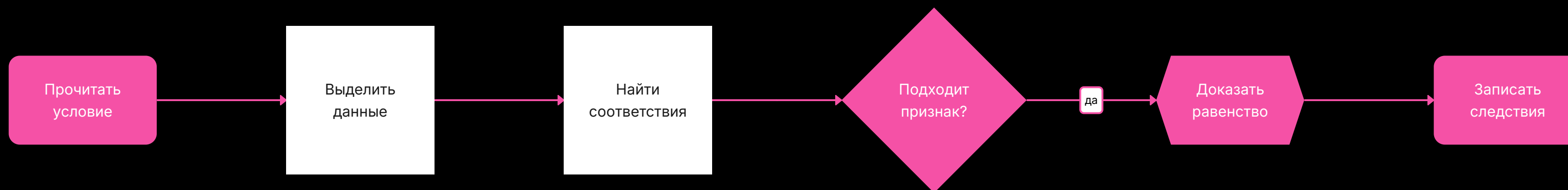
Неправильный вывод

После нахождения признака нужно чётко сформулировать итог: треугольники равны, а затем перечислить следствия. Пропуск этого шага делает решение неполным.



АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Последовательность действий при доказательстве по школьному курсу геометрии





КАК ЗАПИСЫВАЮТ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА В РЕШЕНИИ

Таблица показывает, какие элементы указывают в записи и к какому выводу они приводят.

Разные записи отражают один смысл: для вывода о равенстве нужны точно сопоставленные элементы фигур.

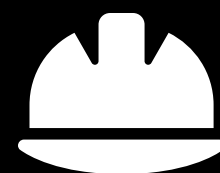
Признак	Пример	Вывод
SSS	$AB=DE, BC=EF, AC=DF$	$\triangle ABC=\triangle DEF$
SAS	$AB=DE, BC=EF, \angle B=\angle E$	$\triangle ABC=\triangle DEF$
ASA/AAS	$AB=DE, \angle A=\angle D, \angle B=\angle E$	$\triangle ABC=\triangle DEF$

ГДЕ ПРИМЕНЯЕТСЯ РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ В ЖИЗНИ



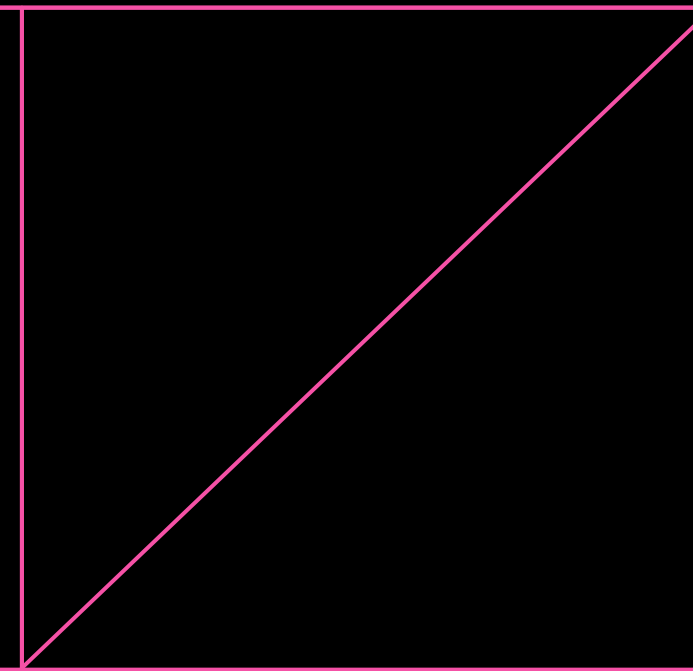
ЧЕРЧЕНИЕ

В черчении равенство треугольников помогает переносить размеры с одного участка чертежа на другой и проверять, совпадают ли детали по форме и длине.



СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Треугольные фермы и опоры ценят за устойчивость. Если части конструкции равны, их легче собирать и контролировать, а форма остаётся надёжной под нагрузкой.



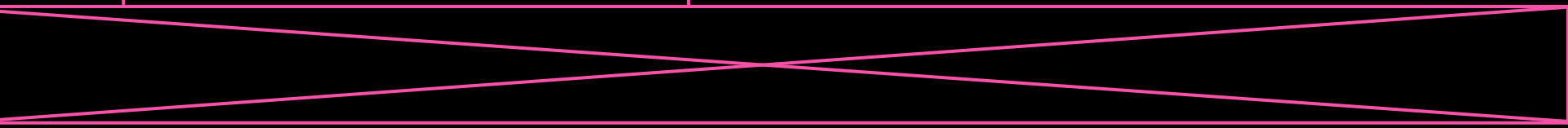
АРХИТЕКТУРА

В архитектурных схемах треугольные элементы используют для проверки симметрии и точности проекта. Равные треугольники упрощают расчёт и помогают сохранять пропорции.



ИЗМЕРЕНИЯ НА МЕСТНОСТИ

При измерениях на местности равенство треугольников используют для косвенного определения расстояний. Это особенно полезно там, где нельзя измерить отрезок напрямую.



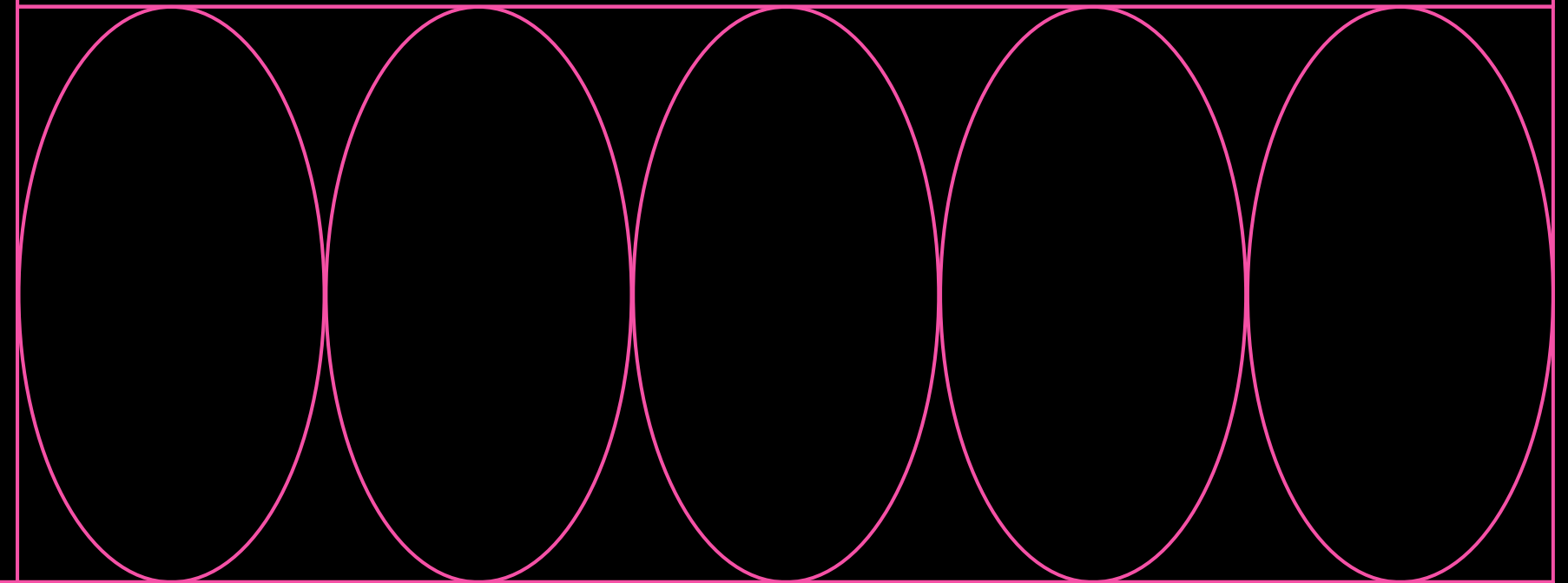


КАКОЙ ПРИЗНАК УДОБНЕЕ В РАЗНЫХ ТИПАХ ЗАДАЧ

Выбор признака зависит не от сложности, а от того, какие элементы уже даны в условии и какие легко найти на чертеже.

У каждого признака своя сильная сторона: построение, измерения или работа с параллельными прямыми. Поэтому важно уметь узнавать все три.

РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ — ИНСТРУМЕНТ ТОЧНОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА



Три признака равенства позволяют уверенно сравнивать треугольники и делать строгие выводы из условий задачи. Это одна из главных опор геометрии 7 класса.