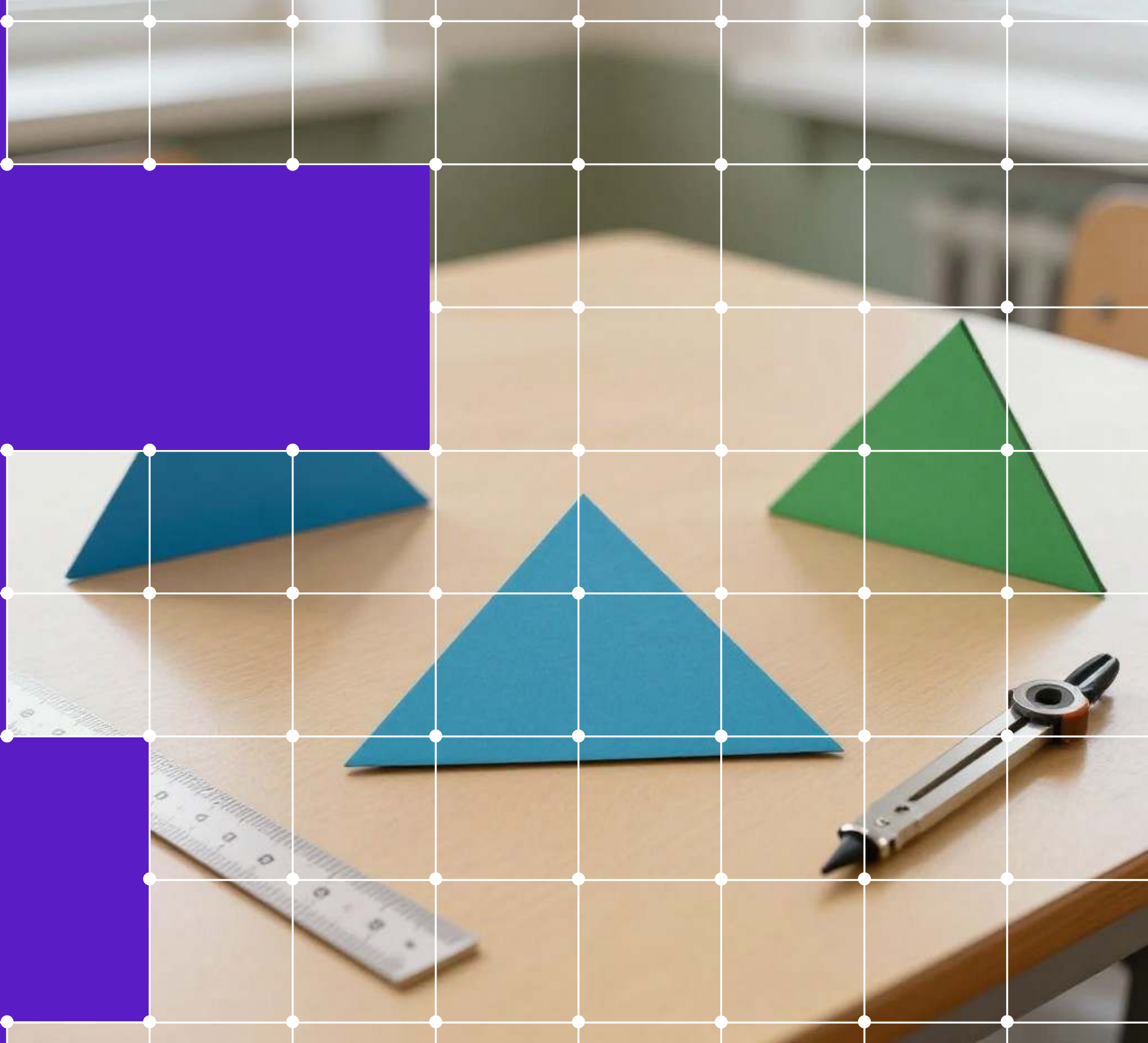


Треугольники

Изучаем виды, свойства и способы решения задач.



Зачем нужны треугольники

Треугольники помогают описывать прочные конструкции, ориентироваться на местности и понимать геометрические задачи. На этой теме удобно учиться видеть связь между сторонами, углами и площадью.



Из чего состоит треугольник

Фигура и вершины

Треугольник образуют три отрезка, соединяющие три вершины. Эти отрезки называют сторонами, а вершины — точками, в которых стороны встречаются.

Стороны и углы

У каждого треугольника есть три угла, и именно они вместе со сторонами задают его форму. По ним легко отличать один треугольник от другого.

Основание и высота

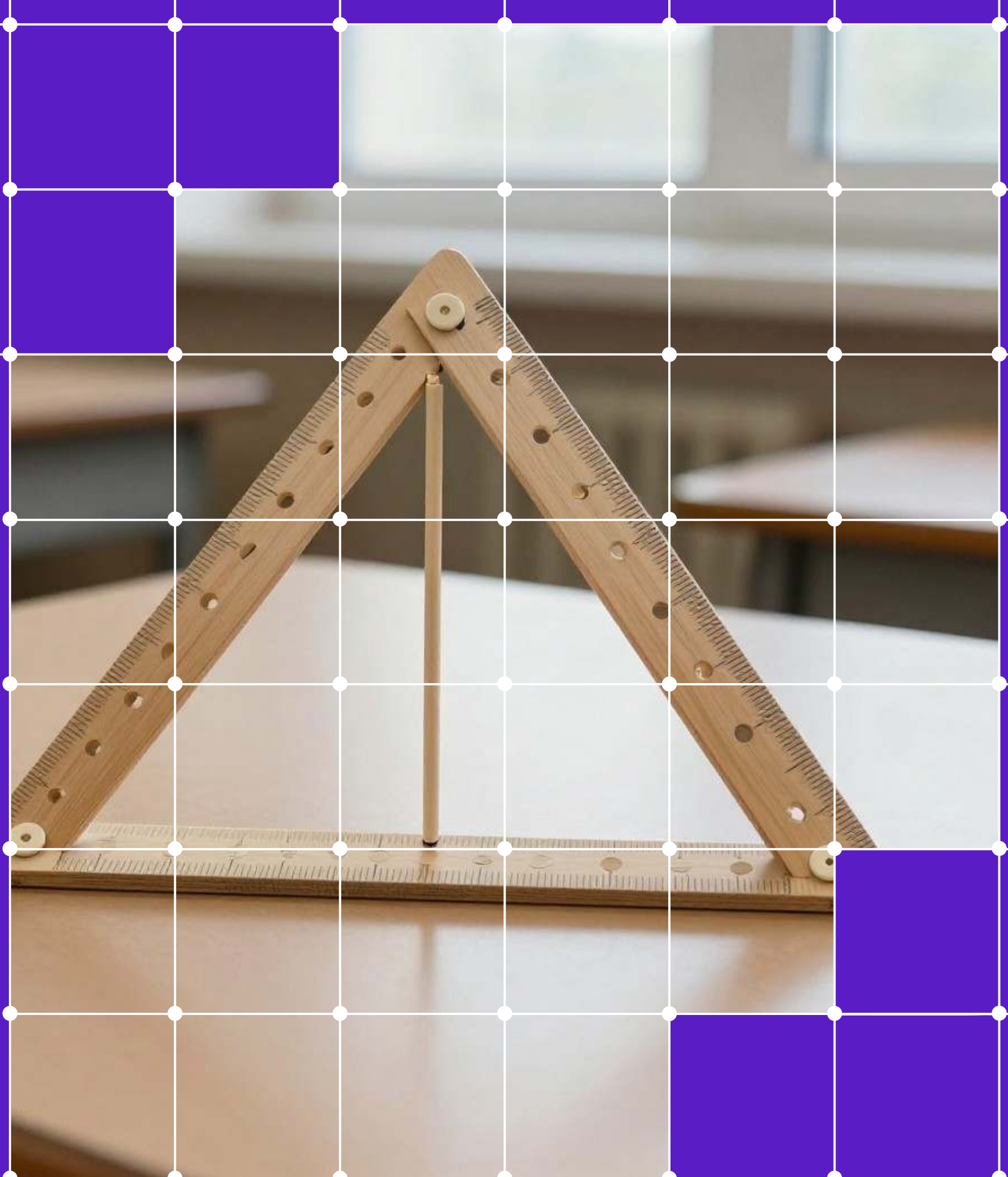
Одна сторона может быть выбрана основанием, а от противоположной вершины к нему проводят высоту. Она всегда перпендикулярна основанию.

Как обозначают

Треугольник удобно обозначают буквами вершин, например ABC. Тогда сторона AB относится к вершинам A и B, а угол при вершине C записывают как $\angle C$.

Зачем нужна запись

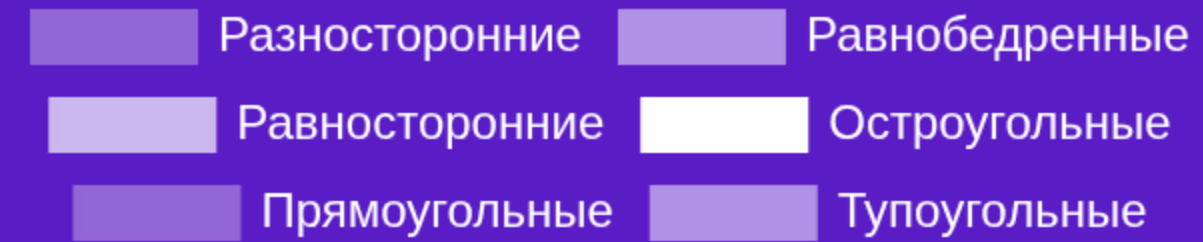
Такое обозначение помогает без лишних слов сравнивать элементы, формулировать свойства и быстро записывать решение в тетради или на доске.



Как делят треугольники

Одна фигура может подходить сразу под две классификации: по сторонам и по углам. Это помогает быстрее узнавать её свойства.

У классификации две независимые оси: стороны и углы. Поэтому треугольник можно описать сразу двумя признаками.



Школьная геометрия; классификация треугольников по сторонам и углам

180°

— это сумма внутренних
углов любого треугольника.

Свойство суммы углов треугольника из школьной геометрии

Знание этой суммы позволяет находить неизвестный
угол без дополнительных построений и проверять,
не допущена ли ошибка в условии.

Что следует из суммы углов

Равные углы

Если в треугольнике два угла одинаковые, то и стороны напротив них равны. Это удобный признак, который сразу помогает распознать равнобедренный треугольник.

Острые углы

В прямоугольном треугольнике два острых угла всегда дополняют друг друга до 90° . Поэтому, найдя один из них, второй можно определить без чертежа.

Внешний угол

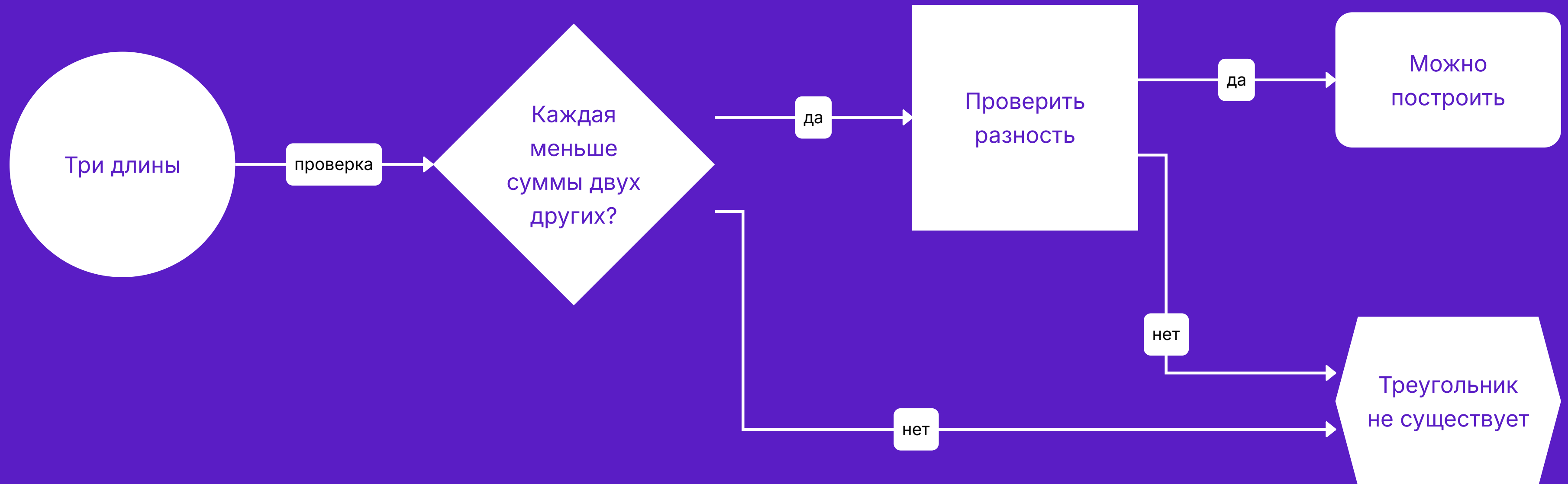
Внешний угол образуется, когда одну сторону треугольника продолжают дальше вершины. Его величина равна сумме двух внутренних несмежных углов.

Как это помогает

Эти следствия часто ускоряют решение задач: вместо полного вычисления достаточно использовать один известный угол или одну равную сторону.

Проверяем стороны

Последовательная проверка трёх неравенств для заданных длин сторон



Два особых вида

Равнобедренный: симметрия

У равнобедренного треугольника две боковые стороны одинаковы, поэтому фигура выглядит симметричной. Углы при основании тоже равны, а высота к основанию делит фигуру на две одинаковые части.



Высота с двойной ролью

Если провести в равнобедренном треугольнике высоту к основанию, она одновременно окажется медианой и биссектрисой. Это удобная опора при решении задач и построении чертежей.



Равносторонний: полный порядок

Равносторонний треугольник ещё более строгий: все его стороны равны, а каждый угол равен 60° . Такая фигура особенно часто используется в геометрических построениях и орнаментах.



Основные элементы прямоугольного треугольника

1.

1. Прямой угол

Прямой угол равен 90° . Если такой угол есть в треугольнике, то фигуру называют прямоугольной, а именно с него начинают анализ и построение.

2.

2. Катеты

Две стороны, которые образуют прямой угол, называются катетами. Они лежат по соседству с прямым углом и помогают записывать формулы площади и длины сторон.

3.

3. Гипотенуза

Сторона, лежащая напротив прямого угла, — гипотенуза. Она всегда длиннее каждого катета, поэтому по ней легко отличить прямоугольный треугольник среди других.

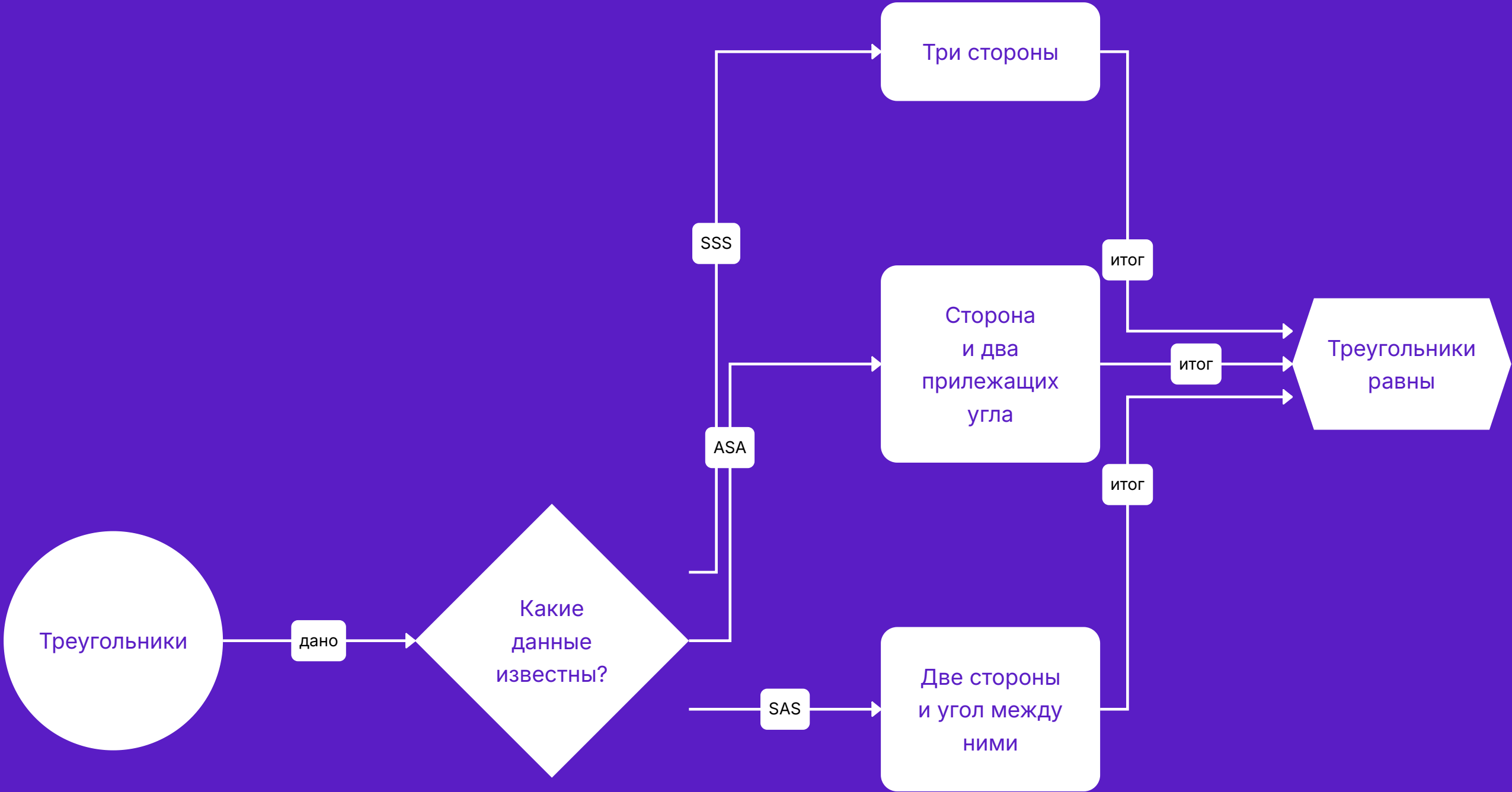
4.

4. Что умеет

Если известны катеты, можно сразу найти площадь и, в более сложных задачах, использовать свойства прямоугольного треугольника для дальнейших вычислений.

Когда треугольники равны

Сравнение соответствующих элементов по трём классическим признакам



Подобие треугольников

Что значит подобие

Подобные треугольники имеют одинаковую форму, но могут отличаться размером. Соответствующие углы у них равны, а соответствующие стороны изменяются в одном и том же отношении.

Признак ААА

Чтобы доказать подобие, достаточно равенства трёх соответствующих углов. Этот признак удобно использовать, когда фигуры похожи по очертаниям, но прямого сравнения сторон не хватает.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз один треугольник больше другого. Если $k = 2$, то каждая сторона большего треугольника в два раза длиннее соответствующей стороны меньшего.

Площадь прямоугольного треугольника

Основная формула

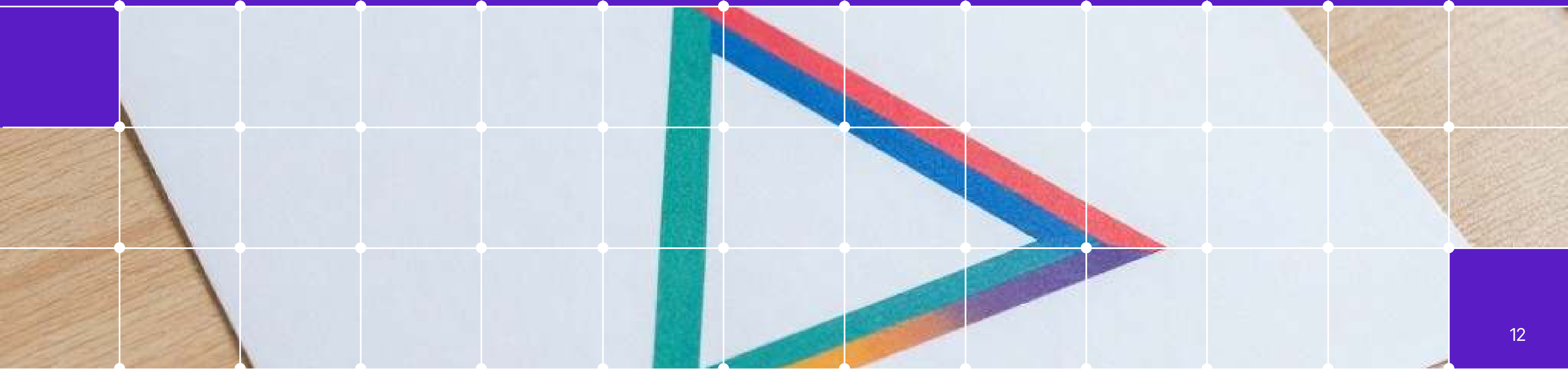
В прямоугольном треугольнике площадь находят особенно просто: нужно перемножить катеты и разделить результат пополам. Формула записывается как $S = ab/2$.

Почему формула работает

Катеты образуют прямой угол и служат основаниями прямоугольника, из которого получается треугольник. Поэтому рассматриваемую фигуру можно представить как половину прямоугольника со сторонами a и b .

Где применять

Эта формула особенно полезна в задачах, где известны только два катета. Она позволяет быстро вычислить площадь без дополнительных построений и длинных преобразований.



Площадь через основание и высоту

1. 1. Выберите основание

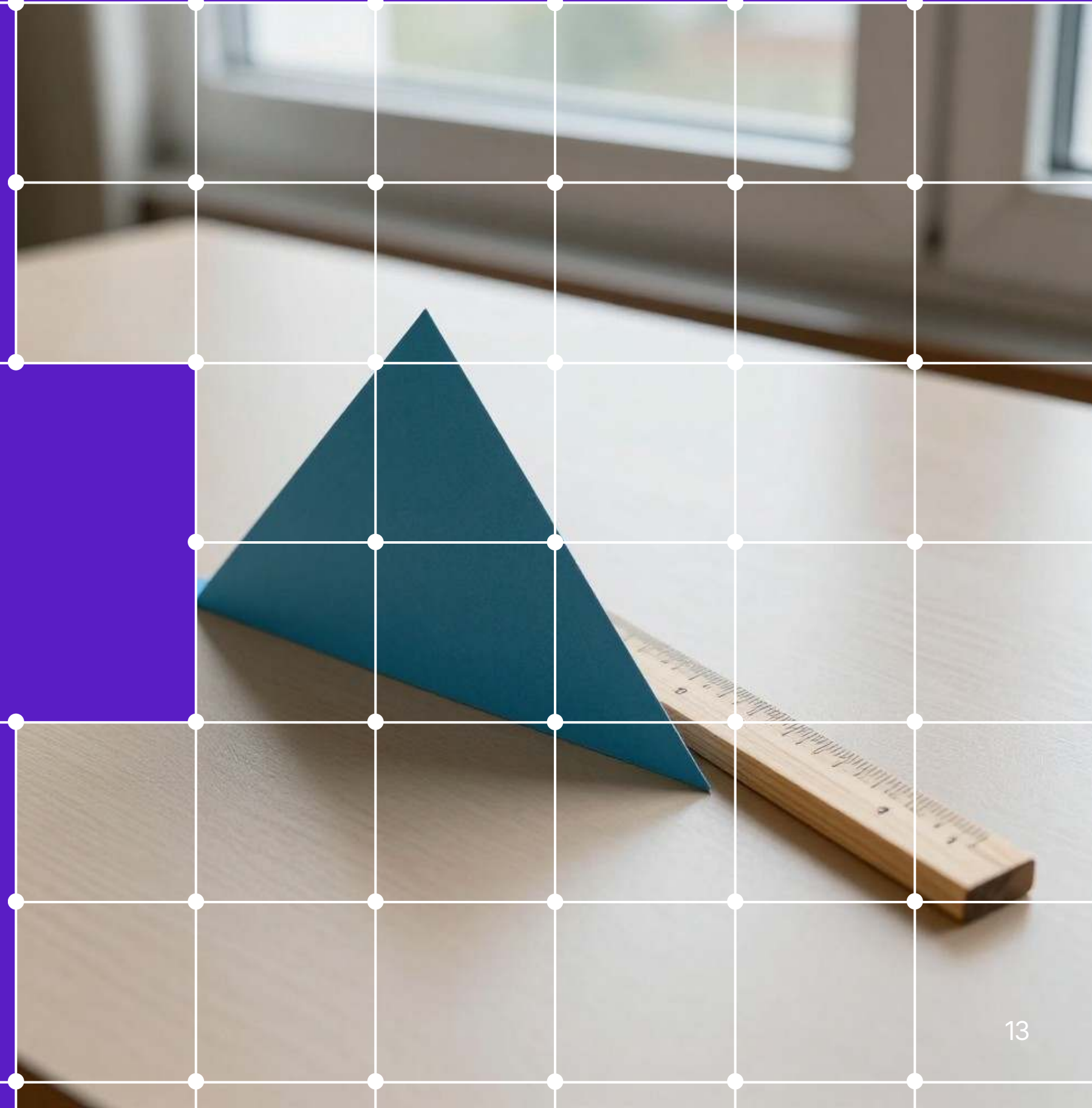
Сначала выбирают любую сторону треугольника как основание. Это удобно, потому что одна и та же фигура может иметь несколько разных оснований без изменения площади.

2. 2. Проведите высоту

Затем к этому основанию опускают высоту — отрезок, перпендикулярный основанию. Именно он показывает, на какую «высоту» опирается фигура при вычислении площади.

3. 3. Найдите площадь

После этого используют формулу $S = \frac{1}{2} \cdot \text{основание} \cdot \text{высота}$. Если известны разные пары основания и высоты, можно проверить, что площадь получится одинаковой.



Проверка на существование треугольника

Стороны	Результат
3,4,5	да
3,4,8	нет
2,2,3	да

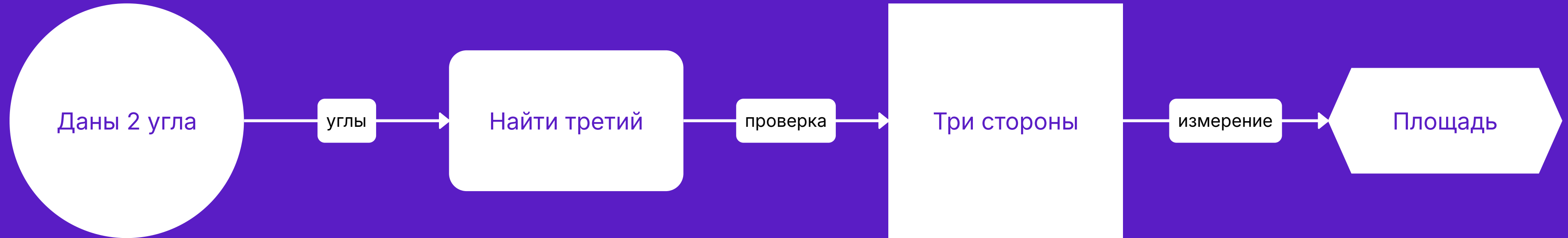
Неравенство треугольника из школьной геометрии

Таблица помогает быстро проверить, существует ли треугольник по трём заданным длинам. Нужно сравнить каждую сторону с суммой двух остальных и отметить допустимые наборы.

Если наибольшая сторона не меньше суммы двух других, треугольник построить нельзя.

Три типовые задачи

Переход от условия к выбору нужного действия: углы, стороны или площадь.



Алгоритмы решения

Схема показывает общий порядок действий для задач на углы, равенство и подобие.



Частые ошибки

1. Основание и высота

Если перепутать основание и высоту, формула площади даст неверный результат. Сначала нужно проверить, что высота перпендикулярна именно выбранному основанию, а не любой стороне фигуры.

2. Сумма углов

Во многих задачах забывают, что сумма углов треугольника равна 180° . Из-за этого неверно находят третий угол или не замечают ошибку в готовом ответе.

3. Порядок сравнения

При проверке равенства и подобия важно сравнивать соответствующие стороны и углы в одном порядке. Если менять их местами, можно ошибочно принять разные треугольники за одинаковые.

4. Похожие фигуры

Похожие по виду фигуры не всегда равны. Чтобы не ошибиться, полезно сразу подписывать, что дано и что нужно найти, а затем отмечать каждое соответствие на чертеже.

Схема для повторения

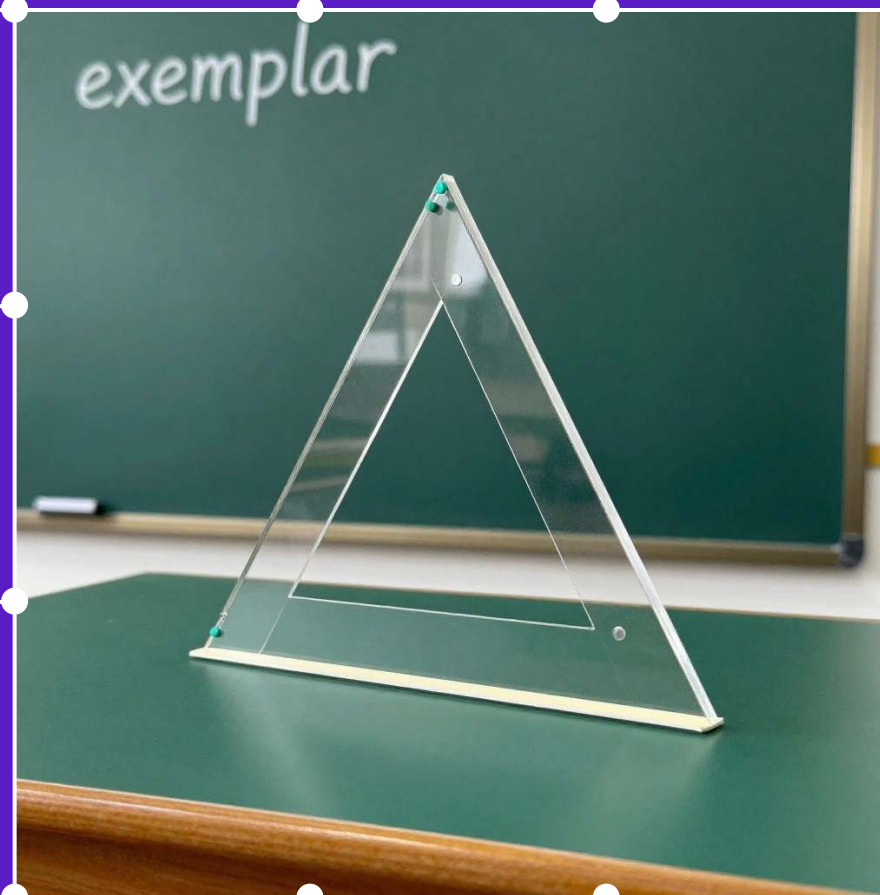
Краткая памятка

На одной стороне схемы удобно собрать короткий список правил: виды треугольников, сумму углов, неравенство сторон, признаки равенства и подобия, а также формулы площади. Такой конспект помогает быстро повторить весь раздел перед работой.



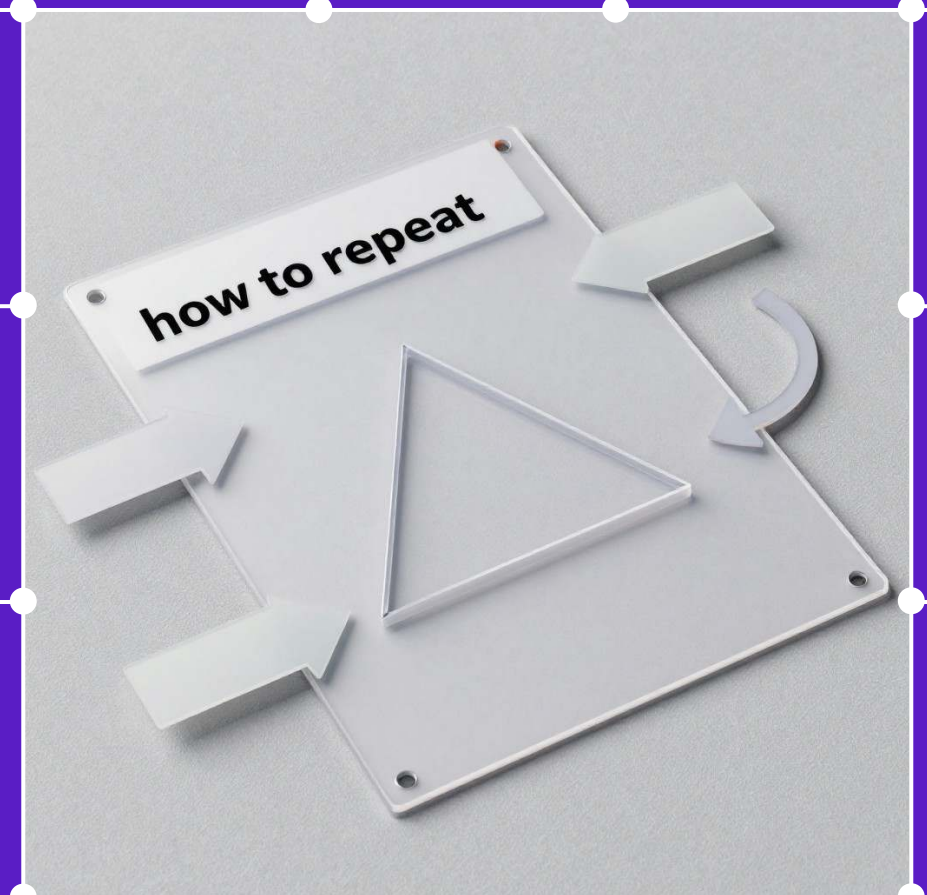
Эталонный чертёж

В центре можно разместить один аккуратный чертёж треугольника. На нём стоит подписать стороны, углы, основание и высоту, чтобы сразу видеть, как связаны определения и формулы.



Как повторять

Если рядом с чертежом оставить место для отметок и стрелок, материал запоминается лучше. Тогда каждое правило связывается с конкретной геометрической деталью, а не остаётся абстрактным текстом.



Закрепление и домашнее задание

№	Задание	Способ
1	Виды треугольников	стороны и углы
2	Третий угол	180°
3	Площадь	2 формулы

Материал темы «Треугольники»

Задания подобраны так, чтобы проверить все ключевые умения по теме: распознавание треугольников, работу с углами, проверку существования фигуры и вычисление площади. Выполняйте их по порядку.

Если все три задания выполнены без ошибок, тема усвоена на базовом уровне.

Что запомнить о треугольниках

Треугольник удобно изучать через его свойства: они помогают находить неизвестные элементы, проверять возможность построения и вычислять площадь. Главное — помнить про 180° , неравенство сторон, равенство, подобие и основные формулы.