

Предмет стереометрии

Как описать пространство вокруг нас?



Почему стереометрия важна в 8 классе



Объемные фигуры окружают нас каждый день: от коробки и книги до дома и мяча. Стереометрия помогает понимать чертежи, находить размеры предметов и уверенно решать пространственные задачи.

Основные объекты стереометрии



Точка

Точка показывает положение объекта в пространстве и не имеет размеров. С нее начинают описание любой фигуры: по точкам задают вершины, пересечения и опорные элементы построений.



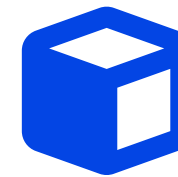
Прямая

Прямая задает направление и может продолжаться бесконечно в обе стороны. В стереометрии она помогает описывать ребра, линии пересечения плоскостей и взаимное расположение фигур.



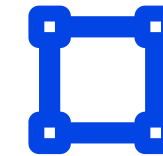
Плоскость

Плоскость — бесконечная поверхность без толщины. Именно на ней изучают грани многогранников, сечения и расположение прямых, поэтому она служит одной из главных опорных моделей.



Пространственные тела

Многогранники и тела вращения объединяют простые элементы в объемные фигуры. Куб, цилиндр, конус и шар показывают, как из базовых объектов возникают сложные формы.

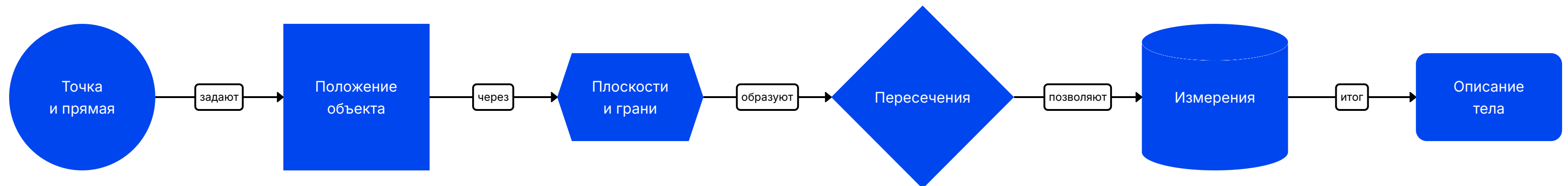


Измерения

Стереометрия изучает не только форму, но и измеряемые свойства фигур. Для нее важны расстояния, углы, площади поверхностей и объемы, которые позволяют сравнивать тела между собой.

Как стереометрия изучает пространственные фигуры

Переход от простых объектов к измерению формы и свойств тела



Аксиомы стереометрии

- **Одна плоскость через три точки**

Если три точки не лежат на одной прямой, через них проходит только одна плоскость. Это правило позволяет однозначно строить модели и доказывать свойства фигур без лишних вариантов.

- **Прямая целиком в плоскости**

Когда две точки прямой принадлежат плоскости, вся эта прямая тоже лежит в ней. Значит, принадлежность двух точек сразу определяет положение всей линии.

- **Пересечение плоскостей**

Если две плоскости имеют общую точку, то их пересечение образует прямую. Эта аксиома помогает понимать, как в пространстве соединяются грани и как строятся сечения тел.

Прямая и плоскость в пространстве

Три положения прямой

Прямая может пересекать плоскость, лежать в ней или быть параллельной ей. Чтобы определить случай, рассматривают общие точки и направление линии относительно поверхности.

Взаимное положение плоскостей

Две плоскости либо совпадают, либо пересекаются по прямой, либо не имеют общих точек и считаются параллельными. Эти варианты удобно проверять по чертежу и по моделям.

Признаки параллельности

Если прямая не встречает плоскость, а расстояние между ними сохраняется, говорят о параллельности. Такое положение часто встречается в архитектурных и технических объектах.

Зачем это нужно

Понимание взаимного расположения помогает правильно читать схемы и решать задачи на построение. Без него трудно определить, где находится линия пересечения или как расположены детали фигуры.



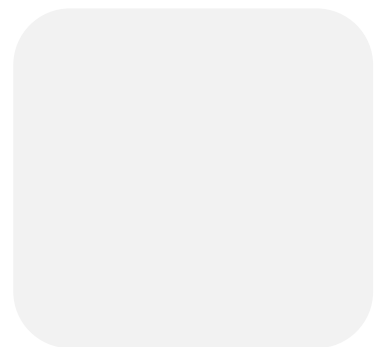


Основные пространственные фигуры

Таблица показывает, чем отличаются многогранники и тела вращения по устройству поверхности и элементам.

У фигур разные поверхности и набор элементов, поэтому их измеряют и описывают по-разному.

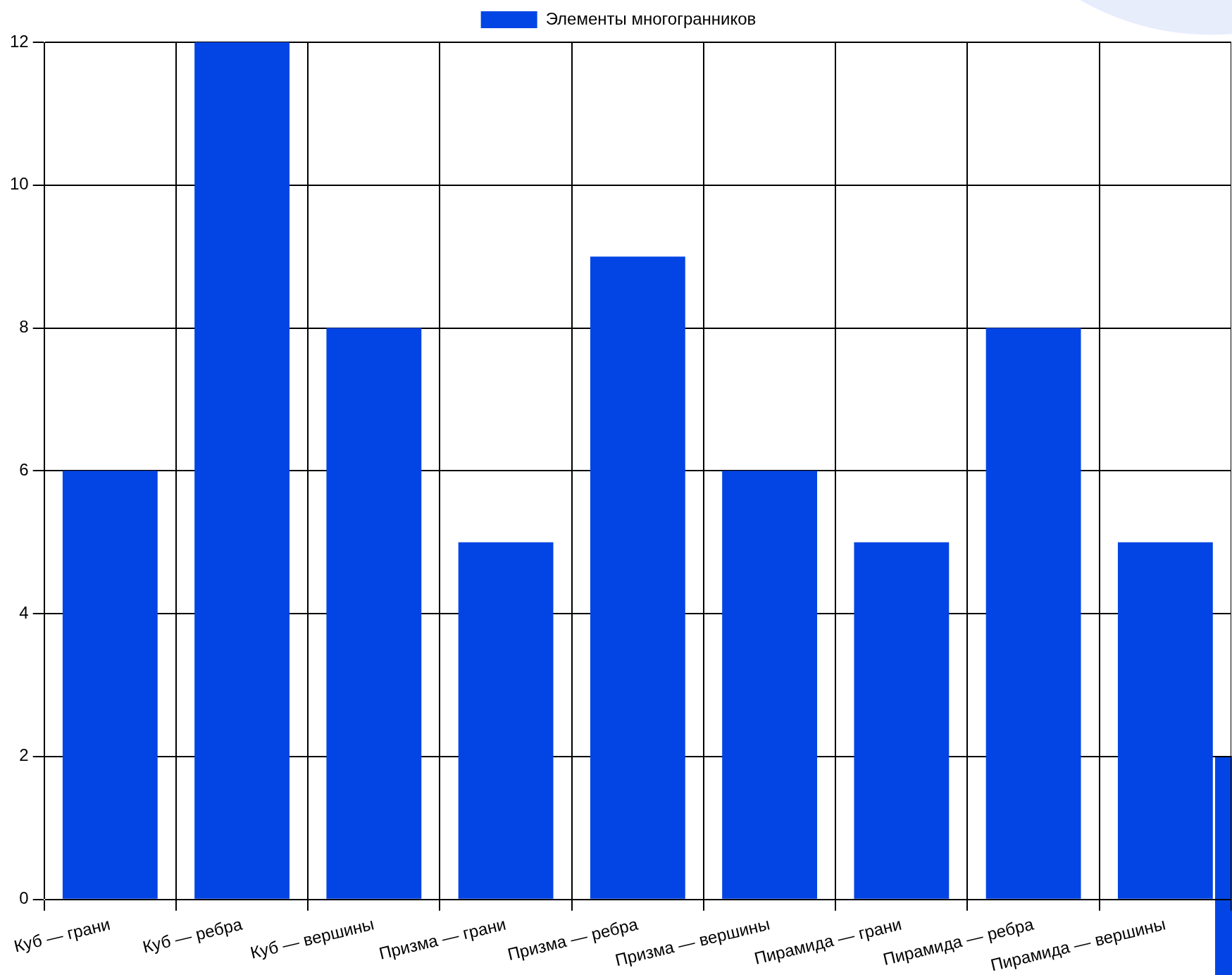
Фигура	Поверхность	Элементы
Куб	Плоская	Грани, ребра, вершины
Цилиндр	Криволинейная	Основания, боковая поверхность
Шар	Непрерывная	Центр, радиус



Элементы многогранников

Количество элементов помогает быстро отличать фигуры и проверять правильность их описания.

Куб имеет больше всего ребер и вершин среди показанных фигур, а у пирамиды меньше всего вершин.



Учебные данные по геометрии: куб, треугольная призма, квадратная пирамида



Расстояния в стереометрии



Между точками

Расстояние между точками — это длина отрезка, который их соединяет. Это самый простой случай измерения, от которого переходят к более сложным задачам в пространстве.



До прямой

Расстояние от точки до прямой измеряют по кратчайшему отрезку, проведенному перпендикулярно к этой прямой. Именно перпендикуляр дает наименьшую длину.



До плоскости

Расстояние от точки до плоскости также находят по перпендикуляру. Этот отрезок показывает, насколько точка удалена от поверхности и позволяет сравнивать положение объектов.



Между параллельными

Для параллельных прямых и плоскостей расстояние постоянно на всем протяжении. Поэтому его удобно измерять в любом месте, где можно провести общий перпендикуляр.

Углы в пространстве

01

Угол между прямыми

Такой угол показывает, насколько направления двух прямых близки или различны. Если прямые пересекаются под прямым углом, говорят, что они перпендикулярны.

→

03

Между плоскостями

Угол между плоскостями определяют по их линиям пересечения с третьей плоскостью, перпендикулярной обеим. Такой способ помогает сравнивать наклон граней в пространственных фигурах.

→

02

Прямая и плоскость

Угол между прямой и плоскостью связан с тем, как линия наклонена к поверхности. Его удобно рассматривать через перпендикуляр и проекцию прямой на плоскость.

→

04

Прямой угол

Прямой угол равен 90° . Если прямая перпендикулярна плоскости, она образует прямой угол с любой прямой, лежащей в этой плоскости и проходящей через точку пересечения.

→

Сечения: как увидеть фигуру «изнутри»



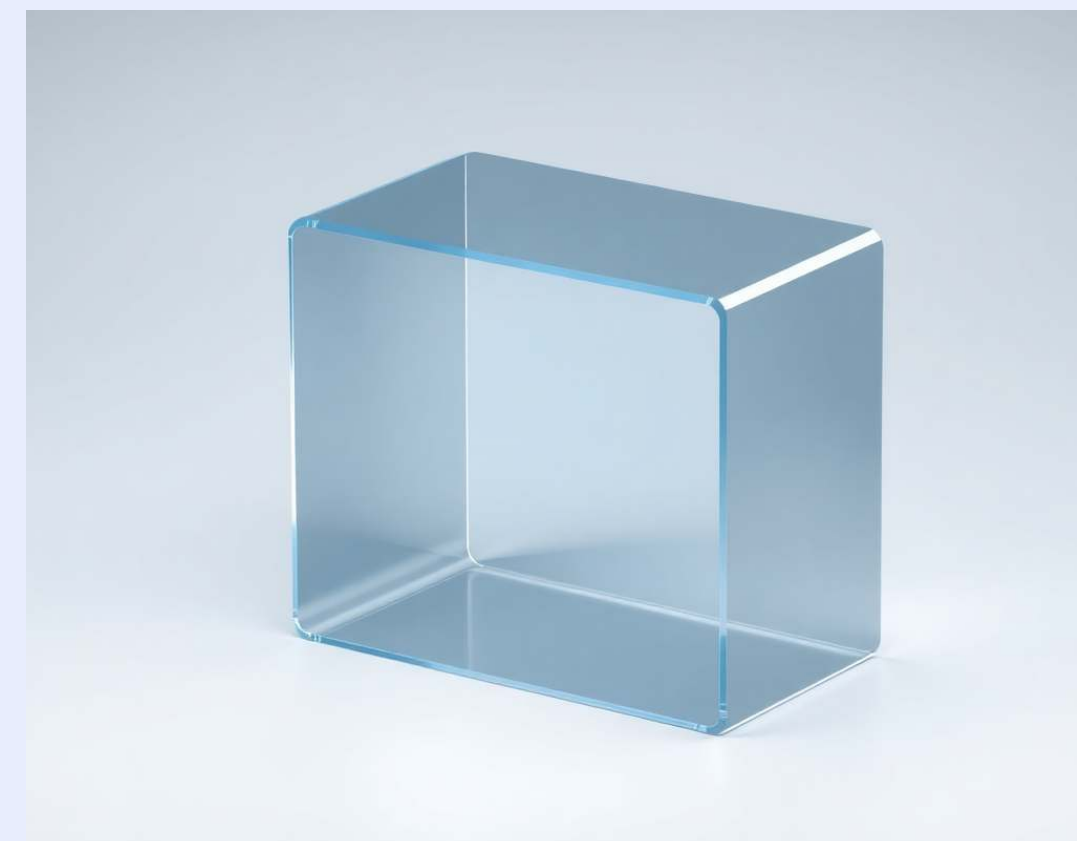
Куб под разными углами

Если плоскость проходит через грани и ребра куба, сечение может получиться совсем разным. Иногда это аккуратный треугольник, иногда четырехугольник или даже шестиугольник. По такой линии видно, как плоскость «разрезает» объемную фигуру.



Цилиндр и его разрез

У цилиндра сечение зависит от положения плоскости. Если она параллельна основанию, получается круг, а при наклоне — прямоугольник или эллипс. Такие изображения помогают понять, что внутри у фигуры нет острых ребер.

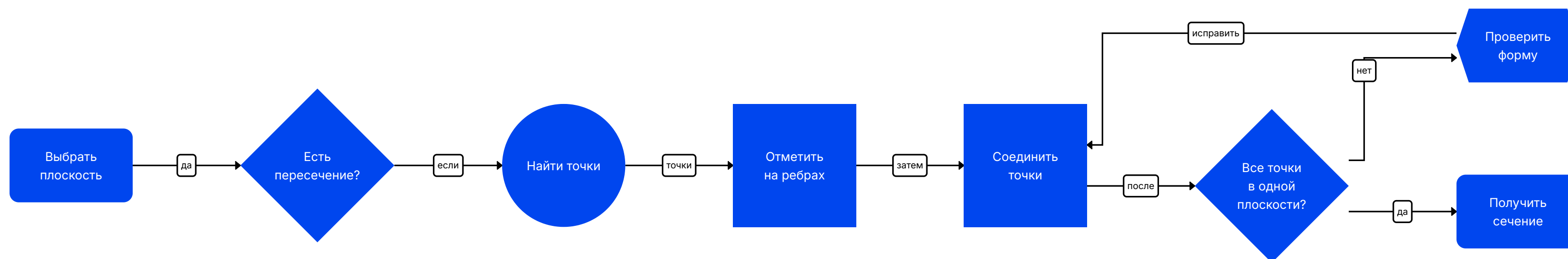


Почему сечения полезны

Сечение показывает не только форму, но и скрытые части тела, которые не видны снаружи. По нему легче представить предмет в пространстве, проверить его симметрию и выбрать удобный способ решения задачи.

Построение сечения: шаг за шагом

Последовательность действий при работе с плоскостью сечения и точками пересечения



Как устроены многогранники

Плоские грани

Многогранник начинается с плоских многоугольников, которые образуют его поверхность. Именно грани задают общий облик фигуры и делают ее угловатой.

Известные примеры

Куб, призма и пирамида — самые наглядные многогранники в школьных задачах. Для выпуклых фигур действует простая связь между вершинами, ребрами и гранями.

Ребра и вершины

Линии пересечения граней называются ребрами, а точки их встречи — вершинами. По этим элементам удобно считать и сравнивать разные многогранники.

Тела вращения вокруг нас

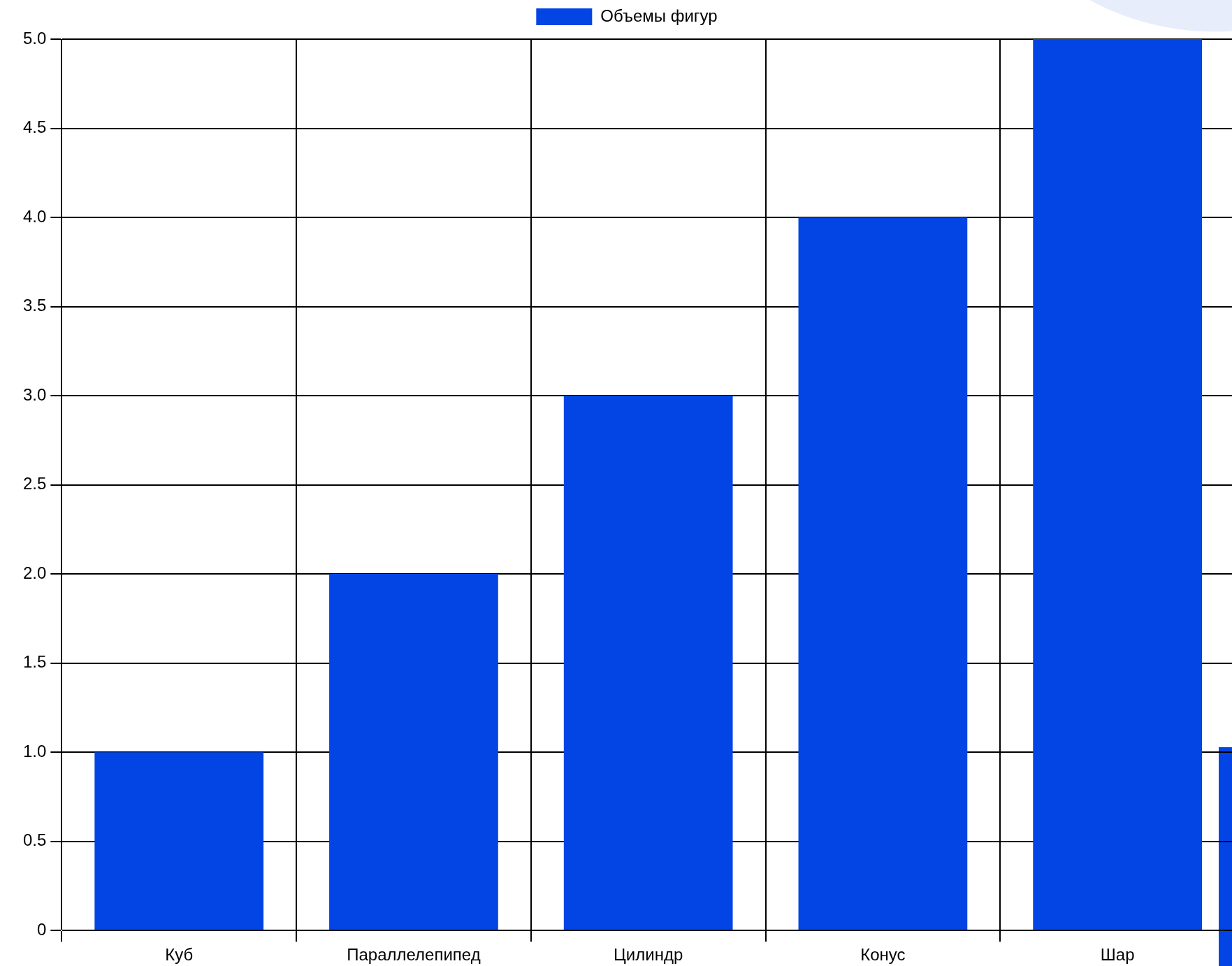


- **Цилиндр**
У цилиндра две равные круглые основы и гладкая боковая поверхность. Он похож на банку, стакан или барабан, поэтому легко узнается в окружающих предметах.
- **Конус**
Конус имеет одну круглую основу и одну вершину. Его форма напоминает рожок мороженого или дорожный указатель, сужающийся кверху.
- **Шар**
Шар не имеет граней, ребер и вершин. Все точки его поверхности находятся на одинаковом расстоянии от центра, поэтому он выглядит совершенно гладким и симметричным.

Формулы объемов

Формулы записывают через размеры фигуры: ребро, высоту или радиус. По ним можно заранее оценить, сколько места занимает тело.

Чем больше линейные размеры, тем быстрее растет объем. У конуса объем в три раза меньше, чем у цилиндра с теми же r и h .



Школьный курс геометрии; основные формулы объема
объемных фигур

Признаки разных пространственных фигур

Фигура	Основание	Особенность
Куб	квадраты	все грани равны
Цилиндр	2 круга	боковая поверхность
Шар	нет	полностью гладкий

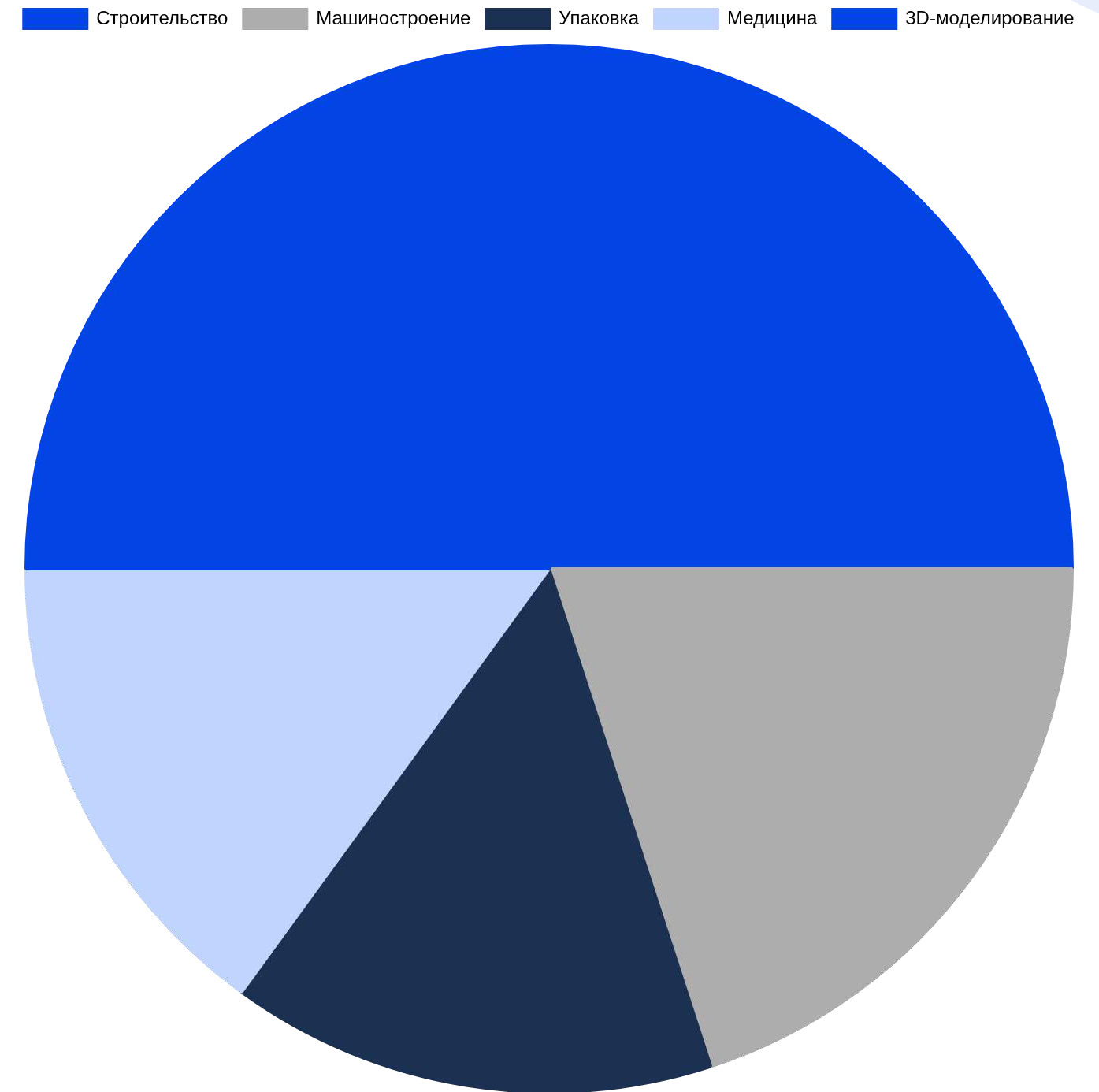
Таблица показывает, чем фигуры отличаются по поверхности, основанию и особым свойствам.

У каждой фигуры свои опорные элементы и свой тип поверхности. Именно по этим признакам их удобно узнавать и сравнивать.

Где применяется стереометрия

Во многих профессиях важно точно рассчитывать размеры деталей, емкостей и конструкций. Без этого трудно сделать предмет удобным, прочным и безопасным.

Стереометрия нужна там, где работают с объемом, формой и точными чертежами. Особенно важны такие вычисления в технике и проектировании.



Сферы применения из школьного курса геометрии

Какие задачи встречаются в стереометрии

Диагонали и ребра

В задачах часто нужно найти диагональ куба или прямоугольного параллелепипеда. Для этого используют рисунок, свойства прямоугольных треугольников и теорему Пифагора.

Площадь поверхности

Иногда требуется вычислить, сколько материала нужно на оболочку тела. Тогда находят площади отдельных граней или частей поверхности и затем складывают результат.

Объем тела

Объем показывает, сколько места занимает фигура. Его вычисляют по формулам для куба, призмы, цилиндра, конуса и шара, подставляя известные размеры.

Углы в пространстве

Часто нужно определить угол между прямыми, плоскостями или прямой и плоскостью. Здесь помогают перпендикуляры, параллельность и аккуратный чертеж.

Расстояния

Еще один тип задач связан с кратчайшим расстоянием от точки до плоскости или между параллельными объектами. Обычно оно находится по перпендикуляру.

Что стереометрия берет из планиметрии

Фигуры и свойства

Из планиметрии переходят понятия треугольника, прямоугольника, угла и площади. В пространстве эти знания остаются полезными, но теперь нужно учитывать еще и глубину фигуры.

Параллельность и перпендикулярность

Правила о параллельных и перпендикулярных прямых помогают строить чертежи и доказывать свойства фигур. В стереометрии они особенно важны для нахождения расстояний и углов.

Плоские сечения

Любое сечение объемного тела — это плоская фигура. Поэтому умение работать с треугольниками, четырехугольниками и многоугольниками напрямую помогает решать пространственные задачи.

Третье измерение

Главное отличие стереометрии — появление объема. К привычным длине и ширине добавляется высота, а вместе с ней — новые способы описывать форму и размеры предметов.



Стереометрия помогает видеть пространство точнее

Этот раздел геометрии учит понимать форму объемных тел, строить сечения, находить расстояния, углы и объемы. Он развивает пространственное мышление и пригодится в учебе и жизни.