

Задачи на сложные пропорции в 7 классе

Пропорции помогают находить связи между величинами в жизненных задачах.





Что уже известно о пропорциях

К 7 классу вы умеете сравнивать величины, записывать пропорции и применять правило «крест-накрест». Теперь эти навыки помогают решать задачи, где ответ получается не сразу, а через несколько шагов.


$$3:5=6:10$$

— это пример равенства двух отношений, которое лежит в основе большинства задач на пропорции.

Одинаковые отношения позволяют находить неизвестное без полного перебора всех чисел.

Пример из школьного курса математики

Пропорции в жизни школьника

Карты и планы

По масштабу можно быстро понять, какое расстояние на бумаге соответствует реальному пути. Такие задачи учат связывать изображение и действительность через одно и то же отношение.

Рецепты и порции

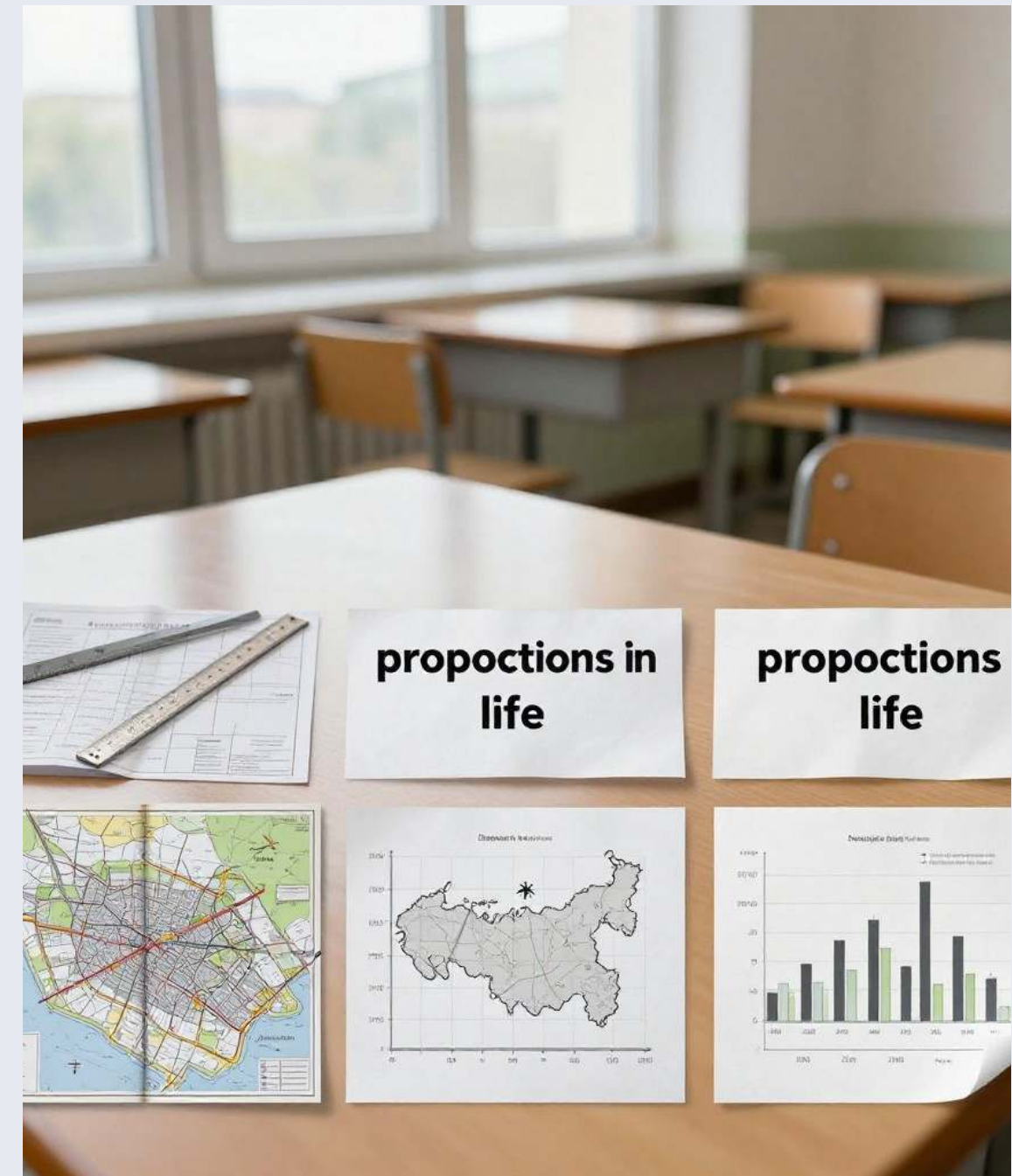
Если нужно приготовить больше или меньше блюда, количества продуктов изменяют в одинаковой пропорции. Так сохраняется вкус и соотношение ингредиентов.

Покупки и цена

В магазине пропорции помогают сравнивать стоимость товара за единицу и вычислять цену нескольких одинаковых предметов. Это удобно при выборе выгодной покупки.

Таблицы и чертежи

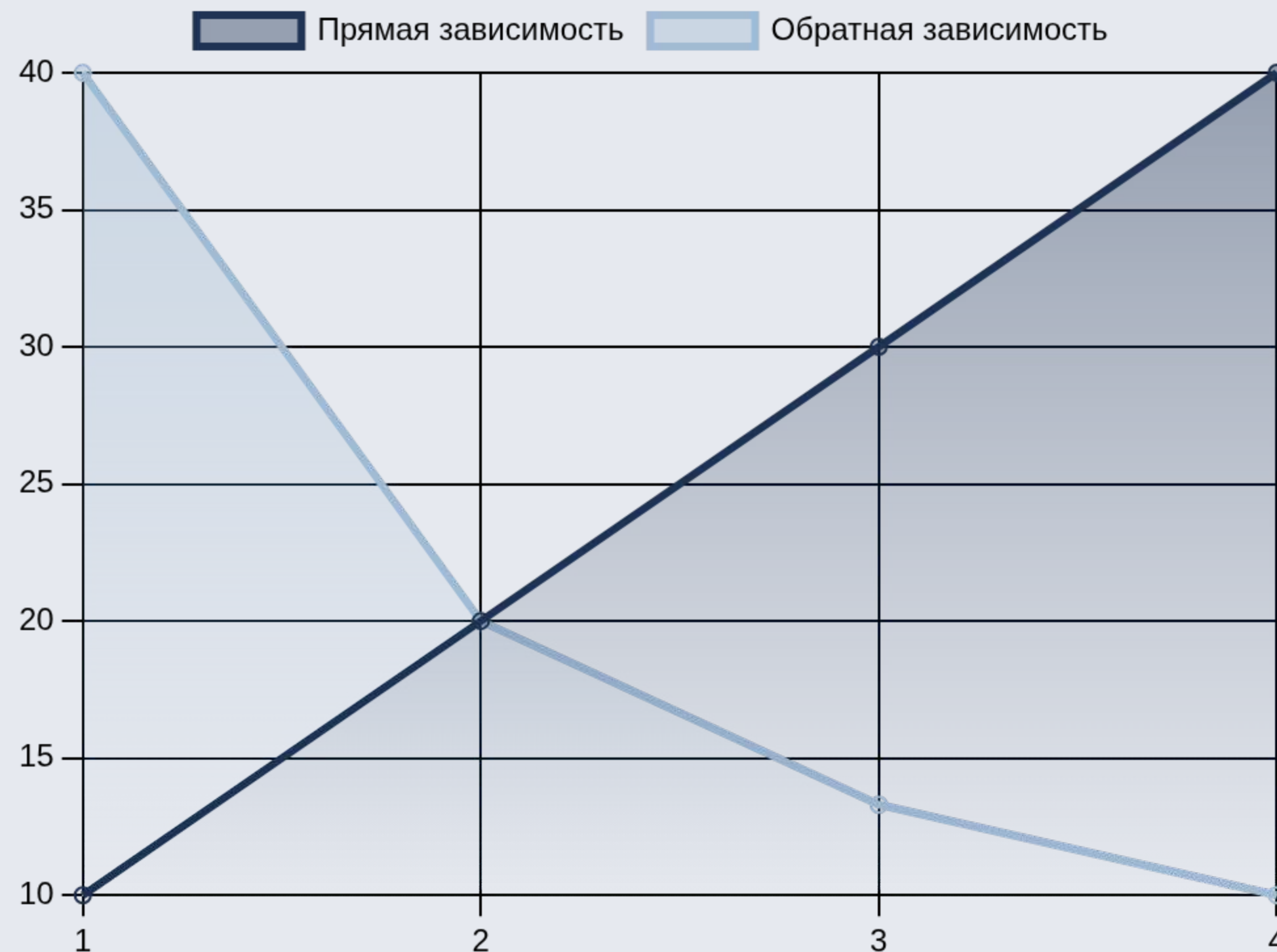
В таблицах и на чертежах пропорции показывают устойчивую связь между величинами. По ним легко находить недостающее значение, если известны остальные данные.



Как изменяются величины в разных типах задач

На одном графике видно, что разные задачи подчиняются разным законам изменения величин.

Если одна величина растёт вместе с другой, это прямая пропорциональность; если одна увеличивается при уменьшении другой — обратная.



Учебные примеры по математике для 7 класса

Прямая пропорциональность

✓ Одинаковое изменение

Если одну величину увеличить вдвое, другая тоже увеличится вдвое. Если уменьшить в три раза, результат изменится так же.

✓ Цена и количество

Чем больше одинаковых товаров покупают при постоянной цене, тем больше стоимость. Здесь удобно сначала найти цену одной единицы.

✓ Путь и время

При постоянной скорости большее расстояние требует больше времени, а меньшее расстояние — меньше времени. Отношение остаётся неизменным.

✓ Формула связи

Для прямой пропорциональности используют запись $y=kx$. Коэффициент k показывает, сколько приходится на одну единицу величины.

Обратная пропорциональность

01 Смысл зависимости

Здесь величины меняются в противоположных направлениях: одна растёт, а другая уменьшается. Поэтому при решении важно сразу определить, что именно остаётся постоянным.

02 Пример с работой

Если рабочих становится больше, срок выполнения задачи сокращается. При одинаковом объёме работы произведение числа рабочих на число дней не меняется.

03 Скорость и время

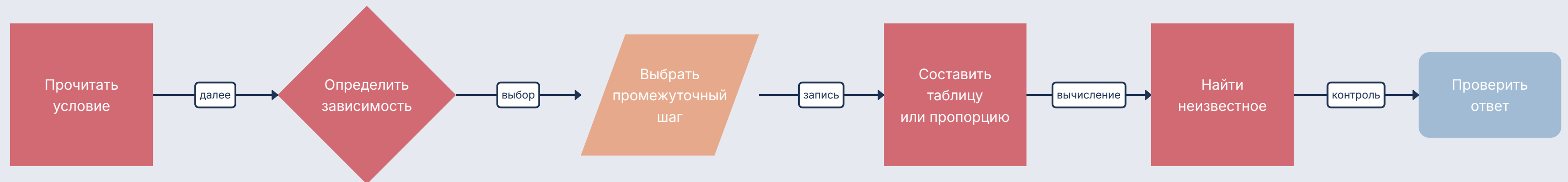
На одном и том же расстоянии увеличение скорости приводит к уменьшению времени пути. Это помогает выбирать нужную формулу без лишних вычислений.

04 Правило произведения

Для таких задач удобно использовать $x \cdot y = k$. Если известно одно значение и постоянное произведение, вторую величину находят делением.

Как решать сложную пропорцию

Пошаговая схема для задач с несколькими связями между величинами



Основные виды задач на пропорции

В разных сюжетах меняются величины, но логика поиска неизвестного остаётся общей.

Чтобы решить задачу, нужно не только вычислить, но и правильно определить вид зависимости и удобную промежуточную величину.

Тип	Связь	Запись	Итог
Цена и количество	прямая	цена за 1	стоимость
Скорость и время	обратная	$v \cdot t = k$	время
Масштаб и части	пропорция	отношение	нужная доля

1:50 000

означает, что на карте 1 см
соответствует 500 м
на местности.

Такой масштаб позволяет переводить
длину на плане в реальное
расстояние, если все единицы
измерения приведены к одной
системе.

Пример школьной задачи на масштаб

Задачи на цену и количество



Тетради по одной цене

В магазине на полке стоят одинаковые тетради, и для решения достаточно знать цену одной. Если 7 тетрадей стоят 315 рублей, сначала находят стоимость одной, а затем легко считают любую другую покупку. Такая схема делает задачу короткой и наглядной.



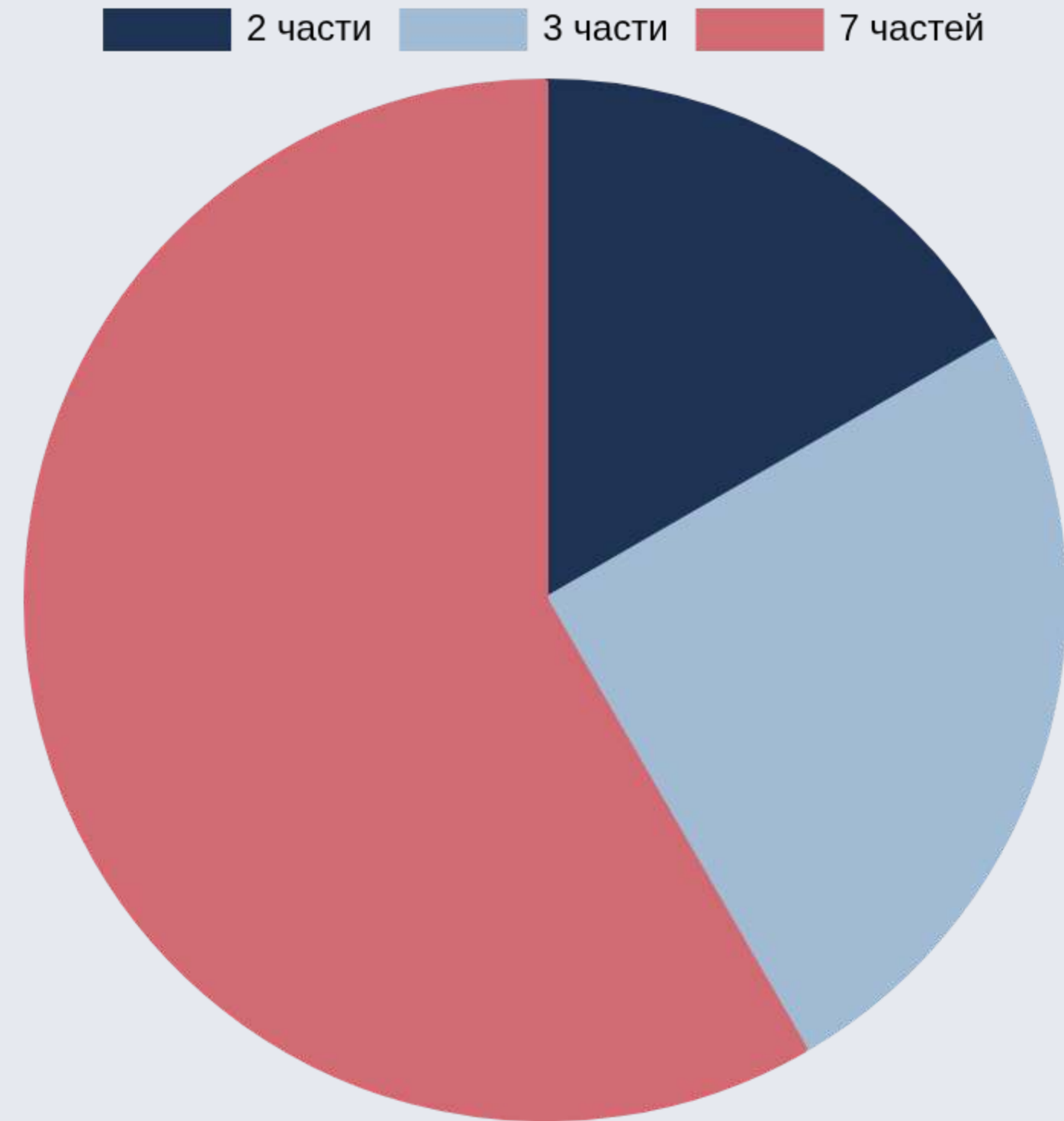
Покупка по таблице

Удобно записать данные в таблицу: количество, цена и стоимость. Тогда сразу видно, какая величина известна, а какая ищется. Таблица помогает не потерять шаги вычисления и аккуратно перейти от одной покупки к другой без лишних ошибок.

Деление числа в заданном отношении

Сначала находят сумму частей: $2 + 3 + 7 = 12$. Затем одну часть получают делением общего числа на 12 и умножают её на нужное количество частей.

Чем больше частей в отношении, тем больше доля. Здесь самая крупная часть — 700 рублей, значит, третья доля занимает больше половины суммы.



Учебный пример по теме «отношение и пропорция».

Как решается составная задача

Шаг 1. Находим по одной величине

Сначала считают стоимость каждого вида фруктов отдельно: яблоки по своей цене, груши по своей. Это создаёт основу для следующего вычисления и не позволяет запутаться в данных.

Шаг 3. Делаем итоговый вывод

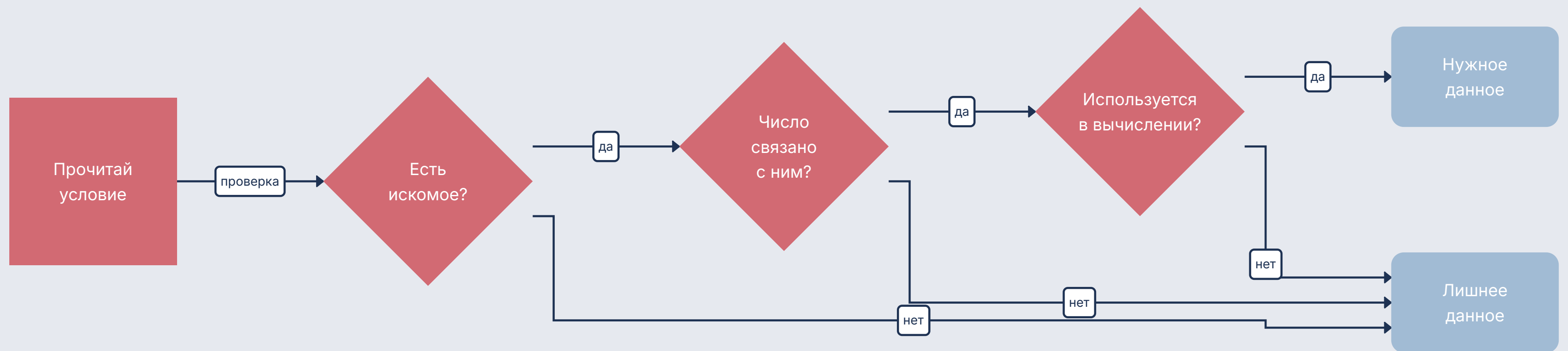
На последнем шаге записывают общий ответ: всю стоимость, разницу или остаток. Именно здесь важно проверить, что единицы измерения совпадают и все действия выполнены последовательно.

Шаг 2. Сводим результаты

После первого действия складывают найденные суммы или сравнивают их, если в вопросе требуется разница. Здесь уже используются промежуточные ответы, а не исходные данные из условия.

Как отличить нужные данные от лишних

Проверка данных в условии помогает выбрать только те числа, которые участвуют в решении задачи.



Типичные ошибки при решении задач на пропорции

Ошибка	Причина	Что сделать
Путают зависимость	Не поняли условие	Сравнить величины
Не переводят единицы	Разные единицы	Привести к одному виду
Сбиваются в частях	Неверная сумма	Пересчитать части
Пропускают шаг	Спешка	Решать поэтапно

В таблице собраны частые ошибки, их причины и правильные действия, которые помогают быстрее увидеть и исправить неточность.

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с невнимательным чтением и отсутствием проверки промежуточных шагов.

Проверка ответа в задаче

1

Сравните со смыслом

Ответ должен соответствовать ситуации. Если товара стало больше при той же цене, итоговая стоимость не может уменьшиться, а при росте числа работников время обычно сокращается.

2

Проверьте обратно

Подставьте найденное число в пропорцию, таблицу или правило задачи. Если равенство не выполняется, значит, где-то была допущена ошибка в вычислениях или выборе зависимости.

3

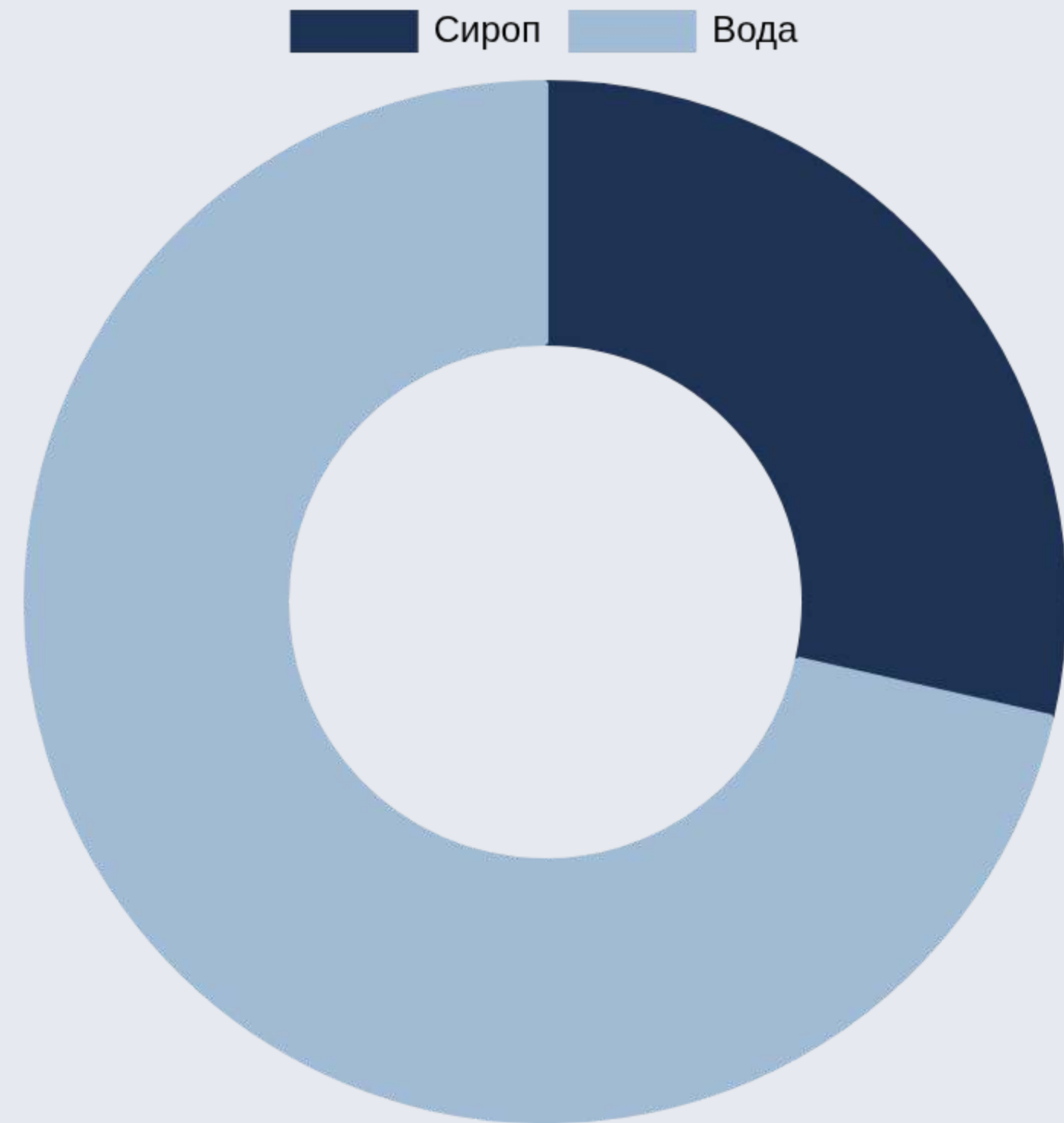
Оцените результат

Сверьте ответ с тем, что ожидалось до вычислений. Сильное расхождение показывает, что нужно пересмотреть единицы, промежуточные действия и само условие.

Пропорции в задачах на смеси и доли

Если смесь увеличить до 14 стаканов, каждая часть удваивается. Поэтому сохраняется исходное отношение, а пересчёт делается через одну долю.

Доля целого определяется количеством частей, а не случайным числом. Это позволяет быстро находить объём каждого компонента.



Учебный пример по теме «отношение, доля, смесь».

Короткие приёмы для устного счёта



Сокращайте отношение

Если числа имеют общий делитель, делите их сразу. Так $18:24$ превращается в $3:4$, и задача становится заметно проще без длинных вычислений.



Находите одну часть

Сначала определите значение одной доли, а затем умножьте её на нужное число частей. Этот приём особенно удобен в задачах на деление целого.



Используйте кратные числа

Когда величины кратны друг другу, легко проверять ответ в уме. Например, если значение увеличилось вдвое, итог тоже должен измениться вдвое при прямой пропорции.



Считайте по опоре

Опорное число помогает не терять ход решения. Если известна цена за одну единицу или время на один шаг, остальные вычисления идут быстрее и аккуратнее.

Где встречаются пропорции вне урока



Рецепт на всю семью

На кухне пропорции помогают не испортить вкус блюда. Если рецепт рассчитан на две порции, а нужно шесть, все продукты увеличивают в одинаковое число раз. Тогда сохраняются и вкус, и правильная консистенция.



Карта и расстояние

На карте пропорции превращают сантиметры в километры. По масштабу можно быстро понять, сколько на самом деле нужно пройти или проехать. Это удобно в путешествиях, на экскурсиях и при планировании маршрута.



Покупка без переплаты

В магазине пропорции помогают сравнить цену за одну единицу товара. Так проще выбрать более выгодный вариант и понять, сколько будет стоить нужное количество. Этот приём часто используют взрослые и школьники.



Почему пропорции полезны в жизни

Сложные пропорции учат замечать связь между величинами, работать с единицами и находить удобный путь к ответу. Эти умения нужны не только на уроках, но и в повседневных расчётах.

