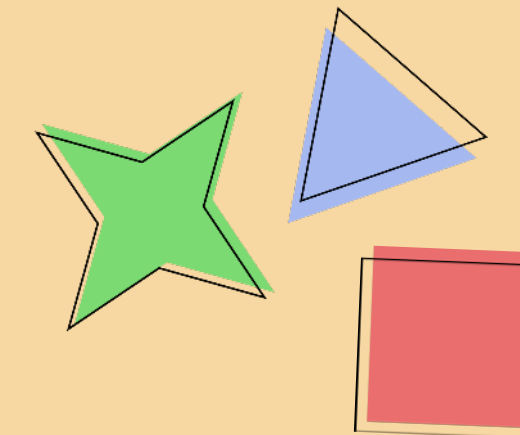
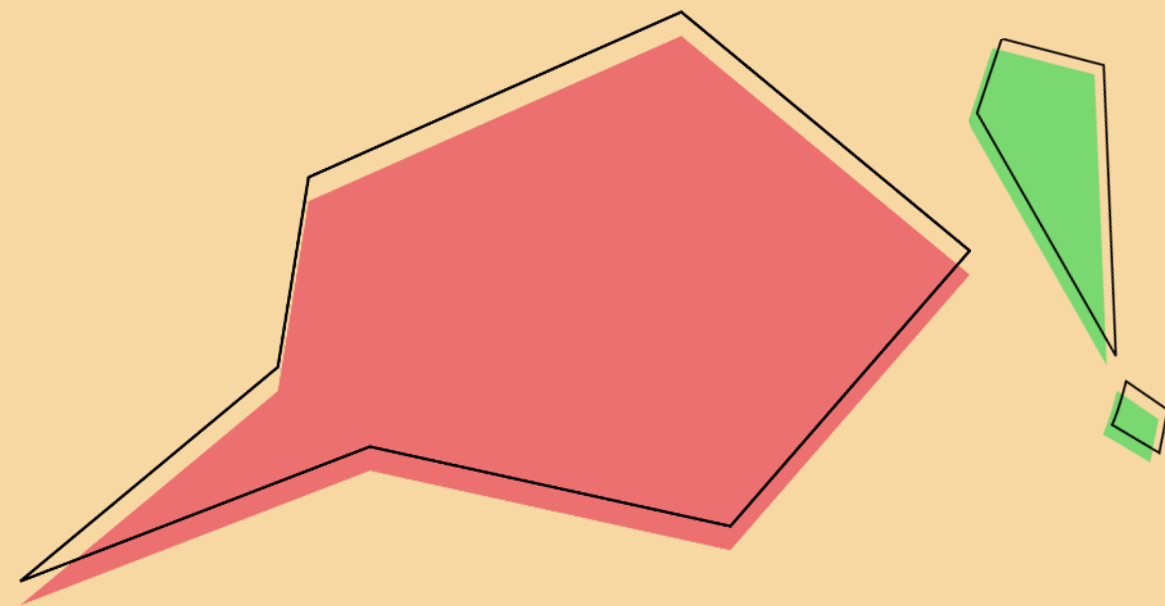
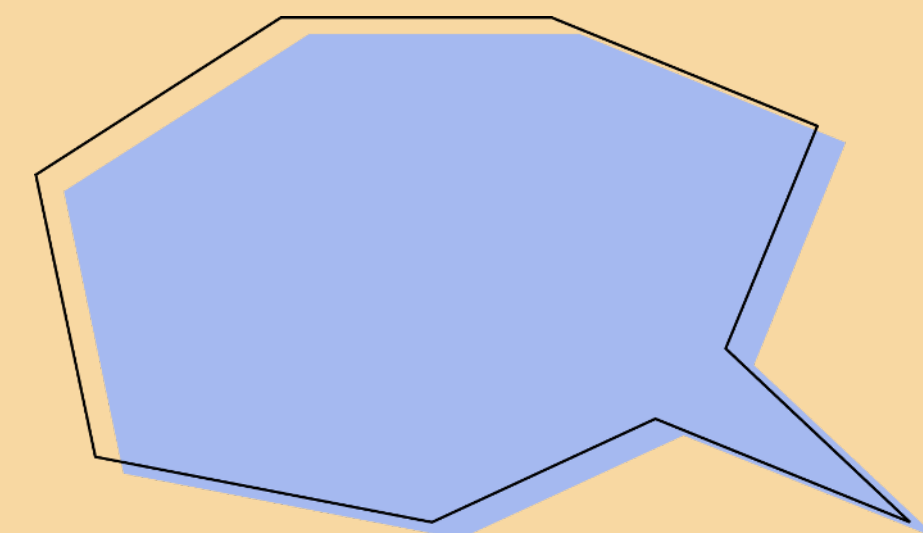
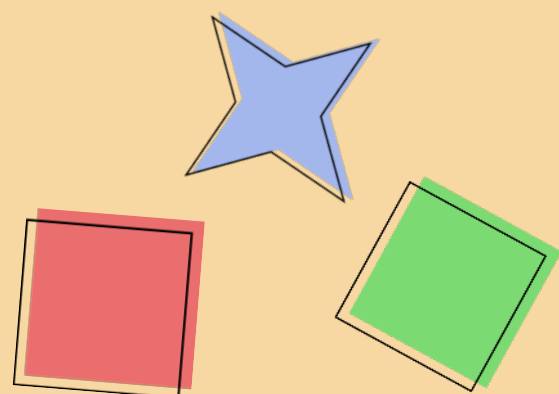




Формулы площади треугольника: основные способы нахождения площади

Несколько формул для одной фигуры



Зачем знать площадь треугольника

Треугольник часто встречается в геометрических задачах, потому что на его основе строятся сложные фигуры. Умение выбирать формулу площади помогает быстро находить неизвестные величины и проверять решение по чертежу.



Основная формула площади через основание и высоту

1. Главная запись

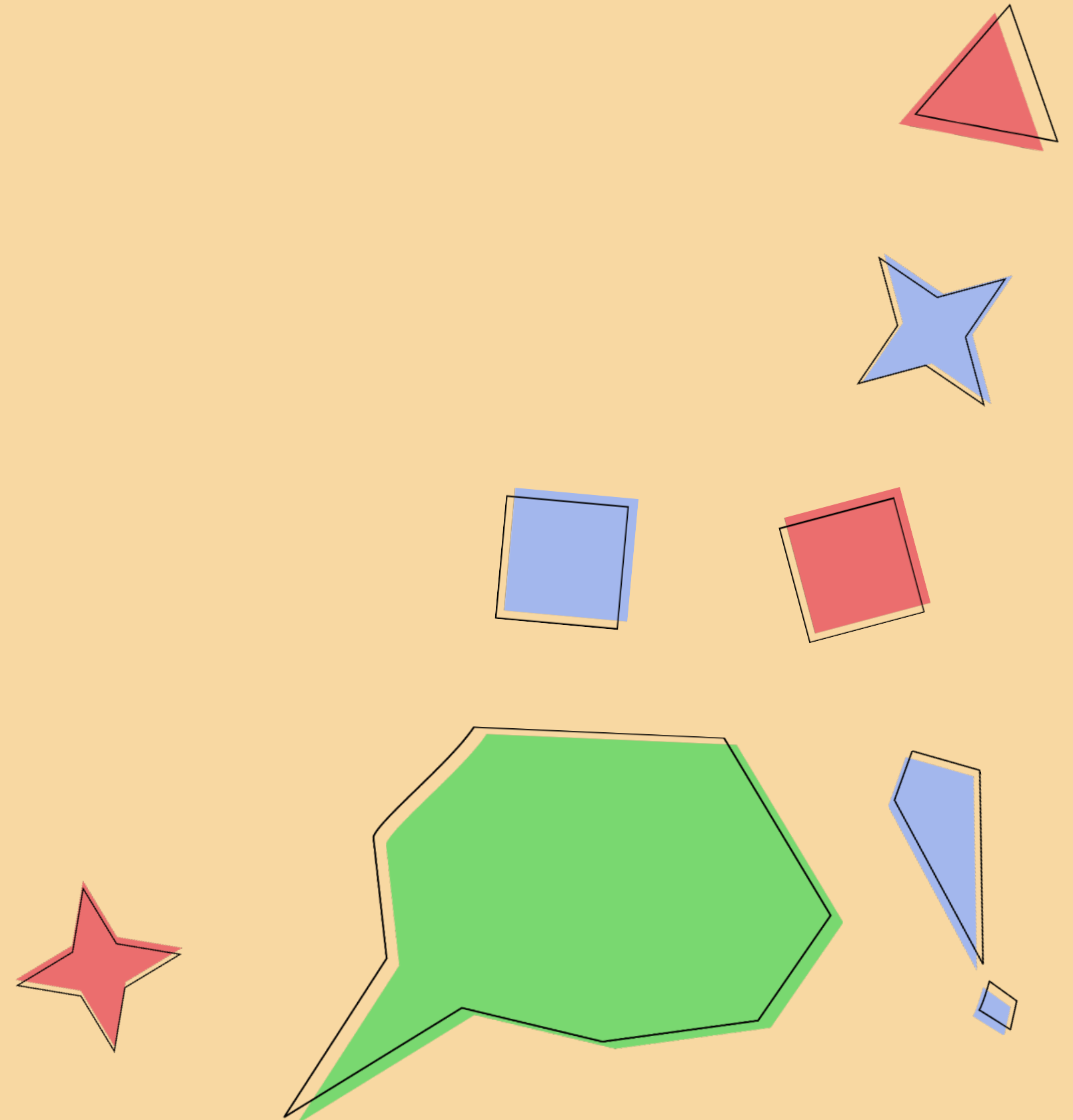
Основная формула площади треугольника записывается так: $S = \frac{1}{2} ah$. Она подходит для любого треугольника, если известны основание и высота, проведённая к этому основанию.

2. Что означают буквы

Буква a обозначает выбранное основание треугольника, а буква h — высоту. Высота всегда опускается перпендикулярно к основанию или его продолжению, поэтому образует прямой угол.

3. Единицы площади

Площадь измеряется в квадратных единицах: мм^2 , см^2 , м^2 . Это важно помнить при записи ответа, потому что численное значение без единицы не считается полным.



Основание и высота треугольника

Выбор основания

Основанием можно считать любую сторону треугольника, если к ней проведена соответствующая высота. В разных задачах удобно выбирать ту сторону, для которой высоту определить проще всего.

Как строится высота

Высота проводится из противоположной вершины перпендикулярно к основанию. Именно прямой угол отличает высоту от боковой стороны и помогает не перепутать элементы на чертеже.

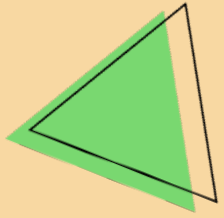
Высота вне треугольника

В тупоугольном треугольнике высота может падать на продолжение стороны. Это нормальный случай, и формула площади всё равно остаётся той же.

Обозначения на схеме

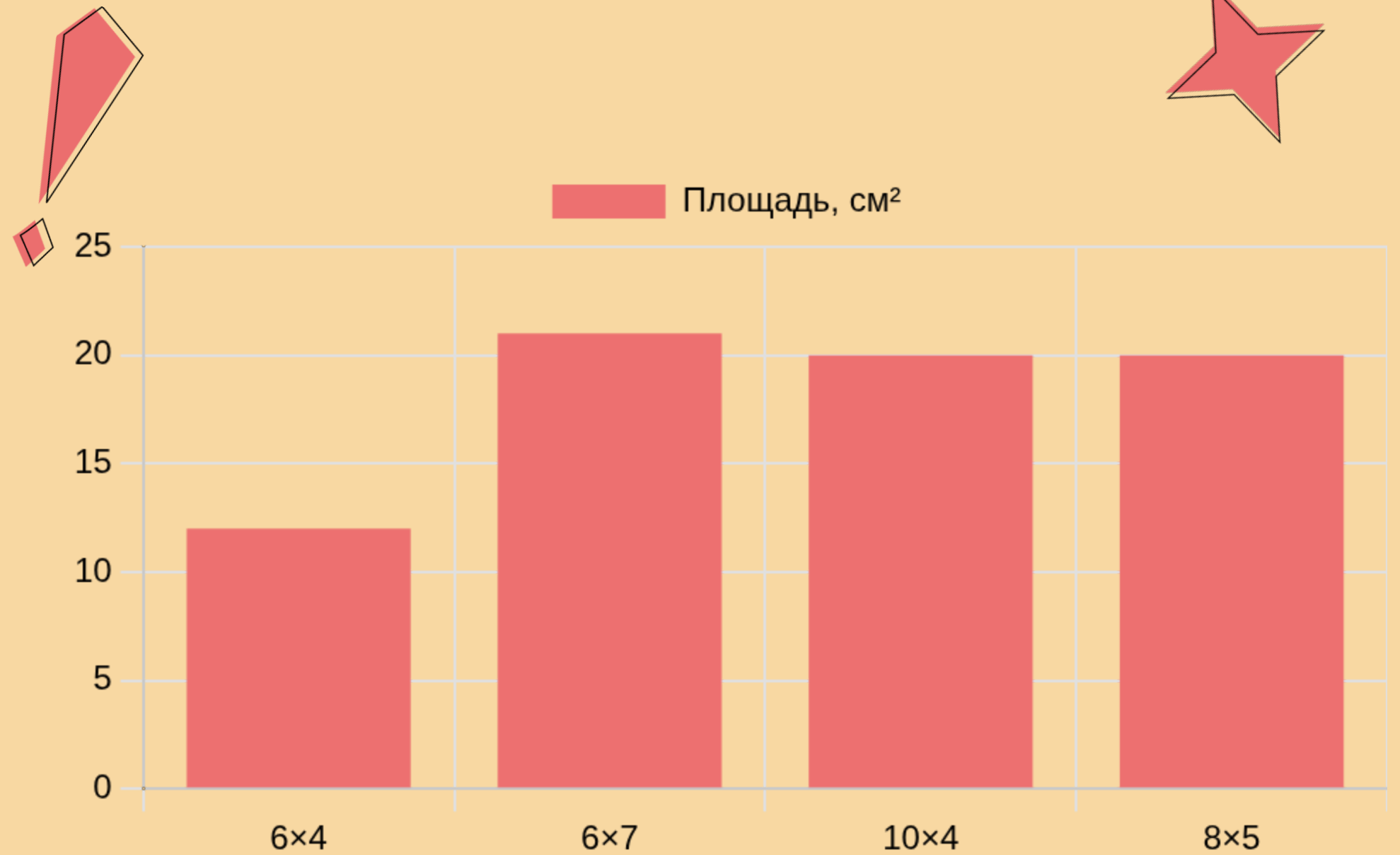
На рисунке обычно подписывают основание буквой a , высоту буквой h и отмечают прямой угол. Такая схема делает условие задачи более понятным и упрощает вычисления.

Как меняется площадь при изменении основания и высоты

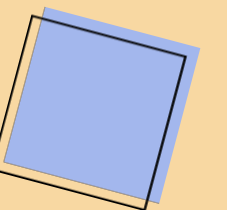
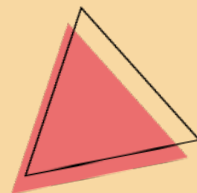
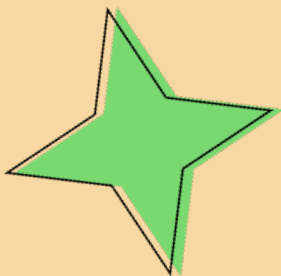


Во всех примерах площадь равна половине произведения основания и высоты, поэтому достаточно сравнить сами значения этих двух величин.

При росте основания или высоты площадь увеличивается; одинаковое произведение даёт одинаковую площадь.



Вычисления по формуле $S = \frac{1}{2} ah$

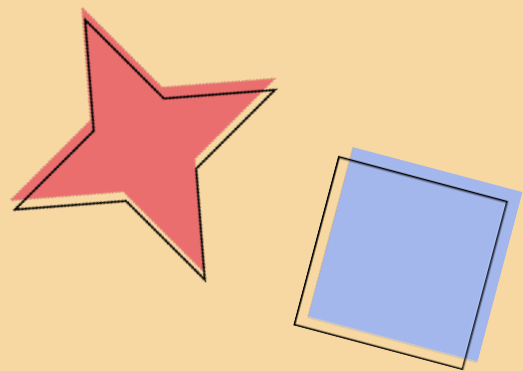


Площадь прямоугольного треугольника

1.

Катеты как стороны

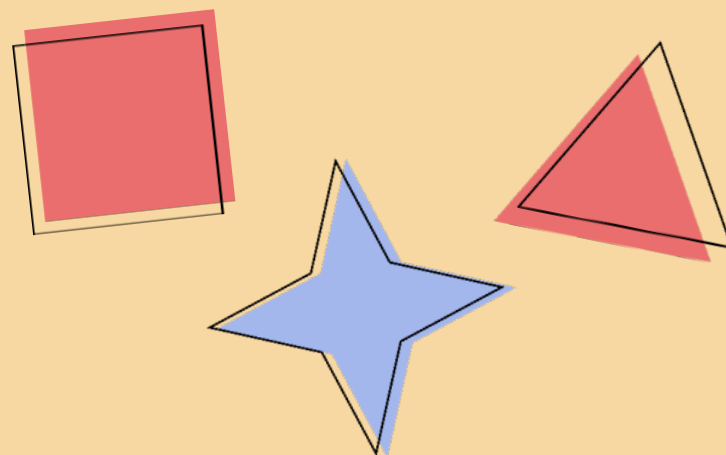
В прямоугольном треугольнике два катета перпендикулярны, поэтому один можно считать основанием, а другой — высотой. Это сразу упрощает нахождение площади без дополнительных построений.



2.

Удобная формула

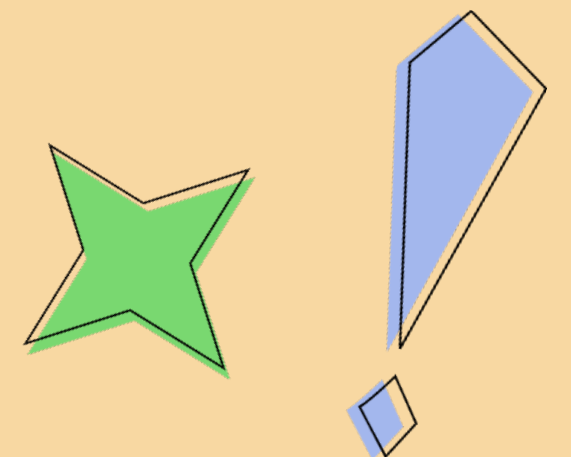
Для прямоугольного треугольника используется формула $S = \frac{1}{2} ab$, где a и b — катеты. Она особенно удобна в школьных задачах, потому что все нужные данные уже даны.



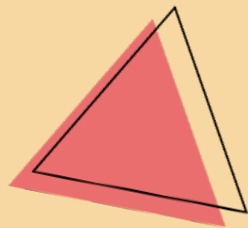
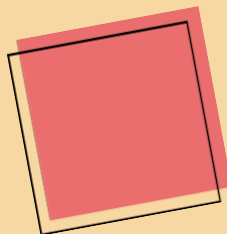
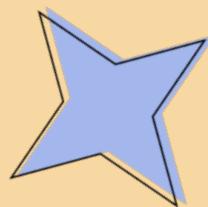
3.

Половина произведения

Площадь такого треугольника всегда составляет половину произведения катетов. Если умножить катеты, а затем разделить результат на 2, получится искомая площадь.



Сравнение формул площади треугольника

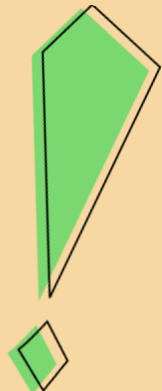
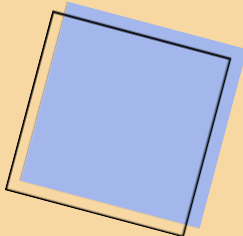
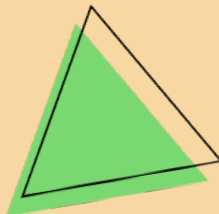


Случай	Формула	Когда применять
Основание и высота	$S = \frac{1}{2} ah$	Известны a и h
Прямоугольный треугольник	$S = \frac{1}{2} ab$	Известны катеты
Две стороны и угол	$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	Известен угол между ними
Три стороны	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	Нужно найти по сторонам

Выбор формулы зависит от того, какие элементы треугольника известны в задаче.

Все формулы описывают одну и ту же площадь, но используются в разных условиях задачи.

Формулы школьной геометрии



Формула через две стороны и угол между ними

1. Запись формулы

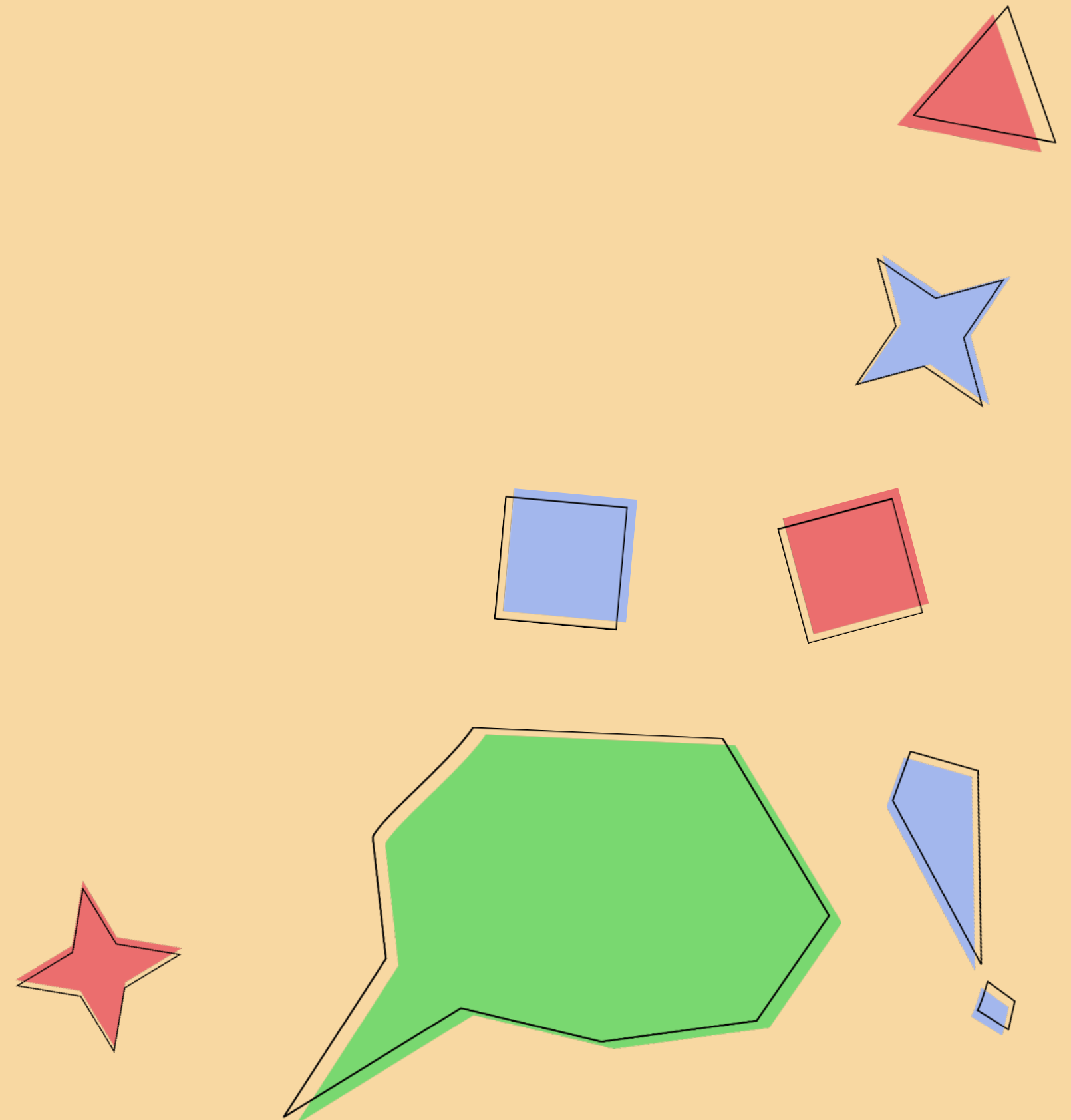
Если известны две стороны и угол между ними, площадь находят по формуле $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$.
Здесь γ — именно угол между сторонами a и b .

2. Почему нужен синус

Синус учитывает, насколько стороны «наклонены» друг к другу. Чем больше угол, тем больше значение $\sin \gamma$, а значит, меняется и площадь треугольника.

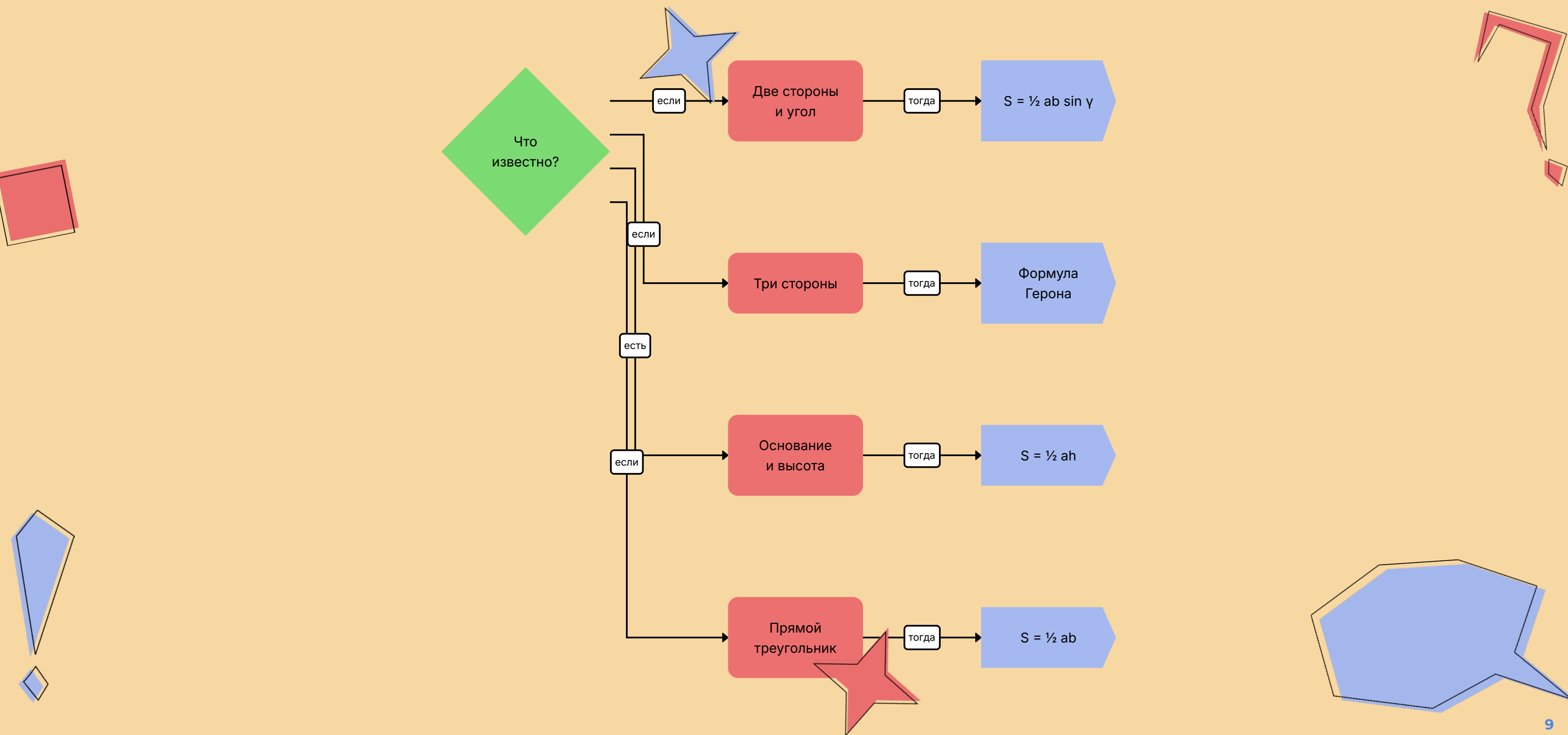
3. Связь с прямым углом

Когда $\gamma = 90^\circ$, синус равен 1, и формула превращается в $S = \frac{1}{2} ab$. Поэтому формула для любого угла обобщает случай прямоугольного треугольника.



Как выбрать формулу площади треугольника

Схема показывает, какую запись применять в зависимости от данных в условии.



Формула Герона для трёх сторон

Когда применяется

Формула Герона нужна, если в задаче известны только три стороны треугольника. Она позволяет найти площадь без высоты и без дополнительных угловых построений.

Как выглядит запись

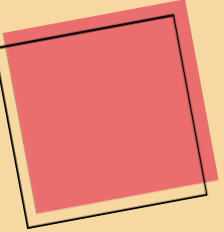
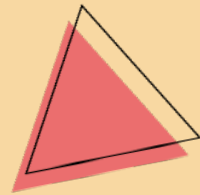
Формула записывается так: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Здесь a , b и c — стороны треугольника, а p — полупериметр, равный половине суммы сторон.

Полупериметр

Полупериметр вычисляют по формуле $p = (a+b+c)/2$. Сначала находят p , затем подставляют его в формулу Герона и аккуратно выполняют действия по порядку.



Алгоритм решения задач на площадь треугольника



1. Определить данные

Сначала внимательно читают условие и отмечают, что известно: стороны, высоты, углы или вид треугольника. Это помогает понять, какая формула подходит лучше всего.

2. Выбрать формулу

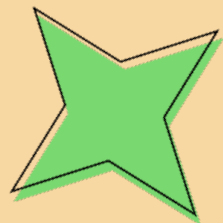
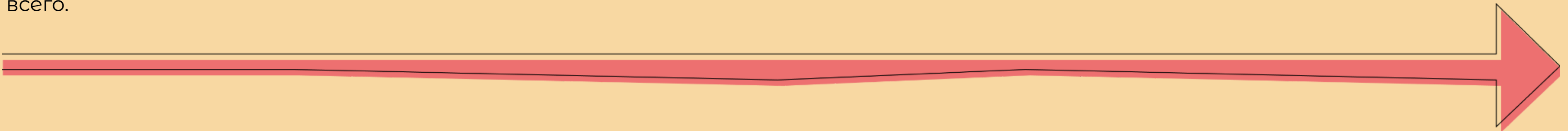
Затем подбирают нужную запись для площади. Выбор зависит от набора данных: основание и высота, прямой угол, две стороны с углом или три стороны.

3. Подставить значения

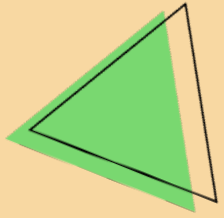
После выбора формулы все числа аккуратно подставляют на свои места. Важно следить за обозначениями, знаками и правильным порядком действий при вычислениях.

4. Проверить ответ

В конце записывают площадь с нужной единицей измерения и сравнивают результат с условием задачи. Если ответ выглядит странно, вычисления стоит перепроверить.

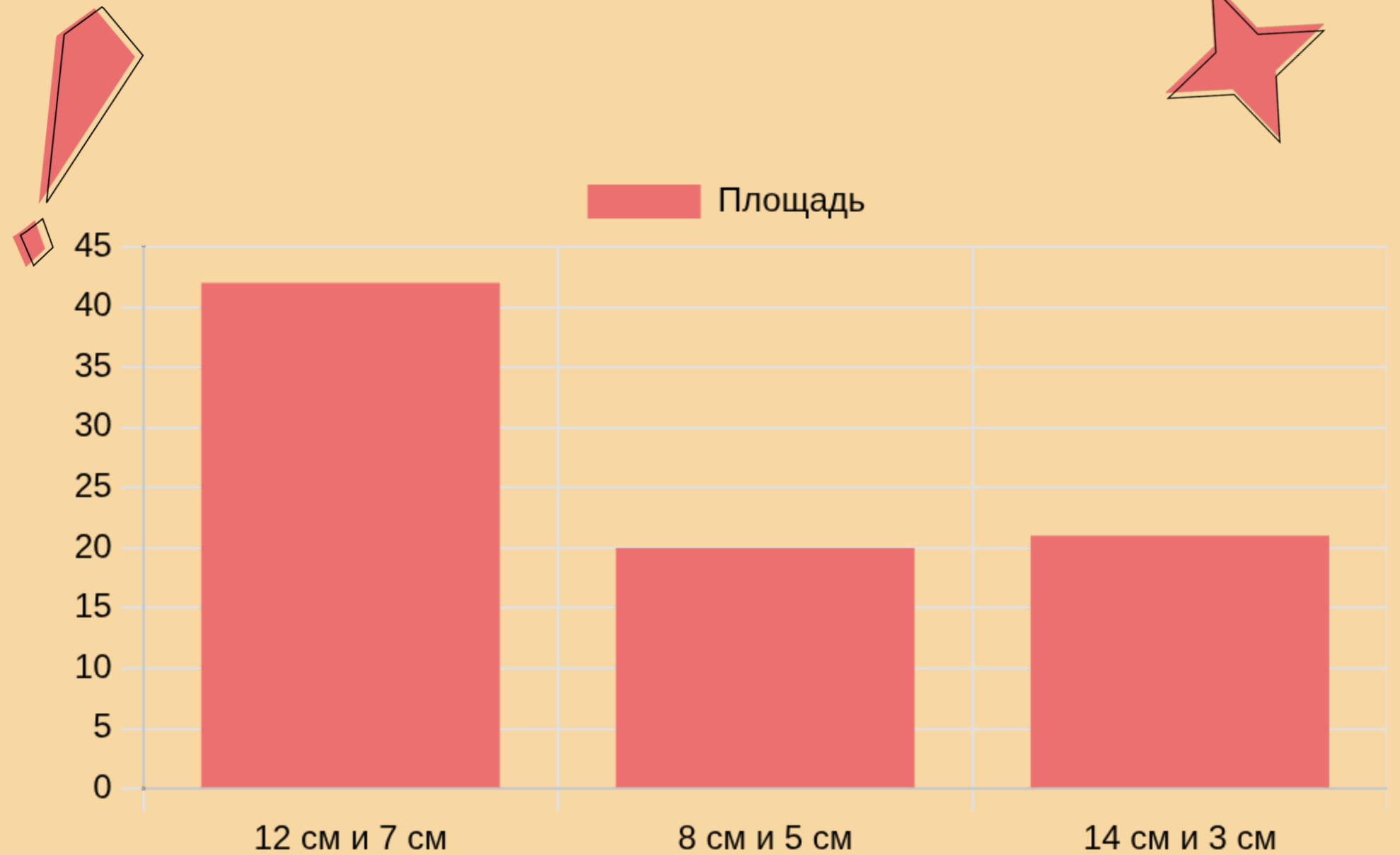


Пример вычисления площади по формуле $S = \frac{1}{2} ah$

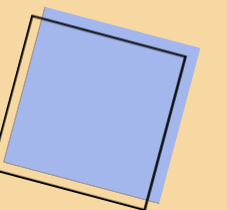
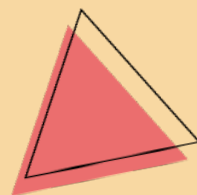


Во всех случаях основание и высота перемножаются, а затем результат делится на два. Это удобно видеть на числовых примерах.

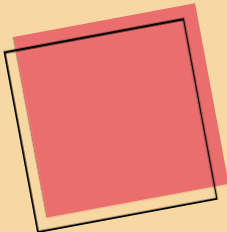
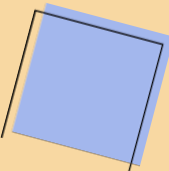
Чем больше произведение основания и высоты, тем больше площадь треугольника; деление на 2 сохраняет правило для всех случаев.



Расчёты по формуле $S = \frac{1}{2} ah$ на основе данных из условия задания.



Типичные ошибки при нахождении площади



Ошибка	Причина	Что помнить
Высота вместо стороны	Путают элементы	Высота перпендикулярна
Без деления на 2	Пропускают шаг	Площадь вдвое меньше
Угол вместо синуса	Неверная подстановка	Нужен $\sin \gamma$
См вместо см^2	Забывают единицы	Площадь измеряется в квадратных

Обобщение типичных ошибок при решении задач на площадь треугольника.

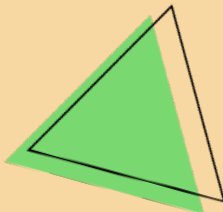
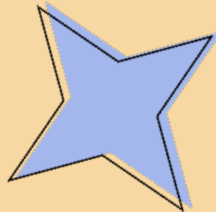


Таблица показывает, где чаще всего возникают неточности при вычислении площади треугольника и как их избежать.



Большинство ошибок связано не с формулой, а с невнимательностью: важно правильно читать условие, подставлять нужные величины и не забывать единицы.

Единицы измерения площади

1.

Квадратные единицы

Площадь всегда записывают в квадратных единицах: мм^2 , см^2 , дм^2 , м^2 или км^2 . Это показывает, что измеряется не длина, а размер поверхности фигуры.

2.

Согласование с данными

Если в задаче все стороны указаны в сантиметрах, то и ответ должен быть в см^2 . При данных в метрах результат записывают в м^2 , без смешивания единиц.

3.

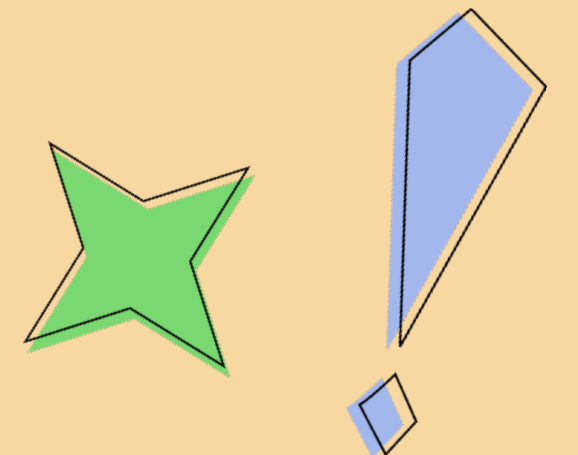
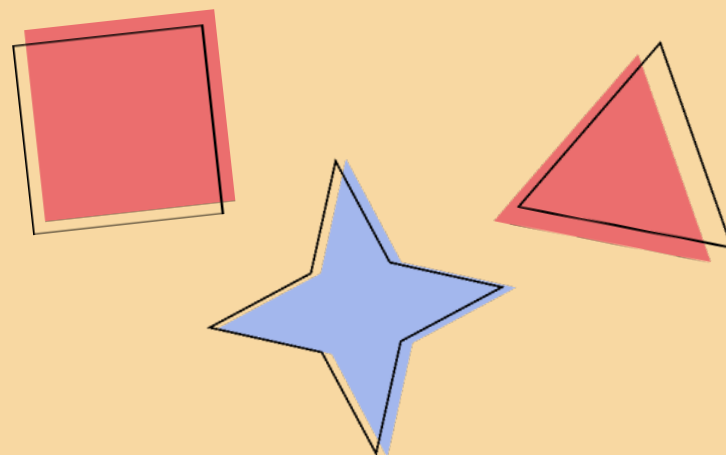
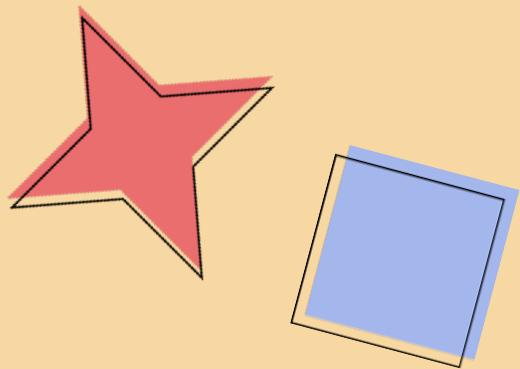
Переход между единицами

При переводе важно помнить соотношения между единицами. Например, 1 м^2 равен $10\,000 \text{ см}^2$, поэтому ошибочный перевод может сильно изменить численный результат.

4.

Проверка записи

Даже верное число может стать неверным ответом, если забыть знак квадратной единицы. Поэтому после вычислений нужно отдельно проверить не только число, но и запись.



Площадь треугольника в реальных объектах



Крыша дома

На чертежах крыш часто видны треугольные детали. Чтобы рассчитать материал для одной части конструкции, нужно знать её площадь. Такие задачи помогают связать геометрию с реальной постройкой и показать, зачем нужны формулы на практике.



Дорожный знак

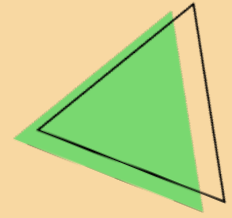
Многие предупреждающие знаки имеют треугольную форму. При изготовлении важно точно рассчитать размеры поверхности, чтобы правильно подобрать материал и покрытие. Здесь площадь треугольника помогает работать не только с числами, но и с настоящими объектами.



Школьный чертёж

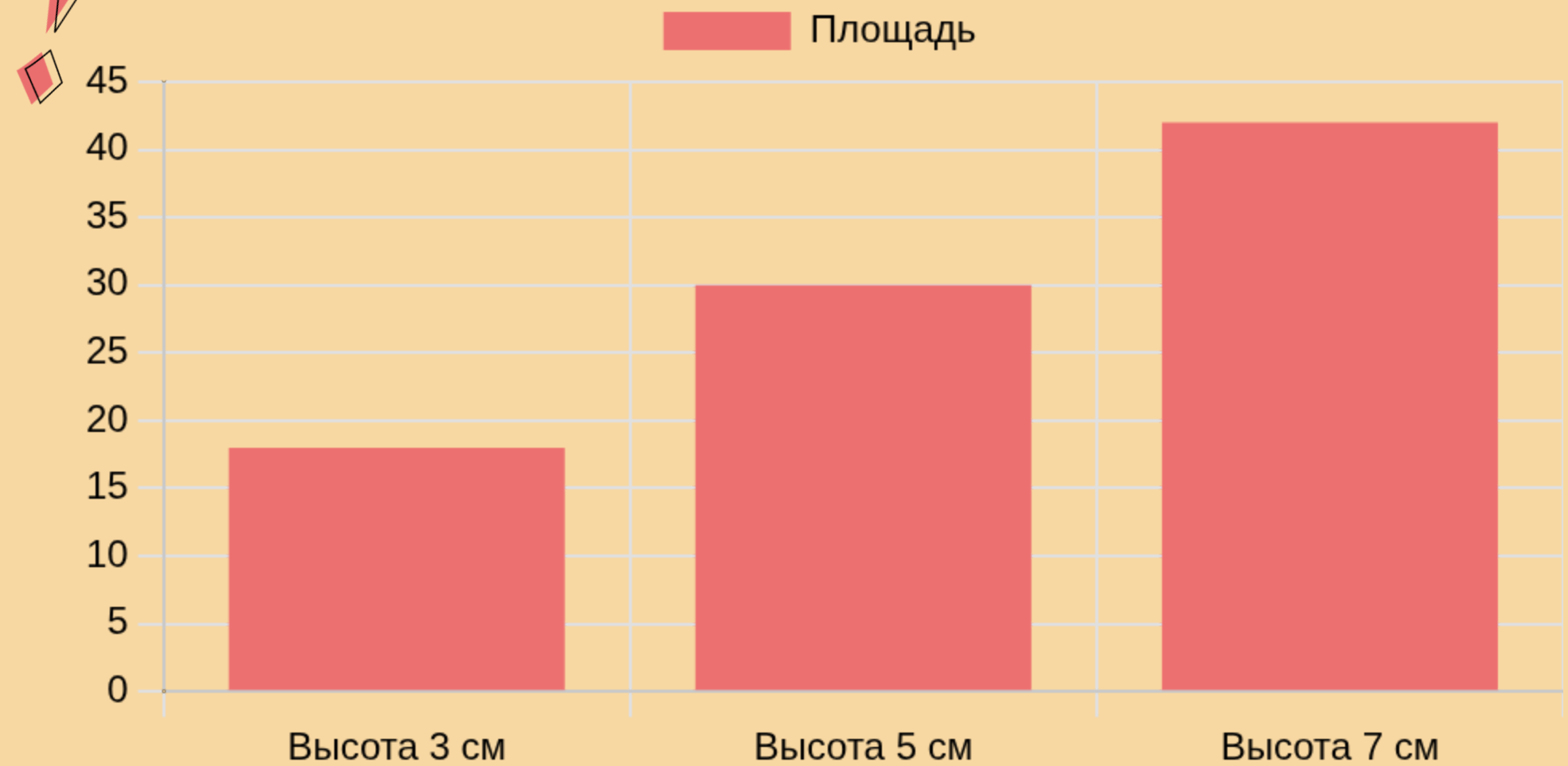
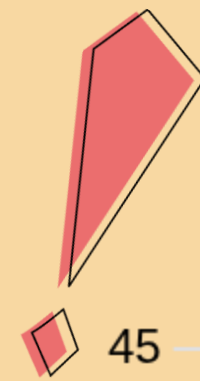
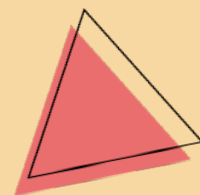
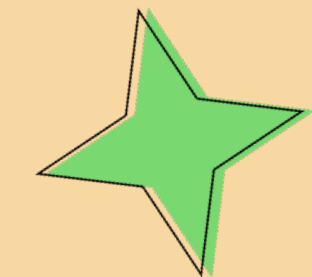
В тетрадах и на схемах треугольники встречаются очень часто: в деталях фигур, планах, эскизах и разметке. Умение находить площадь позволяет сравнивать части рисунка и выполнять задания аккуратно, без лишних построений.

Сравнение площадей трёх треугольников при одном основании

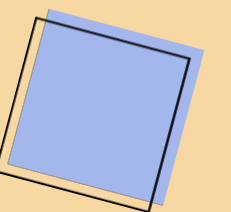


Во всех трёх случаях основание одинаковое, поэтому меняется только площадь, связанная с высотой. Для сравнения удобно смотреть на высоту столбцов.

При неизменном основании площадь растёт вместе с высотой: 3 см, 5 см и 7 см дают последовательное увеличение результата.

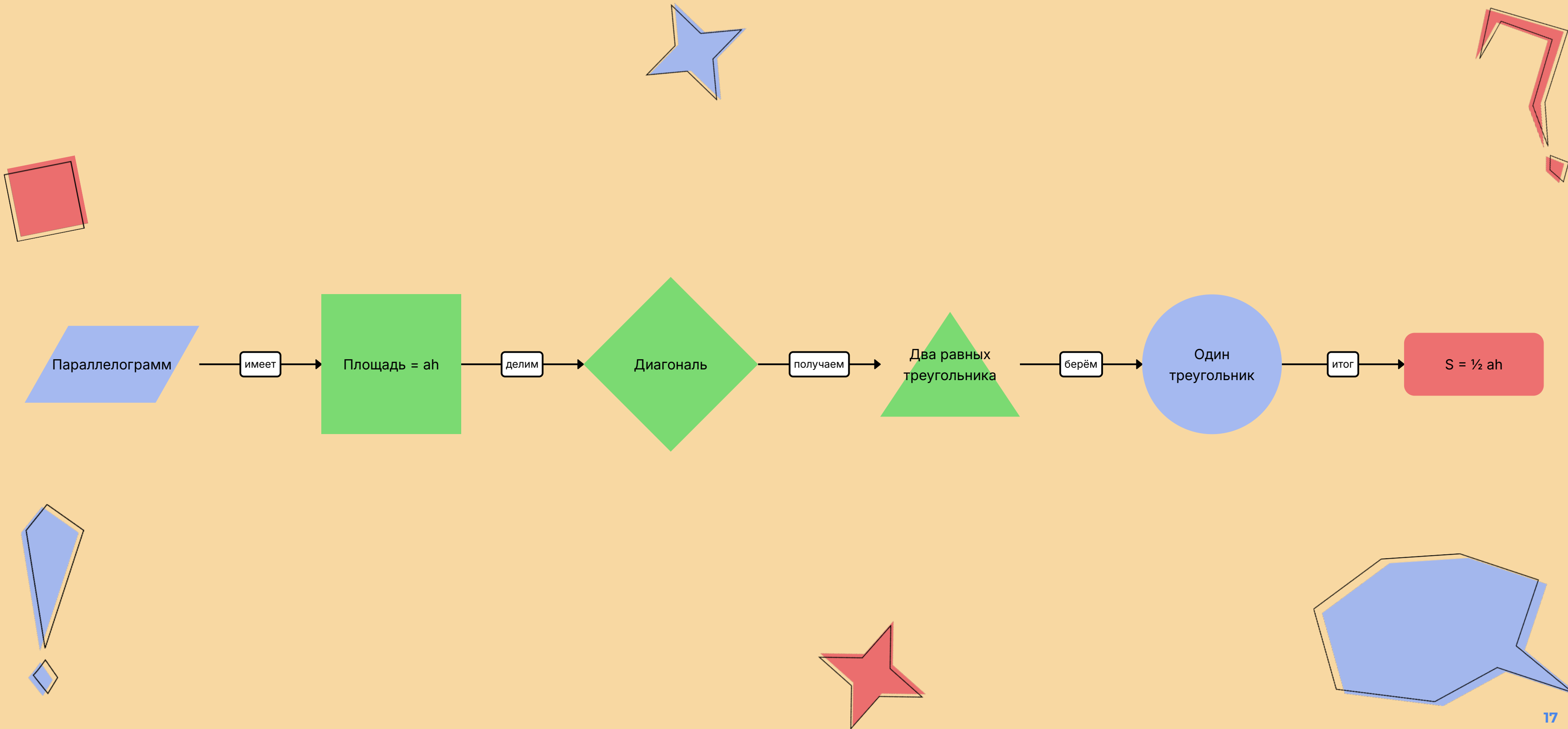


Расчёты по формуле $S = \frac{1}{2} ah$ для одинакового основания 12 см.



Почему формула $S = \frac{1}{2} ah$ верна

Переход от площади параллелограмма к площади треугольника



Связь между разными формулами площади

Один результат

Разные формулы описывают одну и ту же площадь, если в задаче правильно учтены все известные данные. Меняется только удобный способ вычисления, а не сам ответ.

Через высоту

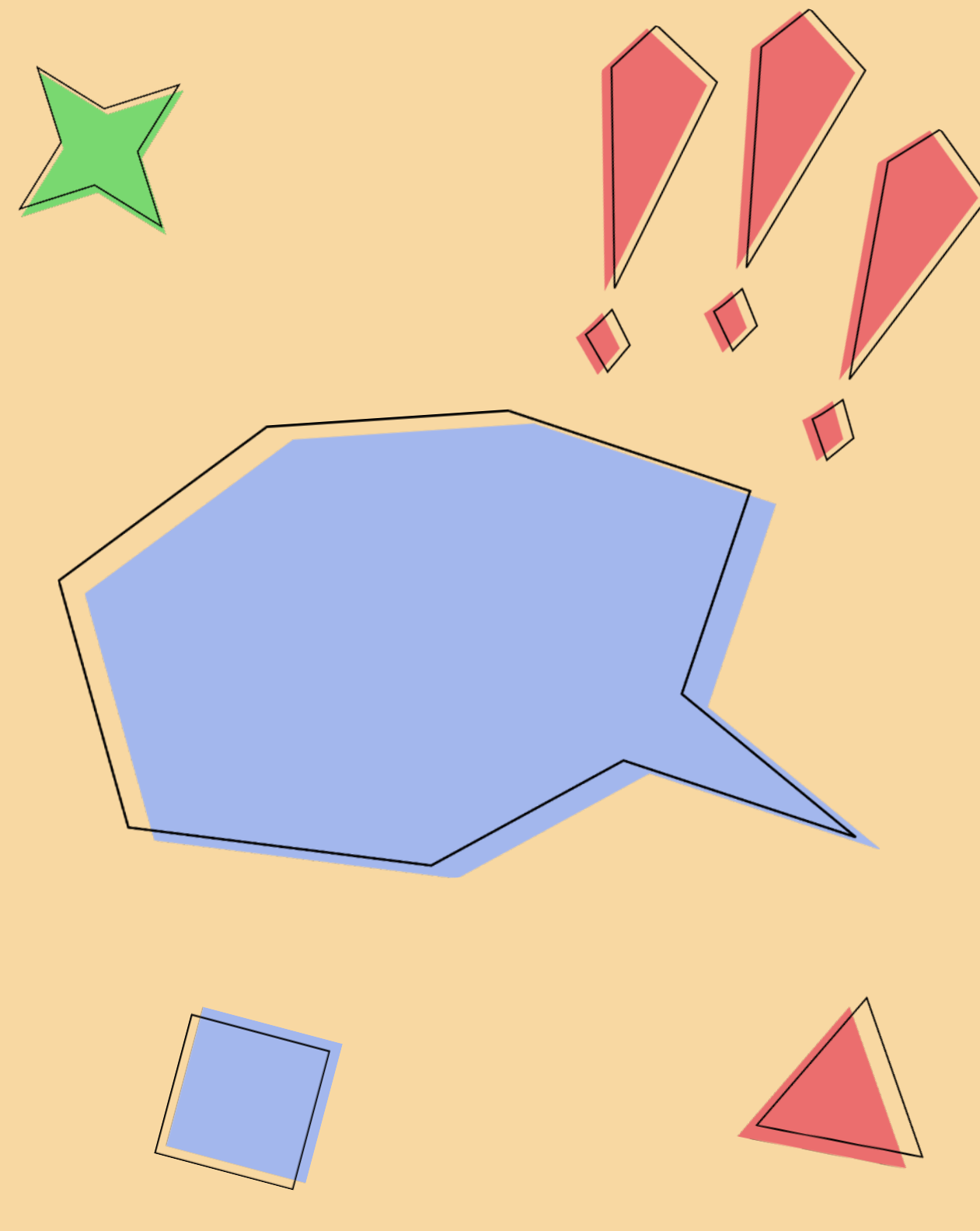
Формула $S = \frac{1}{2} ah$ универсальна и подходит для любого треугольника, если известны основание и высота. Она особенно понятна, когда высоту легко увидеть на чертеже.

Через две стороны

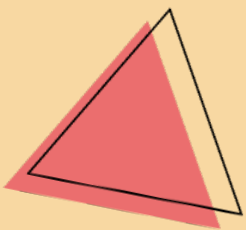
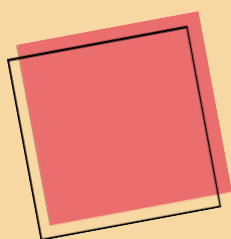
Запись $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ полезна, когда в условии даны две стороны и угол между ними. Она заменяет построение высоты и часто сокращает решение.

Через три стороны

Формула Герона применяется в тех случаях, когда известны только три стороны. Она позволяет найти площадь без дополнительных построений и углов, используя полупериметр.



Краткий справочник формул площади треугольника

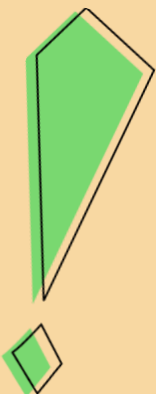
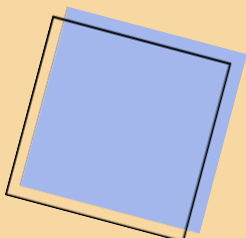
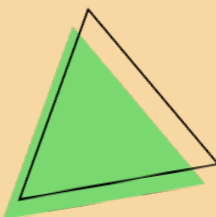


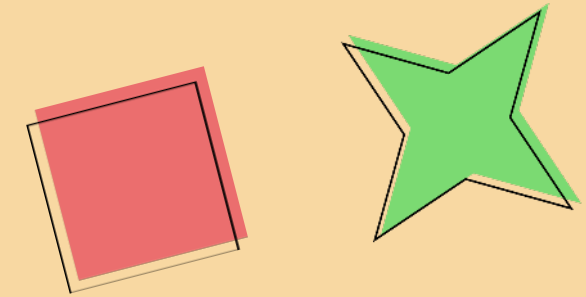
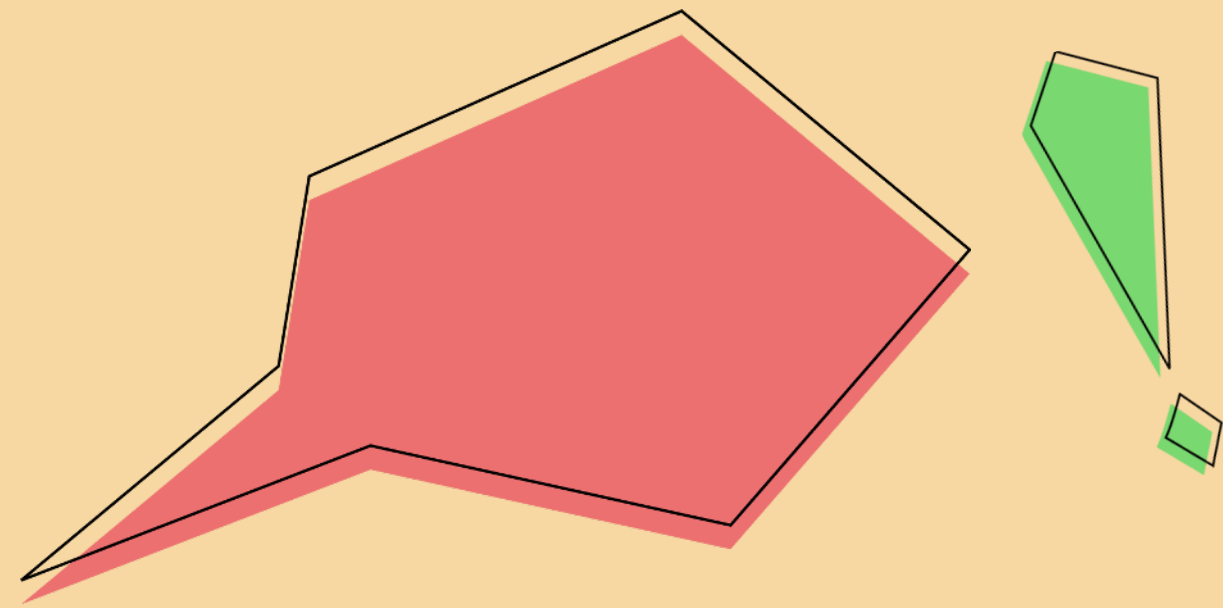
Дано	Формула	Примечание
Основание и высота	$S = \frac{1}{2} ah$	Подходит всегда
Прямоугольный треугольник	$S = \frac{1}{2} ab$	a и b — катеты
Две стороны и угол	$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	γ — между сторонами
Три стороны	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	$p = (a+b+c)/2$

В таблице собраны основные случаи, чтобы быстро выбрать подходящую формулу по условию задачи.

Каждая формула связана со своими исходными данными, поэтому сначала нужно определить, что известно в задаче, а уже потом начинать вычисления.

Стандартные формулы площади треугольника из школьного курса геометрии.





Главное о формулах площади треугольника

Площадь треугольника можно находить разными способами, но успех зависит от внимательного чтения условия. Если правильно выбрать формулу, аккуратно посчитать и не забыть единицы, ответ получится верным.

